ПОВТОРЮЄМО МАТЕМАТИКУ ЗА 5-6 КЛАСИ

1. Обчисліть значення виразів та дізнаєтеся кількість мешканців у деяких містах України на момент останнього перепису населення (2001 р.). Дізнайтеся, до яких областей належать ці міста:

1) 13 145 + 7435 (Красилівка) = 20580 чол

+	1	3	1	4	5
		7	4	3	5
	2	0	5	8	0

2) 203 912 + 825 137 (Одеса) = = 1 029 049 чол

+	2	0	3	9	1	2
	8	2	5	1	3	7
1	0	2	9	0	4	9

3) 78 117 – 13 256 (Прилуки) = 64 861 чол

-	7	8	1	1	7
	1	3	2	5	6
	6	4	8	6	1

4) 974 002 – 725 189 (Рівне) = 248 813 чол

-	9	7	4	0	0	2
	7	2	5	1	8	9
	2	4	8	8	1	3

5) 313 · 42 (Баштанка) = 13 146 чол

	×	3	1	3
			4	2
		6	2	6
1	2	5	2	
1	3	1	4	6

6) 833 · 281 (Кременчук) = 234 073 чол

		×	8	3	3
			2	8	1
			8	3	3
	6	6	6	4	
1	6	6	6		
2	3	4	0	7	3

7) 64 246 : 13 (Рудки) = 4 942 чол

```
64246 | 13
-52   | 4942
 122
-117
  54
 -52
  26
 -26
   0
```

8) 1 536 470 : 106 (Судак) = 14 495 чол

```
1536470 | 106
-106    | 14495
 476
-424
 524
-424
1007
-954
 530
-530
   0
```

2. Обчисліть:

1) 137 125 + 321 117 = 458 242

+	1	3	7	1	2	5
	3	2	1	1	1	7
	4	5	8	2	4	2

2) 429 113 – 253 087 = 176 026

-	4	2	9	1	1	3
	2	5	3	0	8	7
	1	7	6	0	2	6

3) 429 · 17 = 7 293

×	4	2	9	
		1	7	
3	0	0	3	
4	2	9		
7	2	9	3	

4) 91 575 : 45 = 2 035

```
91575 | 45
-90   | 2035
 157
-135
 225
-225
   0
```

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

5) 79 335 : 215 = 369

79335	215	
−645	369	
1483		
−1290		
1935		
−1935		
0		

6) 137 · 273 = 37 401

	×	1	3	7
		2	7	3
		4	1	1
	9	5	9	
2	7	4		
3	7	4	0	1

3. Обчисліть значення виразу зручним способом:

1) 297 + (495 + 703) = (297 + 703) + 495 = 1000 + 495 = 1 495

2) 329 + 1 075 + 1925 + 671 = (329 + 671) + (1 075 + 1925) = 1000 + 3000 = 4 000

3) 250 · 49 · 4 = (250 · 4) · 49 = 1000 · 49 = 49 000

4) 125 · 37 · 8 · 2 = (125 · 8) · (37 · 2) = 1000 · 74 = 74 000

4. Обчисліть значення виразу зручним способом:

1) (724 + 913) + 276 = (724 + 276) + 913 = 1000 + 913 = 1913

2) 2715 + 256 + 1285 + 744 = (2715 + 1285) + (256 + 744) = 4000 + 1000 = 5000

3) 500 · 73 · 20 = (500 · 20) · 73 = 10 000 · 73 = 730 000

4) 25 · 13 · 400 · 7 = (25 · 400) · (13 · 7) = 10 000 · 91 = 910 000

5. Запишіть усі дільники числа:

1) 16: 1, 2, 4, 8, 16;

2) 38: 1, 2, 19, 38;

3) 60: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

6. Запишіть усі дільники числа:

1) 25: 1, 5, 25;

2) 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36;

3) 78: 1, 2, 3, 6, 13, 26, 39, 78.

7. Розкладіть на прості множники число:

1) $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$

48	2	(48 : 2 = 24)
24	2	(24 : 2 = 12)
12	2	(12 : 2 = 6)
6	2	(6 : 2 = 3)
3	3	(3 : 3 = 1)
1		

2) $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 5$

80	2	(80 : 2 = 40)
40	2	(40 : 2 = 20)
20	2	(20 : 2 = 10)
10	2	(10 : 2 = 5)
5	5	(5 : 5 = 1)
1		

8. Розкладіть на прості множники число:

1) $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

60	2	(60 : 2 = 30)
30	2	(30 : 2 = 15)
15	3	(15 : 3 = 5)
5	5	(5 : 5 = 1)
1		

2) $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^5 \cdot 3$

96	2	(96 : 2 = 48)
48	2	(48 : 2 = 24)
24	2	(24 : 2 = 12)
12	2	(12 : 2 = 6)
6	2	(6 : 2 = 3)
3	3	(3 : 3 = 1)
1		

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

9. Знайдіть найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел:

1) 19 і 3;
$19 = 19 \cdot 1$; $3 = 3 \cdot 1$;
НСД = 1;
НСК = $3 \cdot 1 \cdot 19 = 57$

2) 36 і 48;
$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3^2$;
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^4 \cdot 3$;
НСД = 12;
НСК = $2^4 \cdot 3^2 = 144$

36	2	48	2
18	2	24	2
9	3	12	2
3	3	6	2
1		3	3
		1	

3) 17 і 51;
$17 = 17 \cdot 1$;
$51 = 3 \cdot 17$;
НСД = 17;
НСК = $3 \cdot 17 \cdot 1 = 51$

4) 10; 15 і 25;
$10 = 2 \cdot 5$
$15 = 3 \cdot 5$
$25 = 5 \cdot 5$
НСД = 5;
НСК = $5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 150$

10. Знайдіть найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел:

1) 7 і 12;
$7 = 1 \cdot 7$;
$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$
НСД = 1;
НСК = $2^2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 7 = 84$

12	2
6	2
3	3
1	

2) 39 і 52;
$39 = 3 \cdot 13$;
$52 = 2 \cdot 2 \cdot 13 = 2^2 \cdot 13$
НСД = 13;
НСК = $2^2 \cdot 3 \cdot 13 = 156$

39	3	52	2
13	13	26	2
1		13	13
		1	

3) 54 і 18;
$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^3$
$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$
НСД = 18;
НСК = $2 \cdot 3^3 = 54$

54	2	18	2
27	3	9	3
9	3	3	3
3	3	1	
1			

4) 12; 16 і 20;
$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$
$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$
$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^2 \cdot 5$
НСД = 4;
НСК = $2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$

12	2	16	2	20	2
6	2	8	2	10	2
3	3	4	2	5	5
1		2	2	1	
		1			

11. Обчисліть значення виразу (166 788 : 452 – 125) · 409 – 97 962 та дізнаєтеся рік заснування Київського національного університету імені Тараса Шевченка.
(166 788 : 452 – 125) · 409 – 97 962 = (369 – 125) · 409 – 97 962 = 244 · 409 – 97 962 = 99 796 – 97 962 = 1 834

12. Знайдіть значення виразу 95 472 – (423 – 35 133 : 147) · 509 та дізнаєтеся рік заснування Національного університету «Львівська політехніка».
95 472 – (423 – 35 133 : 147) · 509 = 95 472 – (423 – 239) · 509 = 95 472 – 184 · 509 = 95 472 – 93 656 = 1 816

13. Якою цифрою закінчується число:
1) $5347^2 = 28\,590\,409$
2) $2003^3 - 195^2 = 8\,036\,054\,027 - 38\,025 = 8\,036\,016\,002$
3) $146^3 + 127^2 - 39^3 = 3\,112\,136 + 16\,129 - 59\,319 = 3\,128\,265 - 59\,319 = 3\,068\,946$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

14. Якою цифрою закінчується число:
1) $7293^2 = 53\,187\,849$
2) $4007^3 - 129^2 = 64\,336\,588\,343 - 16\,641 = 64\,336\,571\,702$
3) $125^3 + 138^3 - 45^2 = 1\,953\,125 + 2\,628\,072 - 2\,025 = 4\,581\,197 - 2\,025 = 4\,579\,172$

15. Знайдіть найменше і найбільше п'ятицифрові числа, кратні числу 124.
Найменше – 10 044
Найбільше – 99 944

16. Знайдіть найменше і найбільше чотирицифрові числа, кратні числа 39.
Найменше – 1 014
Найбільше – 9 984

17. *(Усно.)* Обчисліть:
1) $4 + 2{,}7 = 6{,}7$
2) $1{,}8 + 3{,}2 = 5$
3) $4{,}5 - 1{,}2 = 3{,}3$
4) $7{,}2 - 4{,}5 = 2{,}7$
5) $10 \cdot 5{,}2 = 52$
6) $4{,}3 \cdot 0{,}01 = 0{,}43$
7) $3{,}6 : 3 = 1{,}2$
8) $2{,}8 : 0{,}1 = 28$

18. Виконайте дію:
1) $4{,}92 + 5{,}713 = 10{,}633$
2) $12{,}38 - 4{,}113 = 8{,}267$
3) $3{,}5 \cdot 2{,}14 = 7{,}49$
4) $2{,}6^2 = 6{,}76$
5) $5{,}9 \cdot 4{,}03 = 23{,}777$
6) $41{,}04 : 12 = 3{,}42$
7) $8{,}55 : 2{,}5 = 3{,}42$
8) $0{,}7^3 = 0{,}343$

19. Виконайте дію:
1) $5{,}731 + 9{,}28 = 15{,}011$
2) $17{,}52 - 9{,}293 = 8{,}227$
3) $7{,}6 \cdot 4{,}15 = 31{,}54$
4) $3{,}2^2 = 10{,}24$
5) $2{,}05 \cdot 4{,}7 = 9{,}635$
6) $31{,}2 : 15 = 2{,}08$
7) $8{,}82 : 2{,}8 = 3{,}15$
8) $0{,}6^3 = 0{,}216$

20. Запишіть у порядку зростання числа 2,9(П); 2,81(Л); 3,14(К); 2,8(С); 3,4(А); 2,89(І) та прочитаєте прізвище відомого у світі українського оперного співака, Героя України. Дізнайтесь з інтернету більше про нього.
У порядку зростання: 2,8 (С); 2,81 (Л); 2,89 (І); 2,9 (П); 3,14 (К); 3,4 (А).
Прізвище: СЛІПАК.
Відомості: Василь Сліпак був видатним українським оперним співаком, володарем унікального голосу контртенора та баритона. Він здобув славу на міжнародній сцені, працюючи у таких престижних оперних театрах як паризька Опера Бастилії та Гранд-Опера. Сліпак був активним учасником Революції Гідності та з початком війни на сході України пішов добровольцем на фронт, де воював у складі Правого сектору під позивним "Міф". Він загинув у 2016 році під час бойових дій на Донбасі. Його внесок у культурне життя був надзвичайно значущим, як і його самопожертва заради України, за що він посмертно був нагороджений званням Героя України.

21. Запишіть у порядку спадання числа 7,7(П); 7,6(Н); 7,8(І); 6,8(Ь); 7,73(Р); 7,65(І) та прочитаєте назву міста-героя України. Дізнайтеся з інтернету, за що місту було присвоєно це звання.
У порядку спадання: 7,8 (І); 7,73 (Р); 7,7 (П); 7,65 (І); 7,6 (Н); 6,8 (Ь).
Місто-герой: ІРПІНЬ.
Відомості: Ірпінь отримав звання міста-героя України 24 березня 2022 року за героїзм та стійкість його жителів під час відсічі збройної агресії Росії. Ірпінь, разом із іншими містами, як Буча та Гостомель, зазнав серйозних руйнувань, але жителі та захисники міста виявили неймовірну мужність та стійкість, що стало підставою для присвоєння цьому місту такого високого звання

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

22. Округліть числа:

1) До десятих:

7,25 = 7,3 3,739 = 3,7 8,03 = 8,0 9,05 = 9,1

2) До сотих:

5,713 = 5,71 9,8999 = 9,90 4,115 = 4,12 8,718 = 8,72

3) До одиниць:

7,389 = 7 4,5 = 5 9,93 = 10 7,38 = 7

4) До десятків:

135,72 = 140 431,431 = 430

23. Округліть числа:

1) До десятих:

17,38 = 17,4 49,55 = 49,6 4,06 = 4,1 7,02 = 7,0

2) До сотих:

13,548 = 13,55 29,341 = 29,34 9,999 = 10,00 4,444 = 4,44

3) До одиниць:

3,713 = 4 14,52 = 15 7,111 = 7

24. Знайдіть значення виразу:

1) $2,9 \cdot (7,32 + 0,08 : 0,125) - 4,2 \cdot 0,25 + 7,35 = 2,9 \cdot (7,32 + 0,64) - 1,05 + 7,35 = 2,9 \cdot 7,96 - 1,05 + 7,35 = 23,084 - 1,05 + 7,35 = 29,384$

2) $(7,85 + 4,2^2) : 5 - 0,9^3 : 3 = (7,85 + 17,64) : 5 - 0,729 : 3 = 25,49 : 5 - 0,243 = 5,098 - 0,243 = 4,855$

25. Знайдіть значення виразу:

1) $45,2 \cdot 0,75 - (9,34 + 0,06 : 0,25) \cdot 2,8 - 4,05 = 33,9 - (9,34 + 0,24) \cdot 2,8 - 4,05 = 33,9 - 9,58 \cdot 2,8 - 4,05 = 33,9 - 26,824 - 4,05 = 3,026$

2) $(8,93 - 2,6^2) : 4 + 0,6^3 : 2 = (8,93 - 6,76) : 4 + 0,216 : 2 = 2,17 : 4 + 0,108 = 0,5425 + 0,108 = 0,6505$

26. Запишіть три десяткові дроби, кожний з яких:

1) більший за 4,8 і менший від 4,9:

$4,8 < 4,81 < 4,85 < 4,88 < 4,9$

2) менший від 0,43 і більший за 0,41:

$0,41 < 0,42 < 0,421 < 0,425 < 0,43$

27. Запишіть три десяткові дроби, кожний з яких:

1) менший від 9,6 і більший за 9,4:

$9,4 < 9,45 < 9,5 < 9,55 < 9,6$

2) більший за 4,83 і менший від 4,84:

$4,83 < 4,831 < 4,832 < 4,833 < 4,84$

28. *(Усно.)* Обчисліть:

1) $\frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$;

2) $\frac{7}{8} - \frac{1}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$;

3) $\frac{4}{5} \cdot 10 = 4 \cdot 2 = 8$;

4) $\left(\frac{2}{9}\right)^2 = \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{9} = \frac{4}{81}$;

5) $4\frac{1}{7} + 2\frac{5}{7} = 6\frac{6}{7}$;

6) $5\frac{7}{9} - 4\frac{6}{9} = 1\frac{1}{9}$;

7) $\frac{3}{5} : 15 = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{25}$;

8) $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$.

29. Обчисліть:

1) $\frac{4}{9} + \frac{11}{15} = \frac{4 \cdot 5 + 11 \cdot 3}{45} = \frac{20 + 33}{45} = \frac{53}{45} = 1\frac{8}{45}$;

2) $\frac{9}{16} - \frac{5}{12} = \frac{9 \cdot 3 - 5 \cdot 4}{48} = \frac{27 - 20}{48} = \frac{7}{48}$;

3) $2\frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{11}{5} + \frac{1}{10} = \frac{23}{10} = 2\frac{3}{10}$;

4) $7\frac{4}{9} - \frac{1}{3} = \frac{67}{9} - \frac{3}{9} = \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9}$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

5) $\frac{4}{9}\cdot\frac{7}{16}=\frac{7}{36}$;

6) $\frac{12}{13}\cdot\frac{39}{40}=\frac{9}{40}$;

7) $\frac{7}{10}:\frac{2}{5}=\frac{7}{10}\cdot\frac{5}{2}=\frac{7}{4}=1\frac{3}{4}$;

8) $\frac{5}{8}:\frac{15}{16}=\frac{5}{8}\cdot\frac{16}{15}=\frac{2}{3}$.

30. Виконайте дію:

1) $\frac{4}{9}+\frac{1}{6}=\frac{4\cdot2+1\cdot3}{18}=\frac{11}{18}$;

2) $\frac{5}{12}-\frac{3}{8}=\frac{5\cdot2-3\cdot3}{24}=\frac{1}{24}$;

3) $3\frac{1}{3}+\frac{1}{15}=\frac{10}{3}+\frac{1}{15}=\frac{10\cdot5+1}{15}=\frac{51}{15}=\frac{17}{5}=3\frac{2}{5}$;

4) $4\frac{9}{10}-\frac{1}{2}=\frac{49}{10}-\frac{5}{10}=\frac{44}{10}=\frac{22}{5}=4\frac{2}{5}$;

5) $\frac{5}{8}\cdot\frac{7}{15}=\frac{1}{8}\cdot\frac{7}{3}=\frac{7}{24}$;

6) $\frac{8}{17}\cdot\frac{51}{80}=\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{10}=\frac{3}{10}$;

7) $\frac{2}{9}:\frac{7}{18}=\frac{2}{9}\cdot\frac{18}{7}=\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{7}=\frac{4}{7}$;

8) $\frac{7}{9}:\frac{14}{45}=\frac{7}{9}\cdot\frac{45}{14}=\frac{1}{1}\cdot\frac{5}{2}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$.

31. Обчисліть значення виразу:

1) $\left(15\frac{3}{10}-13\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{5}{9}=\left(\frac{153}{10}-\frac{27}{2}\right)\cdot\frac{5}{9}=\left(\frac{153}{10}-\frac{135}{10}\right)\cdot\frac{5}{9}=\frac{18}{10}\cdot\frac{5}{9}=1$

2) $\frac{7}{36}:\left(3\frac{11}{12}-3\frac{5}{6}\right)=\frac{7}{36}:\left(\frac{47}{12}-\frac{32}{9}\right)=\frac{7}{36}:\frac{47\cdot3-32\cdot4}{36}=\frac{7}{36}:\frac{13}{36}=\frac{7}{36}\cdot\frac{36}{13}=7\cdot\frac{1}{13}=\frac{7}{13}$

32. Обчисліть значення виразу:

1) $5:\left(\frac{2}{3}+1\frac{1}{7}\cdot\frac{7}{18}\right)=5:\left(\frac{2}{3}+\frac{8}{7}\cdot\frac{7}{18}\right)=5:\left(\frac{2}{3}+4\cdot\frac{1}{9}\right)=5:\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{9}\right)=5:\frac{10}{9}=5\cdot\frac{9}{10}=\frac{9}{2}=4\frac{1}{2}$

2) $\left(2\frac{13}{50}-2\frac{1}{20}\right)\cdot3\frac{4}{7}=\left(\frac{113}{50}-\frac{41}{20}\right)\cdot\frac{25}{7}=\left(\frac{113\cdot2-41\cdot5}{100}\right)\cdot\frac{25}{7}=\frac{21}{100}\cdot\frac{25}{7}=\frac{3}{4}$

33. Дзвінок для велосипедиста коштує 150 грн. Скільки коштуватиме велосипедний дзвінок після:

1) зниження ціни на 10%; 26%:

150 – (150 · 0,10) = 150 – 15 = 135 (грн)

150 – (150 · 0,26) = 150 – 39 = 111 (грн)

2) підвищення ціни на 8%; 20%:

150 + (150 · 0,08) = 150 + 12 = 162 (грн)

150 + (150 · 0,20) = 150 + 30 = 180 (грн)

34. Чохол для телефона коштує 200 грн. Скільки коштуватиме чохол після:

1) підвищення ціни на 15%; 9%:

200 + (200 · 0,15) = 200 + 30 = 230 (грн)

200 + (200 · 0,09) = 200 + 18 = 218 (грн)

2) зниження ціни на 4%; 30%:

200 – (200 · 0,04) = 200 – 8 = 192 (грн)

200 – (200 · 0,30) = 200 – 60 = 140 (грн)

35. Розв’яжіть рівняння:

1) $x+0{,}4=\frac{7}{15}$

$x=\frac{7}{15}-0{,}4$

$x=\frac{7}{15}-\frac{2}{5}$

$x=\frac{1}{15}$

2) $x-\frac{2}{7}=\frac{11}{14}$

$x=\frac{11}{14}+\frac{2}{7}$

$x=\frac{15}{14}$

$x=1\frac{1}{14}$

3) $\frac{17}{25}-x=0{,}6$

$-x=0{,}6-\frac{17}{25}$

$-x=\frac{3}{5}-\frac{17}{25}$

$-x=-\frac{2}{25}$

$x=\frac{2}{25}$

4) $\frac{2}{7}x=\frac{4}{21}$

$\frac{7}{2}\cdot\frac{2}{7}x=\frac{7}{2}\cdot\frac{4}{21}$

$x=\frac{2}{3}$

5) $x:\frac{2}{5}=1{,}6$

$x\cdot\frac{5}{2}=1{,}6$

$x=\frac{2}{5}\cdot1{,}6$

$x=\frac{2}{5}\cdot\frac{8}{5}$

$x=\frac{16}{25}$

6) $2{,}4:x=\frac{8}{13}$

$\frac{12}{5}:\frac{1}{x}=\frac{8}{13}$

$\frac{12}{5x}=\frac{8}{13}$

$156=40x$

$40x=156$

$x=\frac{39}{10}$

$x=3\frac{9}{10}$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

36. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{19}{50} - x = \frac{3}{20}$

$-x = \frac{3}{20} - \frac{19}{50}$

$-x = -\frac{23}{100}$

$x = \frac{23}{100}$

2) $0{,}8 + x = \frac{13}{15}$

$x = \frac{13}{15} - 0{,}8$

$x = \frac{13}{15} - \frac{4}{5}$

$x = \frac{1}{15}$

3) $x - 0{,}05 = \frac{7}{30}$

$x = \frac{7}{30} + 0{,}05$

$x = \frac{7}{30} + \frac{1}{20}$

$x = \frac{17}{60}$

4) $3{,}2 : x = \frac{4}{5}$

$\frac{16}{5} \cdot \frac{1}{x} = \frac{4}{5}$

$\frac{16}{5x} = \frac{4}{5}$

$80 = 20x$

$20x = 80$

$x = 4$

5) $1{,}5x = \frac{15}{16}$

$1{,}5x : 1{,}5 = \frac{15}{16} : 1{,}5$

$x = \frac{15}{16} : \frac{3}{2}$

$x = \frac{15}{16} \cdot \frac{2}{3}$

$x = \frac{5}{8}$

6) $x : \frac{4}{5} = 2{,}8$

$x \cdot \frac{5}{4} = 2{,}8$

$x = \frac{4}{5} \cdot 2{,}8$

$x = \frac{4}{5} \cdot \frac{14}{5}$

$x = \frac{56}{25}$

$x = 2\frac{6}{25}$

37. Автомобіль за перший день подорожі з Києва до Бухареста подолав 364 км, що становить 40% від відстані між цими містами. Скільки кілометрів йому залишилося подолати?

1) Нехай загальна відстань – x, тоді:

364 км = 0,40x

$x = \frac{364}{0{,}40} = 910$ (км)

2) 910 – 364 = 546 (км) – залишилося подолати автомобілю

Відповідь: 546 км.

38. Придбавши книжку за 90 грн, Оля витратила 30% грошей, які мала. Скільки грошей залишилося у дівчинки?

1) Нехай сума грошей, яку мала Оля – x, тоді:

90 грн = 0,30x

$x = \frac{90}{0{,}30} = 300$ (грн) – було спочатку у Олі.

2) 300 – 90 = 210 (грн) – залишилося у Олі.

Відповідь: 210 грн.

39. Обчисліть двома способами (перетворивши десятковий дріб у мішане число або перетворивши мішане число у десятковий дріб):

1) $13{,}75 + 4\frac{1}{20} = 13\frac{3}{4} + 4\frac{1}{20} = (13 + 4) + \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{20}\right) = 17 + \frac{4}{5} = 17\frac{4}{5}$

$13{,}75 + 4\frac{1}{20} = 13{,}75 + 4{,}05 = 17{,}8$

2) $5\frac{8}{25} - 3{,}9 = 5\frac{8}{25} - 3\frac{9}{10} = \frac{133}{25} - \frac{39}{10} = \frac{71}{50} = 1\frac{21}{50}$

$5\frac{8}{25} - 3{,}9 = 5{,}32 - 3{,}9 = 1{,}42$

3) $1{,}125 \cdot 1\frac{3}{5} = 1\frac{1}{8} \cdot 1\frac{3}{5} = \frac{9}{8} \cdot \frac{8}{5} = 9 \cdot \frac{1}{5} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$

$1{,}125 \cdot 1\frac{3}{5} = 1{,}125 \cdot 1{,}6 = 1{,}8$

4) $8\frac{2}{5} : 1{,}4 = 8\frac{2}{5} : 1\frac{2}{5} = \frac{42}{5} : \frac{7}{5} = \frac{42}{5} \cdot \frac{5}{7} = 6$

$8\frac{2}{5} : 1{,}4 = 8{,}4 : 1{,}4 = 6$

40. Обчисліть двома способами (перетворивши десятковий дріб у мішане число або перетворивши мішане число у десятковий дріб):

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1) $3\frac{1}{4}+6{,}05=3\frac{1}{4}+6\frac{1}{20}=(3+6)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{20}\right)=9+\frac{3}{10}=9\frac{3}{10}$

$3\frac{1}{4}+6{,}05=3{,}25+6{,}05=9{,}3$

2) $3{,}48-1\frac{9}{20}=3\frac{12}{25}-1\frac{9}{20}=(3-1)+\left(\frac{12}{25}-\frac{9}{20}\right)=2+\frac{3}{100}=2\frac{3}{100}$

$3{,}48-1\frac{9}{20}=3{,}48-1{,}45=2{,}03$

3) $1{,}15\cdot 1\frac{2}{5}=1\frac{3}{20}\cdot 1\frac{2}{5}=\frac{23}{20}\cdot\frac{7}{5}=\frac{161}{100}=1\frac{61}{100}$

$1{,}15\cdot 1\frac{2}{5}=1{,}15\cdot 1{,}4=1{,}61$

4) $5{,}2:1\frac{3}{10}=5\frac{1}{5}:1\frac{3}{10}=\frac{26}{5}:\frac{13}{10}=\frac{26}{5}\cdot\frac{10}{13}=2\cdot 2=4$

$5{,}2:1\frac{3}{10}=5{,}2:1{,}3=4$

41. Після зниження ціни на 10% навушники стали коштувати 225 грн. Якою була початкова вартість навушників?

1) Нехай початкова вартість навушників – х, тоді:

225 грн = 0,90х

$x=\frac{225}{0{,}90}=250$ (грн) – початкова вартість навушників.

Відповідь: 250 грн.

42. Під час сушіння яблука втрачають 82% своєї маси. Скільки потрібно свіжих яблук, щоб отримати 9 кг сушених?

1) Нехай маса свіжих яблук – х, тоді 100% - 82% = 18% під час сушіння яблука залишають своєї маси, відповідно:

0,18х = 9 кг

$x=\frac{9}{0{,}18}=50$ (кг) – потрібно свіжий яблук.

Відповідь: 50 кг.

43. Ціну товару спочатку збільшили на 20%, а потім нову ціну зменшили на 15%. Як і на скільки відсотків змінилася ціна порівняно з початковою?

1) Нехай початкова ціна товару дорівнює х, збільшимо початкову ціну на 20%, тоді нову ціну після збільшення можна виразити як:

$x\cdot(1+0{,}20)=x\cdot 1{,}20$

Тепер зменшимо нову ціну на 15%, тоді нову ціну після зменшення можна виразити як:

$x\cdot(1-0{,}15)=x\cdot 1{,}20\cdot 0{,}85$

$x\cdot 1{,}20\cdot 0{,}85=x\cdot 1{,}02$

Таким чином, кінцева ціна становить 102% від початкової ціни.

2) $(1{,}02-1)\cdot 100\%=0{,}02\cdot 100\%=2\%$

Відповідь: ціна товару збільшилася на 2% порівняно з початковою.

44. Ціну товару спочатку зменшили на 20%, а потім нову ціну збільшили на 15%. Як і на скільки відсотків змінилася ціна товару порівняно з початковою?

1) Нехай початкова ціна товару дорівнює х, зменшимо початкову ціну на 20%, тоді нову ціну після зменшення можна виразити як:

$x\cdot(1-0{,}20)=x\cdot 0{,}80$

Тепер збільшимо нову ціну на 15%, тоді нову ціну після збільшення можна виразити як:

$x\cdot(1+0{,}15)=x\cdot 0{,}80\cdot 1{,}15$

$x\cdot 0{,}80\cdot 1{,}15=x\cdot 0{,}92$

Таким чином, кінцева ціна становить 92% від початкової ціни.

2) $(0{,}92-1)\cdot 100\%=-0{,}08\cdot 100\%=-8\%$

Відповідь: ціна товару зменшилась на 8% порівняно з початковою.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

45. *(Усно.)* Чому рівність $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$ є пропорцією? Назвіть її крайні і середні члени.

Рівність $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$ є пропорцією тому, що обидві дроби є рівними. Це можна довести шляхом перетворення або перехресного множення.

1) Щоб довести рівність, можна скоротити дріб $\frac{6}{15}$:

$\frac{6}{15}=\frac{6:3}{15:3}=\frac{2}{5}$

Отже, обидві дроби $\frac{2}{5}$ і $\frac{6}{15}$ є рівними.

2) Метод перехресного множення:

$2\cdot 15=5\cdot 6$

$30=30$

Оскільки обидві сторонки рівності рівні, то $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$ є пропорцією.

Крайні члени – 2 і 15, а середні члени – 5 і 6.

46. *(Усно.)* Скільком кілометрам на місцевості відповідає 1 см на карті з масштабом:

1) 1 : 100 000

$\frac{1}{100000}$ км = 0,00001 км

2) 1 : 700 000

$\frac{1}{700000}\approx 0{,}00000143$ км

3) 1 : 5 000 000

$\frac{1}{5000000}=0{,}0000002$ км

47. Знайдіть невідомий член пропорції:

1) $x:6=5:3$

$3x=30$

$x=10$

2) $\frac{5}{x}=\frac{20}{7}$

$35=20x$

$20x=35$

$x=\frac{7}{4}$

$x=1\frac{3}{4}$

3) $x:12=\frac{13}{24}$

$\frac{1}{12}x=\frac{13}{24}$

$x=\frac{13}{2}$

$x=6\frac{1}{2}$

48. Знайдіть невідомий член пропорції:

1) $6:x=2:7$

$42=2x$

$2x=42$

$x=21$

2) $\frac{x}{3}=\frac{7}{6}$

$6x=21$

$x=\frac{7}{2}$

$x=3\frac{1}{2}$

3) $\frac{7}{10}=x:5$

$\frac{7}{10}=\frac{1}{5}x$

$\frac{7}{2}=x$

$x=\frac{7}{2}$

$x=3\frac{1}{2}$

49. Скільки відсотків становить:

1) 2 від 5:

$\frac{2}{5}\cdot 100\%=0{,}4\cdot 100\%=40\%$

2) 18 від 12:

$\frac{18}{12}\cdot 100\%=1{,}5\cdot 100\%=150\%$

3) 3,5 від 17,5:

$\frac{3{,}5}{17{,}5}\cdot 100\%=0{,}2\cdot 100\%=20\%$

4) $\frac{1}{7}$ від $\frac{1}{14}$:

$\frac{\frac{1}{7}}{\frac{1}{14}}\cdot 100\%=\frac{1\cdot 14}{7\cdot 1}\cdot 100\%=2\cdot 100\%=200\%$

50. Скільки відсотків становить:

1) 4 від 8:

$\frac{4}{8}\cdot 100\%=0{,}5\cdot 100\%=50\%$

2) 20 від 16:

$\frac{20}{16}\cdot 100\%=1{,}25\cdot 100\%=125\%$

3) 2,6 від 10,4:

$\frac{2{,}6}{10{,}4}\cdot 100\%=0{,}25\cdot 100\%=25\%$

4) $\frac{1}{10}$ від $\frac{1}{2}$:

$\frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{2}}\cdot 100\%=\frac{1\cdot 2}{10\cdot 1}\cdot 100\%=0{,}2\cdot 100\%=20\%$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

51. Поділіть число:

1) 28 на дві частини у відношенні 5 : 2

$5 + 2 = 7$ – загальна кількість частин.

$\frac{28}{7} = 4$ – значення однієї частини.

$5 \cdot 4 = 20$ – перша частина.

$2 \cdot 4 = 8$ – друга частина.

Перевірка: $20 + 8 = 28$.

2) 36 на три частини у відношенні 1 : 3 : 5

$1 + 3 + 5 = 9$ – загальна кількість частин.

$\frac{36}{9} = 4$ – значення однієї частини.

$1 \cdot 4 = 4$ – перша частина.

$3 \cdot 4 = 12$ – друга частина.

$5 \cdot 4 = 20$ – третя частина.

Перевірка: $4 + 12 + 20 = 36$.

52. Поділіть число:

1) 48 на ді частини у відношенні 1 : 3

$1 + 3 = 4$ – загальна кількість частин.

$\frac{48}{4} = 12$ – значення однієї частини.

$1 \cdot 12 = 12$ – перша частина.

$3 \cdot 12 = 36$ – перша частина.

Перевірка: $12 + 36 = 48$.

2) 50 на три частини у відношенні 2 : 5 : 3

$2 + 5 + 3 = 10$ – загальна кількість частин.

$\frac{50}{10} = 5$ – значення однієї частини.

$2 \cdot 5 = 10$ – перша частина.

$5 \cdot 5 = 25$ – друга частина.

$3 \cdot 5 = 15$ – третя частина.

Перевірка: $10 + 25 + 15 = 50$.

53. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{2x-7}{4} = \frac{5}{8}$

$8(2x - 7) = 20$

$16x - 56 = 20$

$16x = 20 + 56$

$16x = 76$

$x = \frac{19}{4}$

$x = 4\frac{3}{4}$

2) $\frac{3x+1}{7} = \frac{3-4x}{14}$

$14(3x + 1) = 7(3 - 4x)$

$42x + 14 = 21 - 28x$

$42x + 28x = 21 - 14$

$70x = 7$

$x = \frac{1}{10}$

54. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{2x+3}{5} = \frac{7}{10}$

$10(2x + 3) = 35$

$20x + 30 = 35$

$20x = 35 - 30$

$20x = 5$

$x = \frac{1}{4}$

2) $\frac{2x-1}{4} = \frac{5-4x}{12}$

$12(2x - 1) = 4(5 - 4x)$

$24 - 12 = 20 - 16x$

$24x + 16x = 20 + 12$

$40x = 32$

$x = \frac{4}{5}$

55. 1) Майстер за перший тиждень відремонтував 24 девайси, а за другий – 30 девайсів. На скільки відсотків зросла продуктивність праці майстра?

$\frac{30-24}{24} \cdot 100\% = \frac{6}{24} \cdot 100\% = 0{,}25 \cdot 100\% = 25\%$

Відповідь: продуктивність праці майстра зросла на 25%.

2) Майстер за перший тиждень відремонтував 30 девайсів, а за другий – 24 девайси. На скільки відсотків знизилася продуктивність праці майстра?

$\frac{24-30}{30} \cdot 100\% = \frac{-6}{30} \cdot 100\% = -0{,}2 \cdot 100\% = -20\%$

Відповідь: продуктивність праці майстра знизилася на 20%.

56. Товар коштував 80 грн. На скільки відсотків збільшилася або зменшилася ціна товару, якщо в результаті переоцінки він став коштувати:

1) 72 грн:

$\frac{72-80}{80} \cdot 100\% = \frac{-8}{80} \cdot 100\% = -0{,}1 \cdot 100\% = -10\%$

Відповідь: ціна товару зменшилася на 10%.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) 84 грн:
$\frac{84-80}{80} \cdot 100\% = \frac{4}{80} \cdot 100\% = 0{,}05 \cdot 100\% = 5\%$
Відповідь: ціна товару збільшилася на 5%.

57. До 180 г 10-відсоткового розчину солі долили 70 г води. Яким став відсотковий вміст солі у новому розчині?
1) $180 \cdot 0{,}10 = 18$ (г) – маса солі.
2) $180 + 70 = 250$ (г) – нова маса розчину.
3) $\frac{18}{250} \cdot 100\% = 0{,}072 \cdot 100\% = 7{,}2\%$ - відсотковий вміст солі.
Відповідь: 7,2%.

58. До сплаву масою 250 г, що містить 40% олова, долили 150 г олова. Яким став відсотковий вміст олова в новому справі?
1) $250 \cdot 0{,}40 = 100$ (г) – маса олова.
2) $250 + 150 = 400$ (г) – нова маса сплаву.
3) $100 + 150 = 250$ (г) – загальна маса олова.
4) $\frac{250}{400} \cdot 100\% = 0{,}625 \cdot 100\% = 62{,}5\%$ - відсотковий вміст олова.
Відповідь: 62,5%.

59. Обчисліть:
1) $-8 + (-9) = -8 - 9 = -17$
2) $-13{,}6 + (-7{,}9) = -13{,}6 - 7{,}9 = -21{,}5$
3) $29 + (-11) = 29 - 11 = 18$
4) $-37 + 4{,}5 = -(37 - 4{,}5) = -32{,}5$
5) $-8 - 5 = -(8 + 5) = -13$
6) $-9 - (-4) = -9 + 4 = -5$
7) $7 - (-3) = 7 + 3 = 10$
8) $4 - 9{,}1 = -(9{,}1 - 4) = -5{,}1$
9) $2{,}9 \cdot (-10) = -(2{,}9 \cdot 10) = -29$
10) $-4 \cdot (-4{,}5) = 4 \cdot 4{,}5 = 18$
11) $-4{,}2 : (-4) = 4{,}2 : 4 = 1{,}05$
12) $8 : (-0{,}01) = -(8 : 0{,}01) = -800$

60. Виконайте дії:
1) $-6 + (-10) = -6 - 10 = -16$
2) $-4{,}9 + (-5{,}7) = -4{,}9 - 5{,}7 = -10{,}6$
3) $-38 + 12 = -(38 - 12) = -26$
4) $7{,}2 + (-5) = 7{,}2 - 5 = 2{,}2$
5) $-4 - (-3) = -4 + 3 = -1$
6) $-9 - 11 = -(9 + 11) = -20$
7) $0 - (-9) = 9$
8) $5 - 10{,}2 = -(10{,}2 - 5) = -5{,}2$
9) $-5{,}1 \cdot (-0{,}1) = 5{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}51$
10) $-6 \cdot 2{,}5 = -(6 \cdot 2{,}5) = -15$
11) $-7{,}2 : 10 = -(7{,}2 : 10) = -0{,}72$
12) $-7{,}5 : (-5) = 7{,}5 : 5 = 1{,}5$

61. Виконайте дії:
1) $-\frac{6}{7} + \left(-\frac{4}{21}\right) = -\frac{6}{7} - \frac{4}{21} = -\frac{22}{21} = -1\frac{1}{21}$
2) $-4\frac{7}{12} + 5\frac{1}{6} = -\frac{55}{12} + \frac{31}{6} = \frac{7}{12}$
3) $\frac{12}{41} - 1 = \frac{12-41}{41} = \frac{-29}{41} = -\frac{29}{41}$
4) $-3\frac{1}{8} - \left(-4\frac{3}{4}\right) = -\frac{25}{8} + 4\frac{3}{4} = -\frac{25}{8} + \frac{19}{4} = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$
5) $-\frac{8}{9} \cdot \frac{27}{48} = -\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
6) $-1\frac{2}{7} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) = -\frac{9}{7} \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) = 3$
7) $\frac{8}{15} : \left(-1\frac{1}{5}\right) = \frac{8}{15} : \left(-\frac{6}{5}\right) = -\frac{8}{15} \cdot \frac{5}{6} = -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{4}{9}$
8) $-\frac{30}{41} : (-5) = \frac{30}{41} \cdot \frac{1}{5} = \frac{6}{41}$
9) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2 = \left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{2^2}{7^2} = \frac{4}{49}$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

62. Обчисліть:

1) $-\frac{5}{9}+\left(\frac{7}{12}\right)=-\frac{5}{9}-\frac{7}{12}=-\frac{41}{36}=-1\frac{5}{36}$

2) $5\frac{1}{4}+\left(-7\frac{1}{8}\right)=\frac{21}{4}-7\frac{1}{8}=\frac{21}{4}-\frac{57}{8}=-\frac{15}{8}=-1\frac{7}{8}$

3) $-\frac{8}{17}-1=-\frac{8+17}{17}=-\frac{25}{17}=-1\frac{8}{17}$

4) $2\frac{1}{3}-\left(-5\frac{2}{9}\right)=2\frac{1}{3}+5\frac{2}{9}=(2+5)+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{9}\right)=7+\frac{5}{9}=7\frac{5}{9}$

5) $-\frac{7}{9}\cdot\left(-\frac{18}{49}\right)=\frac{2}{7}$

6) $4\frac{1}{2}\cdot\left(-1\frac{7}{9}\right)=\frac{9}{2}\cdot\left(-\frac{16}{9}\right)=-8$

7) $-3\frac{3}{5}:\left(-\frac{9}{10}\right)=-\frac{18}{5}:\left(-\frac{9}{10}\right)=\frac{18}{5}\cdot\frac{10}{9}=2\cdot 2=4$

8) $-8:\frac{16}{17}=-8\cdot\frac{17}{16}=-\frac{17}{2}=-8\frac{1}{2}$

9) $\left(-\frac{3}{5}\right)^2=\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{3^2}{5^2}=\frac{9}{25}$

63. Запишіть усі цілі числа, що містяться на координатній прямій між числами:

1) -2,7 і 4,1: -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4.

2) -102,5 і -97,9: -102, -101, -100, -99, -98.

3) $-5\frac{1}{3}$ і $\frac{2}{11}$: -5, -4, -3, -2, -1, 0.

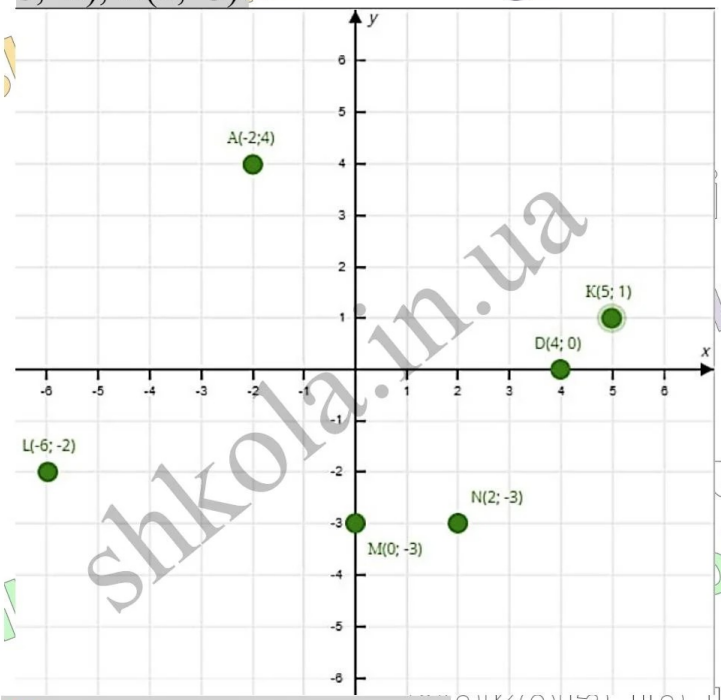
64. Запишіть усі цілі числа, що містяться на координатній прямій між числами:

1) $-1\frac{2}{3}$ і 4,7: -1, 0, 1, 2, 3, 4.

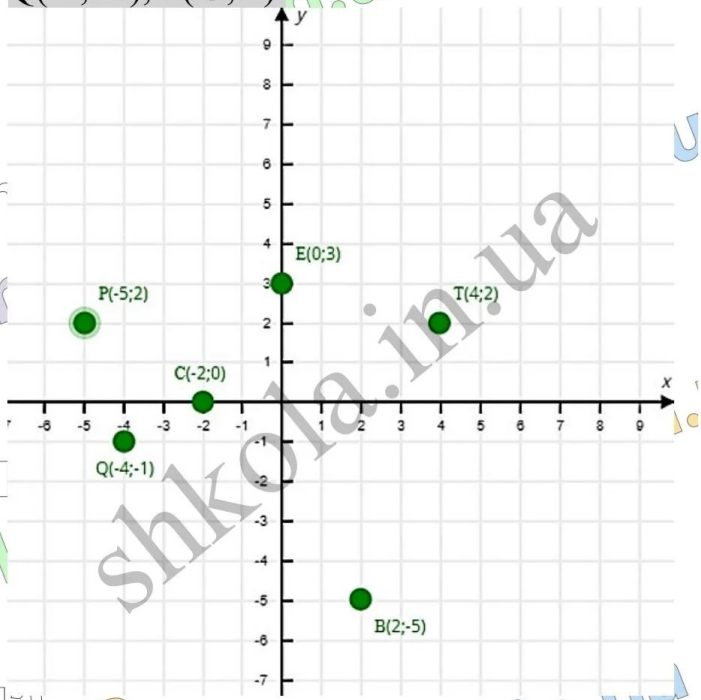
2) -85,3 і -78,4: -85, -84, -83, -82, -81, -80, -79.

3) $-\frac{4}{11}$ і $3\frac{2}{5}$: 0, 1, 2, 3.

65. Позначте на координатній площині точки: A(-2; 4), M(0; -3), K(5; 1), D(4; 0), L(-6; -2); N(2; -3).



66. Позначте на координатній площині точки: B(2; -5), C(-2; 0), T(4; 2), E(0; 3), Q(-4; -1), P(-5; 2).



67. Зведіть подібні доданки:

1) 4x + 2y – 5x – 2y = (4x – 5x) + (2y – 2y) = -x + 0 = -x

2) -5,9 + 11,2a + 7,8 – 18a = (-5,9 + 7,8) + (11,2a + 18a) = 1,9 + (-6,8a) = 1,9 – 6,8a

3) -9a + 7b – 8 + 3a – b = (-9a + 3a) + (7b – b) – 8 = -6a + 6b – 8

4) 2,7x + 3x + 12y – 9,8y – 5,7x = (2,7x + 3x – 5,7x) + (12y – 9,8y) = 0x + 2,2y = 2,2y

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

68. Зведіть подібні доданки:

1) $7p - 2m + 6p + 2m = (7p + 6p) + (-2m + 2m) = 13p + 0 = 13p$

2) $-14b + 3{,}9 - 7{,}2 + 18{,}5b = (-14b + 18{,}5b) + (3{,}9 - 7{,}2) = 4{,}5b - 3{,}3 = 4{,}5b - 3{,}3$

3) $5x - 8y + 5 - 4x + y = (5x - 4x) + (-8y + y) + 5 = x - 7y + 5$

4) $2{,}5a - 2{,}9b + 3a + 3{,}7b - 5{,}5a = (2{,}5a + 3a - 5{,}5a) + (-2{,}9b + 3{,}7b) = 0a + 0{,}8b = 0{,}8b$

69. Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

1) $-5(2a - 3) + 3(4a - 5) = -5 \cdot 2a + (-5) \cdot (-3) + 3 \cdot 4a + 3 \cdot (-5) = -10 + 15 + 12a - 15 = (-10a + 12a) + (15 - 15) = 2a + 0 = 2a$

2) $2(a - 3m) - 7(2a + m) = 2 \cdot a + 2 \cdot (-3m) - 7 \cdot 2a - 7 \cdot m = 2a - 6m - 14a - 7m = (2a - 14a) + (-6m - 7m) = -12a - 13m$

3) $(2y - 3) \cdot (-3) + 2(4y - 1) = (2y \cdot (-3)) + (-3) \cdot (-3) + 2 \cdot 4y + 2 \cdot (-1) = -6y + 9 + 8y - 2 = (-6y + 8y) + (9 - 2) = 2y + 7$

4) $2{,}4(2x - 3) - 4{,}8(x - 5) = 2{,}4 \cdot 2x + 2{,}4 \cdot (-3) - 4{,}8 \cdot x - 4{,}8 \cdot (-5) = 4{,}8x - 7{,}2 - 4{,}8x + 24 = (4{,}8x - 4{,}8x) + (-7{,}2 + 24) = 0 + 16{,}8 = 16{,}8$

70. Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

1) $-4(3a - 2) + 6(2a - 1) = -4 \cdot 3a + (-4) \cdot (-2) + 6 \cdot 2a + 6\,(-1) = -12a + 8 + 12a - 6 = (-12a + 12a) + (8 - 6) = 0a + 2 = 2$

2) $5(b - 3c) - 3(4b + c) = 5b - 15c - 12b - 3c = -7b - 18c$

3) $(7x - 2) \cdot (-4) + 2(4 - 3y) = (7x \cdot (-4)) + (-2) \cdot (-4) + 2 \cdot 4 + 2 \cdot (-3y) = -28x + 8 + 8 - 6y = -28x + 8 + 8 - 6y = -28x + 16 - 6y$

4) $2{,}6(3a - 5) - 7{,}8(a - 10) = 2{,}6 \cdot 3a + 2{,}6 \cdot (-5) - 7{,}8 \cdot a - 7{,}8 \cdot (-10) = 7{,}8a - 13 - 7{,}8a + 78 = (7{,}8a - 7{,}8a) + (-13 + 78) = 0a + 65 = 65$

71. Розв'яжіть рівняння:

1) $0{,}5(2x - 3) + 2{,}6 = 0{,}2(4 + 2x)$

$x - 1{,}5 + 2{,}6 = 0{,}8 + 0{,}4x$

$x + 1{,}1 = 0{,}8 + 0{,}4x$

$x - 0{,}4x = 0{,}8 - 1{,}1$

$0{,}6x = -0{,}3$

$x = -0{,}5$

2) $\frac{1}{2}\left(6 - 3\frac{1}{2}x\right) = 1\frac{1}{4}x + 9$

$6 - 3\frac{1}{2}x = 2 \cdot 1\frac{1}{4}x + 18$

$6 - \frac{7}{2}x = \frac{5}{2}x + 18$

$12 - 7x = 5x + 36$

$-7x - 5x = 36 - 12$

$-12x = 24$

$x = -2$

72. Розв'яжіть рівняння:

1) $0{,}5(3 - x) + 1{,}4 = -0{,}3(2x - 2)$

$1{,}5 - 0{,}5x + 1{,}4 = -0{,}6x + 0{,}6$

$2{,}9 - 0{,}5x = -0{,}6x + 0{,}6$

$-0{,}5x + 0{,}6x = 0{,}6 - 2{,}9$

$0{,}1x = -2{,}3$

$x = -23$

2) $2\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}x = \frac{2}{9}\left(1\frac{1}{2}x - \frac{9}{10}\right)$

$\frac{5}{2} - \frac{5}{3}x = \frac{2}{9} \cdot \left(\frac{3}{2}x - \frac{9}{10}\right)$

$\frac{5}{2} - \frac{5}{3}x = \frac{1}{3}x - \frac{1}{5}$

$75 - 50x = 10x - 6$

$-50x - 10x = -6 - 75$

$-60x = -81$

$x = \frac{27}{21} = 1\frac{7}{20}$

73. Знайдіть значення виразу та дізнаєтеся, у якому столітті була перша письмова згадка про селище Гурзуф у Криму:

$3\frac{1}{4} \cdot \left(-12\frac{2}{5} - (-4{,}2) : \frac{7}{5}\right) + 17{,}05 = \frac{13}{4} \cdot \left(-\frac{62}{5} + 4{,}2 \cdot \frac{15}{7}\right) + \frac{341}{20} = \frac{13}{4} \cdot \left(-\frac{62}{5} + \frac{21}{5} \cdot \frac{15}{7}\right) + \frac{341}{20} = \frac{13}{4} \cdot \left(-\frac{62}{5} + 3 \cdot 3\right) + \frac{341}{20} = \frac{13}{4} \cdot \left(-\frac{62}{5} + 9\right) + \frac{341}{20} = \frac{13}{4} \cdot \left(-\frac{17}{5}\right) + \frac{341}{20} = -\frac{221}{20} + \frac{341}{20} = 6$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

74. Обчисліть значення виразу та дізнаєтеся рік закладання Михайлівського золотоверхового собору в Києві:

$1124{,}2 + 1\frac{1}{2} \cdot (-18\frac{3}{5}(-5{,}4) : \frac{9}{13} = \frac{5621}{5} + \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{93}{5} + 5{,}4 \cdot \frac{13}{9}\right) = \frac{5621}{5} + \frac{3}{2} \cdot$

$\left(-\frac{93}{5} + \frac{27}{5} \cdot \frac{13}{9}\right) = \frac{5621}{5} + \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{93}{5} + \frac{3}{5} \cdot 13\right) = \frac{5621}{5} + \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{93}{5} + \frac{39}{5}\right) = \frac{5621}{5} + \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{54}{5}\right) =$

$\frac{5621}{5} - 3 \cdot \frac{27}{5} = \frac{5621}{5} - \frac{81}{5} = 1108$

75. Спростіть вираз 5(2,6a + 3,4b) – 2(6a – 2,5b) та знайдіть його значення, якщо a = -11; b $= -1\frac{3}{22}$.

5(2,6a + 3,4b) – 2(6a – 2,5b) = 13a + 17b – 12a + 5b = a + 22b

$a + 22b = -11 + 22 \cdot \left(-1\frac{3}{22}\right) = -11 + 22 \cdot \left(-\frac{25}{22}\right) = -11 - 25 = -36$

76. Спростіть вираз 6(1,5x + 2,5y) – 5(2x – 3y) та знайдіть його значення, якщо x = -2; y $= -1\frac{7}{30}$.

6(1,5x + 2,5y) – 5(2x – 3y) = 9x + 15y – 10x + 15y = -x + 30y

$-x + 30y = -(-2) + 30 \cdot \left(-1\frac{7}{30}\right) = 2 + 30 \cdot \left(-\frac{37}{30}\right) = 2 - 37 = -35$

77. Знайдіть суму, доданками якої є числа: обернене та протилежне до числа 2,6.

1) Обернене число до a позначається, як $\frac{1}{a}$, відповідно, обернене до 2,6 позначається, як $\frac{1}{2{,}6}$, тоді протилежне число до 2,6 = -2,6, відповідно:

$\frac{1}{2{,}6} = \frac{1}{\frac{26}{10}} = \frac{10}{26} = \frac{5}{13}$ – обернене до 2,6.

2) $\frac{5}{13} + (-2{,}6) = \frac{5}{13} + \left(-\frac{13}{5}\right) = \frac{25}{65} + \left(-\frac{169}{65}\right) = \frac{25-169}{65} = \frac{-144}{65} = -2{,}215$ – сума оберненого та протилежного до числа 2,6.

Відповідь: -2,215.

78. Знайдіть значення виразу a^2, якщо $a = 14{,}75 - 2\frac{13}{20} + 3\frac{2}{9} \cdot (-5{,}4)$.

$\left(14{,}75 - 2\frac{13}{20} + 3\frac{2}{9} \cdot (-5{,}4)\right)^2 = \left(\frac{59}{4} - \frac{53}{20} + \frac{29}{9} \cdot \left(-\frac{27}{5}\right)\right)^2 = \left(\frac{59}{4} - \frac{53}{20} - 29 \cdot \frac{3}{5}\right)^2 =$

$\left(\frac{59}{4} - \frac{53}{20} - \frac{87}{5}\right)^2 = \left(-\frac{53}{10}\right)^2 = \frac{2809}{100} = 28\frac{9}{100} = 28{,}09$

79. Знайдіть значення виразу b^3, якщо $b = 24{,}25 - 1\frac{17}{20} + 4\frac{5}{6} \cdot (-4{,}8)$.

$\left(24{,}25 - 1\frac{17}{20} + 4\frac{5}{6} \cdot (-4{,}8)\right)^3 = \left(\frac{97}{4} - \frac{37}{20} + \frac{29}{6} \cdot \left(-\frac{24}{5}\right)\right)^3 = \left(\frac{97}{4} - \frac{37}{20} - 29 \cdot \frac{4}{5}\right)^3 =$

$\left(\frac{97}{4} - \frac{37}{20} - \frac{116}{5}\right)^3 = \left(-\frac{4}{5}\right)^3 = -\frac{64}{125} = -0{,}512$

80. Знайдіть значення виразу 10b – (2b + 4x), якщо x – 2b = -5.

10b – (2b + 4x) = 10b – 2b – 4x = 8b – 4x

x – 2b = -5

x = -5 + 2b

8b – 4(-5 + 2b) = 8b – 4(-5) – 4(2b) = 8b + 20 – 8b = 20

Відповідь: 20.

81. Знайдіть значення виразу 15a – (3a + 4m), якщо m – 3a = -3.

15a – (3a + 4m) = 15a – 3a – 4m = 12a – 4m

m – 3a = -3

m = -3 + 3a

12a – 4(-3 + 3a) = 12a – 4(-3) – 4(3a) = 12a + 12 – 12a = 12

Відповідь: 12.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

82. Чи є число -2 коренем рівняння:

1) $x + 5 = 7$ – ні, оскільки:
$-2 + 5 = 7$
$3 \neq 7$

2) $x \cdot 4 = -8$ – так, оскільки:
$-2 \cdot 4 = -8$
$-8 = -8$

3) $x - 3 = -5$ – так, оскільки:
$-2 - 3 = -5$
$-5 = -5$

4) $-10 : x = -5$ – ні, оскільки:
$-10 : (-2) = -5$
$5 \neq -5$

83. Знайдіть корінь рівняння:

1) $x - 3 = 8$
$x = 8 + 3$
$x = 11$

2) $7 + x = 3$
$x = 3 - 7$
$x = -4$

3) $-4x = -20$
$-4x : (-4) = -20 : (-4)$
$x = 5$

4) $x : 3 = -7$
$x = -7 \cdot 3$
$x = -21$

РОЗДІЛ 1
ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ
§1. Загальні відомості про рівняння

84. *(Усно.)* Який із записів є рівнянням (відповідь обґрунтуйте):

1) $4x - 12 > 0$
Це нерівність, оскільки між лівою та правою частинами стоїть знак нерівності ">". Нерівність відрізняється від рівняння тим, що вона не вказує на рівність двох виразів, а на те, що один вираз більше або менше іншого.

2) $3x + 7$
Це просто вираз, який складається з змінної x і чисел. Тут немає знаку рівності або нерівності, тому це не рівняння і не нерівність.

3) $4x - 2 = 10$
Це рівняння, оскільки між лівою та правою частинами стоїть знак рівності "=". Рівняння вказує, що два вирази є рівними.

4) $(14 - 10) \cdot 2 = 8$
Це також рівняння, оскільки між лівою та правою частинами стоїть знак рівності "=". Рівняння вказує, що вираз $(14 - 10) \cdot 2$ дорівнює 8.

85. *(Усно.)* Чи є число 4 коренем рівняння:

1) $2x = 8$ – так
$2 \cdot 4 = 8$
$8 = 8$

2) $x - 2 = 3$ – ні
$4 - 2 = 3$
$2 = 3$

3) $2x - 3 = 6$ – ні
$2 \cdot 4 - 3 = 6$
$8 - 3 = 6$
$5 = 6$

4) $32 : x = 8$ – так
$32 : 4 = 8$
$8 = 8$

86. Чи є число 3 розв'язком рівняння:

1) $x + 5 = 8$ – так
$3 + 5 = 8$
$8 = 8$

2) $2x = 9$ – ні
$2 \cdot 3 = 9$
$6 = 9$

3) $x - 4 = -1$ – так
$3 - 4 = -1$
$-1 = -1$

4) $x : 3 = 0$ – ні
$3 : 3 = 0$
$1 = 0$

87. Яке із чисел є коренем рівняння $x^2 = 2x + 3$:

1) 0 – ні
$0^2 = 2 \cdot 0 + 3$
$0 = 3$

2) -1 – так
$(-1)^2 = 2 \cdot (-1) + 3$
$1 = -2 + 3$
$1 = 1$

3) 1 – ні
$1^2 = 2 \cdot 1 + 3$
$1 = 2 + 3$
$1 = 5$

4) 3 – так
$3^2 = 2 \cdot 3 + 3$
$9 = 6 + 3$
$9 = 9$

88. Чи є коренем рівняння $x^2 = 4 - 3x$ число:

1) 0 – ні
$0^2 = 4 - 3 \cdot 0$
$0 = 4$

2) 1 – так
$1^2 = 4 - 3 \cdot 1$
$1 = 4 - 3$
$1 = 1$

3) -2 – ні
$(-2)^2 = 4 - 3 \cdot (-2)$
$4 = 4 + 6$
$4 = 10$

4) -4 – так
$(-4)^2 = 4 - 3 \cdot (-4)$
$16 = 4 + 12$
$16 = 16$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

89. Доведіть, що кожне із чисел 1,2 та -1,2 є коренем рівняння $x^2 = 1,44$.

$(1,2)^2 = 1,44$
$1,2 \cdot 1,2 = 1,44$

$(-1,2)^2 = 1,44$
$(-1,2) \cdot (-1,2) = 1,44$

90. Чи є рівносильними рівняння:

1) $x + 2 = 5$ і $x : 3 = 1$ – так, оскільки:

$x + 2 = 5$
$x = 5 - 2$
$x = 3$

$x : 3 = 1$
$x = 3 \cdot 1$
$x = 3$

2) $x - 3 = 7$ і $2x = 18$ – ні, оскільки:

$x - 3 = 7$
$x = 7 + 3$
$x = 10$

$2x = 18$
$x = 18 : 2$
$x = 9$

91. Чи є рівносильними рівняння:

1) $x - 2 = 3$ і $2x = 10$ – так, оскільки:

$x - 2 = 3$
$x = 3 + 2$
$x = 5$

$2x = 10$
$x = 10 : 2$
$x = 5$

2) $x + 3 = 7$ і $x : 2 = 3$ – ні, оскільки:

$x + 3 = 7$
$x = 7 - 3$
$x = 4$

$x : 2 = 3$
$x = 3 \cdot 2$
$x = 6$

92. Доведіть, що:

1) коренем рівняння $2(x - 3) = 2x - 6$ є будь-яке число:

$2(x - 3) = 2x - 6$
$2x - 6 = 2x - 6$

Це рівняння є тотожністю, яке вірне для будь-якого значення x. Таким чином, коренем цього рівняння є будь-яке число.

2) рівняння $y - 7 = y$ не має коренів:

$y - 7 = y$
$y - y - 7 = y - y$
$-7 = 0$

Це явно хибне твердження. Тому рівняння не має жодного значення y, яке б його задовольняло. Отже, рівняння не має коренів.

93. Доведіть, що:

1) коренем рівняння $3(2 - c) = 6 - 3c$ є будь-яке число:

$3(2 - 1) = 6 - 3c$
$6 - 3c = 6 - 3c$

Це рівняння є тотожністю, яке вірне для будь-якого значення c. Таким чином, коренем цього рівняння є будь-яке число c.

2) рівняння $x = x + 8$ не має коренів:

$x = x + 8$
$x - x = x + 8 - x$
$0 = 8$

Це явно хибне твердження. Тому рівняння не має жодного значення x, яке б його задовольняло. Отже, рівняння не має коренів.

94. Складіть рівняння, що має:

1) єдиний корінь – число -2:

Щоб створити рівняння, яке має єдиний корінь $x = -2$, можна скористатися рівнянням лінійного типу:

$x + 2 = 0$

Якщо $x = -2$, то підставивши це значення у рівняння, ми отримаємо:

$-2 + 2 = 0$

Це правильне рівняння, що має єдиний корінь $x = -2$.

2) два корені – числа 5 і -5:

Щоб створити рівняння, яке має два корені $x = 5$ і $x = -5$, можна скористатися квадратним рівнянням, яке розкладається на множники:

$(x - 5)(x + 5) = 0$
$-25 = 0$

Якщо $x = 5$ або $x = -5$, то підставивши ці значення у рівняння, ми отримаємо:

$5^2 - 25 = 0$ або $(-5)^2 - 25 = 0$

Обидва випадки задовольняють рівняння, що має два корені $x = 5$ і $x = -5$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

95. З'ясуйте, не розв'язуючи рівнянь, чи є вони рівносильними:

1) Рівняння $4(x - 2) = 19$ і $4x - 8 = 19$ є рівносильними, оскільки друге рівняння одержуємо з першого розкриттям дужок у його лівій частині.

2) Рівняння $2x - 3 = 3x + 5$ і $2x - 3x = 5 + 3$ є рівносильними, оскільки друге рівняння одержуємо, коли у першому рівнянні перенесемо в одну сторону прості коефіцієнти а в іншу - коефіцієнти із змінними з відповідною зміною знаків на протилежні.

3) Рівняння $8(x - 3) = 40$ і $x - 3 = 5$ є рівносильними, оскільки друге рівняння одержуємо з першого поділивши обидві частини його рівності на 8.

4) Рівняння $\frac{2x}{3} = 11$ і $2x = 33$ є рівносильними, оскільки друге рівняння одержуємо з першого помноживши обидві частини його рівності на 3.

96. Установіть, не розв'язуючи, чи є рівняння рівносильними:

1) Рівняння $8(x - 1) = 5$ і $8x - 8 = 5$ є рівносильними, оскільки друге отримаємо розкриттям дужок лівої частини першого рівняння.

2) Рівняння $3x + 7 = 4x - 8$ і $3x - 4x = -8 - 7$ є рівносильними, оскільки друге рівняння одержуємо, коли у першому рівнянні перенесемо в одну сторону прості коефіцієнти а в іншу - коефіцієнти із змінними з відповідною зміною знаків на протилежні.

3) Рівняння $9(x + 2) = 18$ і $x + 2 = 2$ є рівносильними, оскільки друге рівняння одержуємо з першого поділивши обидві частини його рівності на 9.

4) Рівняння $-\frac{3x}{4} = 7$ і $-3x = 28$ є рівносильними, оскільки друге рівняння одержуємо з першого помноживши обидві частини його рівності на 4.

97. Чи має розв'язки рівняння:

1) $x + 2 = 2 - x$
$x + x + 2 = 2$
$2x + 2 = 2$
$2x = 0$
$x = 0$
Це рівняння має єдиний розв'язок $x = 0$.

2) $x + 3 = 3 + x$
$x - x + 3 = 3$
$3 = 3$
Це тотожність, яка вірна для будь-якого x. Таким чином, це рівняння має безліч розв'язків.

3) $x + 1 = -1 + x$
$x - x = -1 - 1$
$0 \neq -2$
Розв'язків немає.

4) $0 \cdot x = 0$
$0 = 0$
Це тотожність, яка вірна для будь-якого x. Таким чином, це рівняння має безліч розв'язків.

5) $0 \cdot (x - 1) = 3$
$0 = 3$
Це явно хибне твердження. Таким чином, це рівняння не має жодного розв'язку.

6) $5(x - 1) = 5x - 5$
$5x - 5 = 5x - 5$
Це тотожність, яка вірна для будь-якого x. Таким чином, це рівняння має безліч розв'язків.

7) $0 : x = 0$
$0 = 0$
Це тотожність, яка вірна для будь-якого ненульового x. Таким чином, це рівняння має безліч розв'язків для всіх $x \neq 0$.

8) $2(x - 3) = 2x - 7$
$2x - 6 = 2x - 7$
$2x - 2x - 6 = -7$
$-6 = -7$
Це явно хибне твердження. Таким чином, це рівняння не має жодного розв'язку.

98. Обчисліть:

1) $\frac{2}{3} + \frac{7}{12} = \frac{8+7}{12} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

2) $\frac{8}{21} - \frac{3}{14} = \frac{16-9}{42} = \frac{7}{42} = \frac{1}{6}$

3) $2\frac{3}{5} + 3\frac{7}{10} = (2 + 3) + \left(\frac{3}{5} + \frac{7}{10}\right) = 5 + \frac{13}{10} = 5 + 1\frac{3}{10} = 5 + 1 + \frac{3}{10} = 6 + \frac{3}{10} = 6\frac{3}{10}$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

4) $\frac{5}{11}-\frac{2}{33}=\frac{15-2}{33}=\frac{13}{33}$

5) $\frac{9}{20}+1\frac{1}{15}=\frac{9}{20}+\frac{16}{15}=\frac{91}{60}=1\frac{31}{60}$

6) $5\frac{4}{15}-1\frac{2}{7}=\frac{79}{15}-\frac{9}{7}=\frac{418}{105}=3\frac{103}{105}$

99. Знайдіть:

1) 25% від числа 200:

$\frac{25}{100}\cdot 200=0{,}25\cdot 200=50$

2) 13% від числа 82:

$\frac{13}{100}\cdot 82=0{,}13\cdot 82=10{,}66$

3) 20,5% від числа 64:

$\frac{20{,}5}{100}\cdot 64=0{,}205\cdot 64=13{,}12$

4) 21% від числа $3\frac{2}{7}$:

$\frac{21}{100}\cdot\frac{23}{7}=\frac{21\cdot 23}{100\cdot 7}=\frac{69}{100}=0{,}69$

100. Щоб заощадити на електроспоживання, у родині вирішили встановити двозонний лічильник електроенергії. Оплата за електроенергію вночі становить 50% від оплати в інший час. Лічильник було придбано за 1500 грн, і ще 500 грн було сплачено за встановлення та взяття лічильника на облік. З червня 2023 року тариф для населення становить 2,64 грн за 1 кВт · год. Родина щомісяця використовує 500 кВт · год електроенергії, з них 100кВт · год – у нічний час. За двозонним лічильником вартість електроенергії, використаної в нічний час, обчислюється за тарифом 1,32 грн за 1кВт · год. Через скільки місяців родина окупить встановлення двозонного лічильника?

Для визначення, через скільки місяців родина окупить встановлення двозонного лічильника, необхідно розрахувати економію на електроенергії за місяць і потім визначити, скільки місяців знадобиться для окуплення початкових витрат.

Початкові витрати:

Придбання лічильника: 1500 грн

Встановлення та облік: 500 грн

Загальні початкові витрати:

1500 грн + 500 грн = 2000 грн

Тариф на електроенергію:

Тариф для населення: 2,64 грн за 1 кВт ·год

Тариф у нічний час з двозонним лічильником: 1,32 грн за 1 кВт · год

Витрати на електроенергію за звичайним лічильником:

Щомісячне споживання: 500 кВт · год

З них у нічний час: 100 кВт · год

Споживання в денний час:

500 кВт · год − 100 кВт · год = 400 кВт · год

Вартість електроенергії за звичайним лічильником:

500 кВт · год · 2,64 грн/кВт · год = 1320 грн

Витрати на електроенергію за двозонним лічильником:

Вартість електроенергії в нічний час:

100 кВт · год · 1,32 грн/кВт · год = 132 грн

Вартість електроенергії в денний час:

400 кВт · год · 2,64 грн/кВт · год = 1056 грн

Загальна вартість електроенергії за двозонним лічильником:

132 грн + 1056 грн = 1188 грн

Економія на місяць:

1320 грн − 1188 грн = 132 грн

Кількість місяців для окуплення:

Початкові витрати: 2000 грн

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Економія на місяць: 132 грн

$\frac{2000}{132} \approx 15{,}15$

Таким чином, родина окупить встановлення двозонного лічильника приблизно через 16 місяців (з урахуванням округлення до повного місяця).

101. Перенесіть у ліву частину рівняння всі доданки, що місять змінну, а в праву – усі доданки, які її не місять:

1) 5y + 11 = 5 – 3y
5y + 3y = 5 – 11
8y = -6
$y = -\frac{3}{4}$

2) 6x – 13 = 2x + 7
6x – 2x = 7 + 13
4x = 20
x = 5

3) -2m – 13 = -3m + 5
-2m + 3m = 5 + 13
m = 18

4) -1 – 4x = 17x – 8
-1 + 8 = 17x + 4x
7 = 21x
$x = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

102. Розв'яжіть рівняння:

1) -3x = -21
-3x : (-3) = -21 : (-3)
x = 7

2) -2x = 40
-2x : (-2) = 40 : (-2)
x = -20

3) 0,2x = -5
0,2x : 0,2 = -5 : 0,2
x = -25

4) 50x = -5
50x : 50 = -5 : 50
$x = -\frac{5}{50} = -\frac{1}{10}$

103. Яку остачу при діленні на 1001 дає число 1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 · 7 · 8 · 9 · 10 · 11 · 12 · 13 + 2000?

1001 = 7 · 11 · 13.

Тому перший доданок ділиться на 1001 націло, оскільки серед його множників є і 7, і 11, і 13.

Остача залежить від другого доданка. 2000 : 1001 = 1 (ост. 999).

Відповідь: 999.

§2. Лінійне рівняння з однією змінною

104. (Усно.) Яке з рівнянь є лінійним:

1) 15x = 0 – лінійне
2) $-7x = -\frac{1}{2}$ – лінійне
3) $x^2 = 2x$ – нелінійне
4) 0x = 19 – лінійне
5) $x + 3 = x^2$ - нелінійне
6) 0x = 0 – лінійне

105. (Усно.) Скільки коренів має рівняння:

1) 2x = -3 – один корінь
2) 0x = 7 – не має коренів
3) 0x = 0 – має безліч коренів

106. З'ясуйте, яке з даних рівнянь має лише один корінь, не має коренів, має безліч коренів:

1) -2x = -9 – має один корінь
2) 0x = 0 – має безліч коренів
3) 0,42x = 0 – має один корінь
4) 17 = 0x – не має жодного кореня
5) $\frac{2}{3}x = -9$ – має один корінь
6) 0x = -12 – не має жодного кореня

107. (Усно.) Розв'яжіть рівняння:

1) -2x = -12
2) 0,5x = -2,5
3) -2,5x = 7,5

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

-2x : (-2) = -12 : (-2)
x = 6

0,5x : 0,5 = -2,5 : 0,5
x = -5

-2,5x : (-2,5) = 7,5 : (-2,5)
x = 3

4) $\frac{1}{5}x = \frac{3}{10}$
$5 \cdot \frac{1}{5}x = 5 \cdot \frac{3}{10}$
$x = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

5) $\frac{4}{7}x = 1$
$\frac{7}{4} \cdot \frac{4}{7}x = \frac{7}{4} \cdot 1$
$x = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$

6) -5x = -12
-5x : (-5) = -12 : (-5)
$x = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$

108. Розв'яжіть рівняння:

1) -3x = -21
-3x : (-3) = -21 : (-3)
x = 7

2) $-2x = \frac{2}{9}$
$-2x : (-2) = \frac{2}{9} : (-2)$
$x = -\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2}$
$x = -\frac{1}{9}$

3) $-\frac{1}{5}x = -5$
$-5 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)x = -5 \cdot (-5)$
x = 25

4) 50x = 5
50x : 50 = 5 : 50
$x = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$

5) $-x = 1\frac{2}{7}$
$-x = \frac{9}{7}$
$x = -\frac{9}{7} = -1\frac{2}{7}$

6) -0,01x = 0,17
-001x : (-0,01) = 0,17 : (-0,01)
x = -17

7) $\frac{2}{9}x = -\frac{4}{27}$
$\frac{9}{2} \cdot \frac{2}{9}x = \frac{9}{2}x \cdot \left(-\frac{4}{27}\right)$
$x = -\frac{2}{3}$

8) -1,2x = -4,2
-1,2x : (-1,2) = -4,2 : (-1,2)
x = 3,5

9) $\frac{7}{8}x = 0$
$\frac{8}{7} \cdot \frac{7}{8}x = \frac{8}{7} \cdot 0$
x = 0

109. Знайдіть корінь рівняння:

1) 2x = -8
2x : 2 = -8 : 2
x = -4

2) $\frac{1}{5}x = 9$
$5 \cdot \frac{1}{5}x = 5 \cdot 9$
x = 45

3) $-3x = \frac{1}{4}$
$-3x : (-3) = \frac{1}{4} : (-3)$
$x = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$
$x = -\frac{1}{12}$

4) -10x = -5
-10x : (-10) = -5 : (-10)
$x = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

5) $\frac{2}{15}x = 0$
$\frac{15}{2} \cdot \frac{2}{15}x = \frac{15}{2} \cdot 0$
x = 0

6) 0,1x = -0,18
0,1x : 0,1 = -0,18 : 0,1
x = -1,8

110. Визначте, що має бути записано в правій частині рівняння замість пропусків, якщо відомо його корінь:

1) 8x = -72
x = -9

2) -9x = 0
x = 0

3) $\frac{3}{4}x = 9$
x = 12

111. Знайдіть корінь рівняння:

1) 7x + 14 = 0
7x = -14
x = -2

2) 0,3x – 21 = 0,5x – 23
0,3x – 0,5x = -23 + 21
-0,2x = -2
x = 10

3) 4x + 3 = 6x – 13
4x – 6x = -13 – 3
-2x = -16
x = 8

4) 5x + (3x – 7) = 9
5x + 3x – 7 = 9

5) 47 = 10 – (9x + 2)
47 = 10 – 9x – 2

6) (3x + 2) – (8x + 6) = 14
3x + 2 – 8x – 6 = 14

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

$8x - 7 = 9$
$8x = 9 + 7$
$8x = 16$
$x = 2$

$47 = 8 - 9x$
$9x = 8 - 47$
$9x = -39$
$x = -\frac{13}{3} = -4\frac{1}{3}$

$-5x - 4 = 14$
$-5x = 14 + 4$
$-5x = 18$
$x = -\frac{18}{5} = -3\frac{3}{5}$

112. Розв'яжіть рівняння:

1) $2x - 10 = 0$
$2x = 10$
$x = 5$

2) $1{,}4x - 12 = 0{,}9x + 4$
$1{,}4x - 0{,}9x = 4 + 12$
$0{,}5x = 16$
$x = 32$

3) $3x + 14 = 5x + 16$
$3x - 5x = 16 - 14$
$-2x = 2$
$x = -1$

4) $12 - (5x + 10) = -3$
$12 - 5x - 10 = -3$
$2 - 5x = -3$
$-5x = -3 - 2$
$-5x = -5$
$x = 1$

5) $6 - (8x + 11) = -1$
$6 - 8x - 11 = -1$
$-5 - 8x = -1$
$-8x = -1 + 5$
$-8x = 4$
$x = -0{,}5$

6) $(3x - 4) - (6 - 4x) = 4$
$3x - 4 - 6 + 4x = 4$
$7x - 10 = 4$
$7x = 4 + 10$
$7x = 14$
$x = 2$

113. Яке з рівнянь рівносильне рівнянню $5x - 10$:
$5x - 10 \rightarrow x = 2$

1) $x + 3 = 5$
$x = 2$ - рівносильне

2) $5 - x = 7$
$-x = 2$
$x = -2$ - нерівносильне

3) $x + 2 = x + 1$
$2 = 1$ - нерівносильне

4) $x - 7 = -5$
$x = 2$ - рівносильне

5) $x = 8 - 3x$
$4x = 8$
$x = 2$ - рівносильне

6) $4x - 7 = 4x$
$-7 = 0$ - нерівносильне

114. Чи є рівняння рівносильними?

1) $4x - x = 17$ і $3x = 17$ - рівносильні
$3x = 17$ $3x = 17$
$x = \frac{17}{3}$ $x = \frac{17}{3}$

2) $5x - 9 = 3x$ і $6x = 21$ - нерівносильні
$5x - 9 = 3x$ $6x = 21$
$2x = 9$ $x = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$

3) $2x = -12$ і $x + 6 = 0$ - рівносильні
$2x = -12$ $x + 6 = 0$
$x = -6$ $x = -6$

4) $12x = 0$ і $15x = 15$ - нерівносильні
$12x = 0$ $15x = 15$
$x = 0$ $x = 1$

115. Для якого значення x значення виразу:

1) $3x + 7$ дорівнює -2
$3x + 7 = -2$
$3x = -2 - 7$
$3x = -9$
$x = -3$

2) $4(x + 1)$ дорівнює значенню виразу $5x - 9$
$4(x + 1) = 5x - 9$
$4x + 4 = 5x - 9$
$4 = 5x - 4x - 9$
$4 = x - 9$
$x = 13$

116. Для якого значення y:

1) значення виразу $5y - 13$ дорівнює -3
$5y - 13 = -3$
$5y = -3 + 13$
$5y = 10$
$y = 2$

2) значення виразів $3(y - 2)$ і $13y - 8$ між собою рівні
$3(y - 2) = 13y - 8$
$3y - 6 = 13y - 8$
$-6 + 8 = 10y - 3y$
$2 = 10y$
$y = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

117. Розв'яжіть рівняння:

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

1) $\frac{x+1}{3} = 5$
$x + 1 = 15$
$x = 15 - 1$
$x = 14$

2) $\frac{2x-7}{5} = -1$
$2x - 7 = 5$
$2x = 5 + 7$
$2x = 12$
$x = 6$

3) $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 8$
$5x + 3x = 120$
$8x = 120$
$x = 15$

4) $\frac{x}{4} - \frac{x}{5} = 1$
$5x - 4x = 20$
$x = 20$

118. Знайдіть корінь рівняння:

1) $\frac{x-2}{4} = 1$
$x - 2 = 4$
$x = 4 + 2$
$x = 6$

2) $\frac{3x+2}{5} = 4$
$3x + 2 = 20$
$3x = 20 - 2$
$3x = 18$
$x = 6$

3) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 1$
$4x - 3x = 12$
$x = 12$

4) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10$
$3x + 2x = 60$
$5x = 60$
$x = 12$

119. Складіть лінійне рівняння, коренем якого є:

1) число -2
$x + 2 = 0$

2) число -0,2
$x + 0{,}2 = 0$

120. Складіть лінійне рівняння:

1) яке не має коренів
$0 \cdot x + 1 = 0$ або $1 = 0$

2) коренем якого є будь-яке число
$0 \cdot x = 0$ або $0 = 0$

121. Складіть лінійне рівняння, коренем якого є:

1) число -8
$x + 8 = 0$ або $2x + 16 = 0$

2) будь-яке число
$0 \cdot x = 0$ або $0 = 0$

122. Знайдіть корінь рівняння:

1) $(4x - 2) + (5x - 4) = 9 - (5 - 11x)$
$4x - 2 + 5x - 4 = 9 - 5 + 11x$
$9x - 6 = 4 + 11x$
$9x - 11x = 4 + 6$
$-2x = 10$
$x = -5$

2) $(7 - 8x) - (9 - 12x) + (5x + 4) = -16$
$7 - 8x - 9 + 12x + 5x + 4 = -16$
$2 + 9x = -16$
$9x = -16 - 2$
$9x = -18$
$x = -2$

3) $3(4x - 5) - 10(2x - 1) = 33$
$12x - 15 - 20x + 10 = 33$
$-8x - 5 = 33$
$-8x = 33 + 5$
$-8x = 38$
$x = -\frac{19}{4} = -4\frac{3}{4}$

4) $9(3(x + 1) - 2x) = 7(x + 1)$
$9(3x + 3 - 2x) = 7x + 7$
$9(x + 3) = 7x + 7$
$9x + 27 = 7x + 7$
$9x - 7x = 7 - 27$
$2x = -20$
$x = -10$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

123. Розв'яжіть рівняння:

1) $(9x - 4) + (15x - 5) = 18 - (25 - 22x)$

$9x - 4 + 15x - 5 = 18 - 25 + 22x$

$24x - 9 = -7 + 22x$

$24x - 22x = -7 + 9$

$2x = 2$

$x = 1$

2) $(10x + 6) - (9 - 9x) + (8 - 11x) = -19$

$10x + 6 - 9 + 9x + 8 - 11x = -19$

$8x + 5 = 19$

$8x = -19 - 5$

$8x = -24$

$x = -3$

3) $7(x - 1) - 3(2x + 1) = -x - 15$

$7x - 7 - 6x - 3 = -x - 15$

$x - 10 = -x - 15$

$x + x = -15 + 10$

$2x = -5$

$x = -2{,}5$

4) $5(4(x - 1) - 3x) = 9x$

$5(4x - 4 - 3x) = 9x$

$5(x - 4) = 9x$

$5x - 20 = 9x$

$5x - 9x = 20$

$-4x = 20$

$x = -5$

124. Розв'яжіть рівняння $\frac{3x-11}{4} = \frac{2x-2}{3}$ і $\frac{4y-16}{2} = \frac{6y-10}{5}$. Знайдіть добуток 10xy та дізнаєтеся рік заснування Чернівецького національного університету.

$\frac{3x-11}{4} = \frac{2x-2}{3}$

$3(3x - 11) = 4(2x - 2)$

$9x - 33 = 8x - 8$

$9x - 8x = -8 + 33$

$x = 25$

$\frac{4y-16}{2} = \frac{6y-10}{5}$

$\frac{2(2y-8)}{2} = \frac{6y-10}{5}$

$2y - 8 = \frac{6y-10}{5}$

$10y - 40 = 6y - 10$

$10y - 6y = -10 + 40$

$4y = 30$

$y = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2} = 7{,}5$

$10xy = 10 \cdot 25 \cdot 7{,}5 = 75 \cdot 25 = 1875$

125. Розв'яжіть рівняння $\frac{2x+13}{3} = \frac{6x-1}{4}$ і $\frac{3y-9}{5} = \frac{2y+6}{6}$. Знайдіть значення виразу $x + y + 1788$ та дізнаєтеся рік заснування Харківського національного університету.

$\frac{2x+13}{3} = \frac{6x-1}{4}$

$4(2x + 13) = 3(6x - 1)$

$8x + 52 = 18x - 3$

$8x - 18x = -3 - 52$

$-10x = -55$

$x = 5{,}5$

$\frac{3y-9}{5} = \frac{2y+6}{6}$

$\frac{3y-9}{5} = \frac{2(y+3)}{6}$

$\frac{3y-9}{5} = \frac{y+3}{3}$

$3(3y - 9) = 5(y + 3)$

$9y - 27 = 5y + 15$

$9y - 5y = 15 + 27$

$4y = 42$

$y = 10{,}5$

$5{,}5 + 10{,}5 + 1788 = 16 + 1788 = 1804$

126. Розв'яжіть рівняння, де x – змінна:

1) $2x + a = x + a$

$2x = x$

$2x - x = 0$

$x = 0$

2) $b + x = c - x$

$x + x = c - b$

$2x = c - b$

$x = \frac{1}{2}(c - b)$

3) $6x + 2m = x - 8m$

$6x - x = -8m - 2b$

$5x = -10m$

$x = -2m$

4) $9a + x = 3b - 2x$

$x + 2x = 3b - 9a$

$3x = 3b - 9a$

$x = b - 3a$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

127. Розв'яжіть рівняння, де x = змінна:

1) 7x + m = 2x + m
7x = 2x
7x – 2x = 0
5x = 0
x = 0

2) a + x = 2m – x
x + x = 2m – a
2x = 2m – a
$x = m - \frac{1}{2}a$

3) 3x + b = 9b – x
3x + x = 9b – b
4x = 8b
x = 2b

4) 5p + 2x = 10a – 3x
2x + 3x = 10a – 5p
5x = 10a – 5p
x = 2a – p

128. Чи є рівносильними рівняння:

1) 2x – 4 = 2 і 5(x – 3) + 1 = 3x – 8 - рівносильні
2x – 4 = 2
2x = 2 + 4
2x = 6
x = 3

5(x – 3) + 1 = 3x – 8
5x – 15 + 1 = 3x – 8
5x – 14 = 3x – 8
5x – 3x = -8 + 14
2x = 6
x = 3

2) 5x + 3 = 8 і 7(x – 2) + 20 = 4x + 3 - нерівносильні
5x + 3 = 8
5x = 8 – 3
5x = 5
x = 1

7(x – 2) + 20 = 4x + 3
7x – 14 + 20 = 4x + 3
7x + 6 = 4x + 3
7x – 4x = 3 – 6
3x = -3
x = -1

3) 5x = 0 і 0 · x = 5 - нерівносильні
5x = 0
5x : 5 = 0 : 5
x = 0

0 · x = 5
0 = 5
Розв'язку немає

4) 7x + 1 = 7x + 2 і 5(x + 1) = 5x + 5 - нерівносильні
7x + 1 = 7x + 2
1 = 2
Розв'язку немає

5(x + 1) = 5x + 5
5x + 5 = 5x + 5
x – будь-яке число

5) 0 : x = 7 і 0 · x = 7 - рівносильні
0 : x = 7
0 = 7
Розв'язку немає

0 · x = 7
0 = 7
Розв'язку немає

6) 3(x – 2) = 3x – 6 і 2(x + 7) = 2(x + 1) + 12 - рівносильні
3(x – 2) = 3x – 6
3x – 6 = 3x – 6
x – будь-яке число

2(x + 7) = 2(x + 1) + 12
2x + 14 = 2x + 2 + 12
14 = 2 + 12
14 = 14
x – будь-яке число

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

129. Для якого значення у значення виразу:

1) 5y + 7 утричі більше за значення виразу y + 5

$5y + 7 = 3(y + 5)$
$5y + 7 = 3y + 5$
$5y + 7 - 3y = 15$
$2y + 7 = 15$
$2y = 8$
$y = 4$

2) 2y – 4 на 7,4 більше за значення виразу 3 – 7y

$2y - 4 = 3 - 7y + 7,4$
$2y - 4 = 10,4 - 7y$
$2y + 7y - 4 = 10,4$
$9y - 4 = 10,4$
$9y = 14,4$
$y = 1,6$

130. Для якого значення x значення виразу:

1) 7x + 8 удвічі більше за значення виразу x + 7

$7x + 8 = 2(x + 7)$
$7x + 8 = 2x + 14$
$2x + 8 - 2x = 14$
$5x + 8 = 14$
$5x = 6$
$x = \frac{6}{5}$

2) 5x – 8 на 17,2 менше від значення виразу x + 2

$5x - 8 = (x + 2) - 17,2$
$5x - 8 = x + 2 - 17,2$
$5x - 8 = x - 15,2$
$4x - 8 = -15,2$
$4x = -15,2 + 8$
$4x = -7,2$
$x = -1,8$

131. Складіть рівняння, яке було б рівносильним рівнянню

$7(2x - 8) = 5(7x - 8) - 15x$
$14x - 56 = 35x - 40 - 15x$
$14x - 56 = 20x - 40$
$14x - 20x = 56 - 40$
$-6x = 16$
$x = 16 : (-6)$
$x = -\frac{8}{3}$

Рівносильним буде рівняння $3x + 8 = 0$
$3x + 8 = 0$
$3x = -8$
$x = -\frac{8}{3}$

132. Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| + 3 = 7$
$|x| = 7 - 3$
$|x| = 4$
$x = 4$ або $x = -4$

2) $|x| - 2 = -9$
$|x| = -9 + 2$
$|x| = -7$
Розв'язку немає

3) $2|x| - 6 = 0$
$2 \cdot |x| = 6$
$|x| = 3$
$x = 3$ або $x = -3$

4) $|x + 5| = 0$
$x + 5 = 0$
$x = -5$

5) $|7 - x| = 1$
$7 - x = 1$ або $7 - x = -1$
$x = 6$ або $x = 8$

6) $|x + 12| = -3$
Розв'язку немає

7) $|2x + 1| = 7$
$2x + 1 = 7$ або $2x + 1 = -7$
$x = 3$ або $x = -4$

8) $2(|x| - 3) = |x|$
$2 \cdot |x| - 6 = |x|$
$2 \cdot |x| - |x| = 6$
$|x| = 6$
$x = 6$ або $x = -6$

9) $\frac{1}{2}|x - 1| + 3 = 5$
$|x - 1| + 6 = 10$
$|x - 1| = 10 - 6$
$|x - 1| = 4$
$x - 1 = 4$ або $x - 1 = -4$
$x = 5$ або $x = -3$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

133. Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| - 5 = 4$
$|x| = 4 + 5$
$|x| = 9$
$x = 9$ або $x = -9$

2) $|x| + 1 = -2$
$|x| = -2 - 1$
Розв'язку немає

3) $\frac{1}{2}|x| - 4 = 0$
$|x| - 8 = 0$
$|x| = 8$
$x = 8$ або $x = -8$

4) $|2x - 1| = 0$
$2x - 1 = 0$
$2x = 1$
$x = 0{,}5$

5) $|2x - 7| = 3$
$2x - 7 = 3$ або $2x - 7 = -3$
$x = 5$ або $x = 2$

6) $4(|x| - 3) = |x|$
$4 \cdot |x| - 12 = |x|$
$4 \cdot |x| - |x| = 12$
$3 \cdot |x| = 12$
$|x| = 4$
$x = 4$ або $x = -4$

134. Для якого значення a рівняння:

1) $2ax = 16$ має корінь, що дорівнює 4
$2a \cdot 4 = 16 \rightarrow 8a = 16 \rightarrow a = \frac{16}{8} = 2$

2) $3x = a$ має корінь, що дорівнює $\frac{4}{7}$
$3 \cdot \frac{4}{7} = a \rightarrow \frac{12}{7} = a$

3) $5(a + 1)x = 40$ має корінь, що дорівнює -1
$5(a + 1)(-1) = 40 \rightarrow -5(a + 1) = 40 \rightarrow -5a - 5 = 40 \rightarrow -5a = 45 \rightarrow a = -\frac{45}{5} = -9$

135. Для якого значення b коренем рівняння:

1) $3bx = -24$ є число -4
$3b \cdot (-4) = -24$
$12b = 24 \rightarrow b = 2$

2) $(2b - 5)x = 45$ є число 3
$(2b - 5) \cdot 3 = 45 \rightarrow 6b - 15 = 45$
$6b = 45 + 15 \rightarrow 6b = 60 \rightarrow b = 10$

136. Розв'яжіть рівняння:

1) $4x + 7 = 3(x - 2) + x$
$4x + 7 = 3x - 6 + x$
$4x + 7 = 4x - 6$
$7 = -6$
Розв'язку немає

2) $2x + 5 = 2(x - 4) + 13$
$2x + 5 = 2x - 8 + 13$
$5 = -8 + 13$
$5 = 5$
x – будь-яке число

137. Знайдіть корінь рівняння:

1) $3(x - 2) + 4x = 7(x - 1) + 1$
$3x - 6 + 4x = 7x - 7 + 1$
$7x - 6 = 7x - 6$
x – будь-яке число

2) $2(x + 1) + 4x = 6(x + 3)$
$2x + 2 + 4x = 6x + 18$
$6x + 2 = 6x + 18$
$2 = 18$
Розв'язку немає

138. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{3x-1}{2} + \frac{6x+3}{11} = 10$
$11(3x - 1) + 2(6x + 3) = 220$
$33x - 11 + 12x + 6 = 220$
$45x - 5 = 220$
$45x = 220 + 5$
$45x = 225$
$x = 5$

2) $\frac{8x-3}{7} - \frac{3x+1}{10} = 2$
$10(8x - 3) - 7(3x + 1) = 140$
$80x - 30 - 21x - 7 = 140$
$59x - 37 = 140$
$59x = 140 + 37$
$59x = 177$
$x = 3$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

3) $\frac{x}{10}+\frac{2x}{5}=\frac{7x}{15}-\frac{1}{6}$

$3x + 12x = 14x - 5$

$15x = 14x - 5$

$15x - 14x = 5$

$x = -5$

4) $\frac{1+2x}{2}-\frac{3x+2}{3}=\frac{5x+4}{6}$

$3(1 + 2x) - 2(3x + 2) = 5x + 4$

$3 + 6x - 6x - 4 = 5x + 4$

$-1 = 5x + 4$

$-5x = 4 + 1$

$-5x = 5$

$x = -1$

5) $\frac{2x-3}{5}-\frac{1-x}{4}+\frac{5x+1}{20}=\frac{9x+3}{10}$

$4(2x - 3) - 5(1 - x) + 5x + 1 = 2(9x + 3)$

$8x - 12 - 5 + 5x + 5x + 1 = 18x + 6$

$18x - 16 = 18 + 6$

$-16 = 6$

Розв'язку немає

6) $\frac{3x-5}{4}-\frac{2-x}{3}+\frac{2x+5}{12}=\frac{5x-6}{4}$

$\frac{9x-15}{12}-\frac{8-4x}{12}+\frac{2x+5}{12}=\frac{15x-18}{12}$

$9x - 15 - 8 + 4x + 2x + 5 = 15x - 18$

$15x - 18 = 15x - 18$

$x = 0$

139. Знайдіть корінь рівняння:

1) $\frac{2x+1}{3}+\frac{x+7}{2}=5$

$2(2x + 1) + 3(x + 7) = 30$

$4x + 2 + 3x + 21 = 30$

$7x + 23 = 30$

$7x = 30 - 23$

$7x = 7$

$x = 1$

2) $\frac{5x-6}{12}-\frac{x-5}{8}=1$

$2(5x - 6) - 3(x - 5) = 24$

$10x - 12 - 3x + 15 = 24$

$7x + 3 = 24$

$7x = 24 - 3$

$7x = 21$

$x = 3$

3) $\frac{x}{3}+\frac{2x}{9}=\frac{5x}{6}-\frac{1}{18}$

$6x + 4x = 15x - 1$

$10x = 15x - 1$

$10x - 15x = -1$

$-5x = -1$

$x = 0{,}2$

4) $\frac{3x+1}{5}-\frac{2+x}{2}=\frac{x-8}{10}$

$2(3x + 1) - 5(2 + x) = x - 8$

$6x + 2 - 10 - 5x = x - 8$

$x - 8 = x - 8$

x – будь-яке число

140. За якого значення b рівняння мають однакові корені:

1) $4x - 3 = 5$ і $3x + b = 17$

$4x - 3 = 5$

$4x = 8$

$x = 2$

$3 \cdot 2 + b = 17$

$6 + b = 17$

$b = 11$

2) $x + b = 9$ і $2x - b = x$

$2x - x = b$

$x = b$

$b + b = 9$

$2b = 9$

$b = 4{,}5$

141. Для якого значення a рівняння мають однакові корені:

1) $2x - 3 = 7$ і $a - 3x = 9$

$2x - 3 = 7$

$2x = 10$

$x = 5$

$a - 3 \cdot 5 = 9$

$a - 15 = 9$

$a = 24$

2) $x + a = 7$ і $3x - a = 2x$

$3x - 2x = a$

$x = a$

$a + a = 7$

$2a = 7$

$a = 3{,}5$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

142. Знайдіть усі цілі значення m, для яких корінь рівняння mx = 4 є цілим числом.

Для того, щоб корінь рівняння mx = 4 був цілим числом, розв'яжемо рівняння відносно x:

$mx = 4$

$x = \frac{4}{m}$

Щоб x було цілим числом, $\frac{4}{m}$ має бути цілим числом. Це означає, що m має бути дільником числа 4.

Дільниками числа 4 є: 4, 2, 1, -1, -2, -4.

Таким чином, цілі значення m, для яких корінь рівняння mx = 4 є цілим числом, це:

m = 1, 2, 4, -1, -2, -4.

143. Знайдіть усі цілі значення b, для яких корінь рівняння bx = -6 є натуральним числом.

Для того, щоб корінь рівняння bx = -6 був натуральним числом, розв'яжемо рівняння відносно x:

$bx = -6$

$x = \frac{-6}{b}$

Щоб x було натуральним числом, $\frac{-6}{b}$ має бути натуральним числом. Натуральні числа – це додатні цілі числа (1, 2, 3…). Отже, $\frac{-6}{b}$ має бути додатнім цілим числом. Це означає, що b має бути від'ємним дільником числа -6, оскільки від'ємне число, поділене на від'ємне, дає додатне число.

Дільники числа -6: -1, -2, -3, -6.

Таким чином цілі значення b, для яких корінь рівняння bx = -6 є натуральним числом це:

b = -1, -2, -3, -6.

144. Для якого значення a не має коренів рівняння:

1) $(a - 1)x = 5$

Рівняння $(a - 1)x = 5$ не матиме розв'язків, якщо $(a - 1) = 0$, оскільки в цьому випадку ліворуч буде нуль, а праворуч 5, що неможливо:

$a - 1 = 0$

$a = 1$

Отже, при a = 1 рівняння не має коренів.

2) $(a + 3)x = a - 2$

Рівняння $(a + 3)x = a - 2$ не матиме розв'язків, якщо $a + 3 = 0$, оскільки в цьому випадку ліворуч буде нуль, а праворуч a – 2, що не дорівнює нулю (окрім випадку a = 2, але ми розглядаємо умову $a + 3 = 0$):

$a + 3 = 0$

$a = -3$

Отже, при a = -3 рівняння не має коренів.

3) $(a - 4)x = a - 4$

Розглянемо два випадки для цього рівняння.

1. Якщо a – 4 не дорівнює 0, то ми можемо поділити обидві сторони рівняння на a – 4:

$x = 1$

2. Якщо $a - 4 = 0$, тобто a = 4, то рівняння перетворюється на 0x = 0, що є тотожною рівністю і має нескінченну кількість розв'язків.

Таким чином, це рівняння завжди має розв'язки для всіх значення a.

145. Для якого значення b не має розв'язків рівняння:

1) $(b + 1)x = 6$

Рівняння $(b + 1)x = 6$ не матиме розв'язків, якщо $b + 1 = 0$, оскільки в цьому випадку ліворуч буде нуль, а праворуч 6, що неможливо:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$b + 1 = 0$
$b = -1$
Отже, при $b = -1$ рівняння не має коренів.
2) $(b - 3)x = b$
Розглянемо випадок, коли $b - 3 = 0$. Тоді:
$b - 3 = 0$
$b = 3$
У цьому випадку рівняння стає:
$0x = 3$
Це рівняння не має розв'язків, оскільки 0 не може дорівнювати 3. Таким чином, при $b = 3$ рівняння не має коренів.
3) $(b + 1)x = b + 1$
Розглянемо два випадки для цього рівняння:
1. Якщо $b + 1$ не дорівнює 0, то ми можемо поділити обидві сторони рівняння на $b + 1$:
$x = 1$
2. Якщо $b + 1 = 0$, тобто $b = -1$, то рівняння перетворюється на $0x = 0$, що є тотожною рівністю і має нескінченну кількість розв'язків.
Отже, це рівняння завжди має розв'язки для всіх значень b, крім випадку $b = -1$, де існує нескінченна кількість розв'язків.

146. Для якого значення m будь-яке число є коренем рівняння:
1) $(m - 1)x = 1 - m$
Розглянемо випадок, коли рівняння стає тотожністю, тобто ліворуч і праворуч завжди будуть однакові вирази, незалежно від x.
Для цього:
$(m - 1)x = 1 - m$
$(m - 1)x = -(m - 1)$
Можемо винести $m - 1$ як спільний множник:
$(m - 1)(x + 1) = 0$
Щоб це рівняння було тотожним, $m - 1$ повинно дорівнювати нулю:
$m - 1 = 0$
$m = 1$
При $m = 1$ рівняння стає $0 \cdot x = 0$, що є тотожністю, і будь-яке x є коренем рівняння.
2) $m(m + 2)x = (m + 2)$
Аналогічно, щоб будь-яке x було коренем рівняння, потрібно, щоб вираз ліворуч завжди дорівнював виразу праворуч.
$m(m + 2)x = (m + 2)$
Можемо винести $m + 2$ як спільний множник:
$(m + 2)(mx - 1) = 0$
Щоб це рівняння було тотожним, $m + 2$ повинно дорівнювати нулю:
$m + 2 = 0$
$m = -2$
При $m = -2$ рівняння стає $0 \cdot x = 0$, що є тотожністю, і будь-яке x є коренем рівняння.
3) $(m - 3)x = 5$
Розглянемо випадок, коли рівняння стає тотожністю, тобто ліворуч і праворуч завжди будуть однакові вирази, незалежно від x. Однак у цьому рівнянні праворуч є константа 5, тому рівняння не може бути тотожністю, оскільки ліворуч від x буде залежати.
$(m - 3)x = 5$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

Для будь-якого числа x бути коренем, необхідно, щоб m−3дорівнювало нулю, оскільки це єдина можливість, коли рівняння стає незалежним від x:
m – 3 = 0
m = 3
Але при m = 3 рівняння стає 0 · x = 5, що неможливо, оскільки 0 не може дорівнювати 5.
Отже, немає значення mmm, при якому будь-яке число є коренем цього рівняння.

147. Для якого значення a має безліч коренів рівняння:

1) (a + 2)x = 2 + a
Розглянемо випадок, коли рівняння стає тотожністю, тобто ліворуч і праворуч завжди будуть однакові вирази, незалежно від x.
(a + 2)x = 2 + a
(a + 2)x = a + 2
Можемо винести a + 2 як спільний множник:
(a + 2)(x − 1) = 0
Щоб це рівняння було тотожністю, a + 2 повинно дорівнювати нулю:
a + 2 = 0
a = −2
При a = −2 рівняння стає 0 · x = 0, що є тотожністю, і будь-яке x є коренем рівняння.
Отже, при a = −2 рівняння має безліч коренів.

2) (a – 3)x = 9
Щоб рівняння (a – 3)x = 9 мало безліч коренів, потрібно, щоб ліворуч було завжди нуль, а праворуч - також завжди нуль. Розглянемо рівняння:
(a – 3)x = 9
Для того, щоб це рівняння було тотожністю, необхідно, щоб a−3=0 і при цьому ліворуч і праворуч були однакові вирази. Але 0 · x = 9 неможливо, оскільки 0 не може дорівнювати 9.
Отже, немає значення a, при якому це рівняння має безліч коренів.

3) a(a – 4)x = 4 – a
Щоб рівняння a(a – 4)x = 4 – a мало безліч коренів, потрібно, щоб ліворуч і праворуч завжди були однакові вирази, незалежно від x. Розглянемо рівняння:
a(a – 4)x = 4 – a
Для того, щоб це рівняння було тотожністю, необхідно, щоб a(a–4)=0 і при цьому ліворуч і праворуч були однакові вирази. Винесемо спільний множник:
(a(a–4))(x+1)=0
Щоб це рівняння було тотожністю, a(a–4) повинно дорівнювати нулю:
a(a–4)=0
Це відбувається, коли a=0 або a=4.
Якщо a = 0, то рівняння стає 0 · x = 4, що неможливо.
Якщо a = 4, то рівняння стає 0 · x = 0, що є тотожністю, і будь-яке x є коренем рівняння.
Отже, при a=4рівняння має безліч коренів.

148. Розв’яжіть рівняння, де x – змінна.

1) (b + 1)x = 7
$x = \frac{7}{b+1}$, b + 1 ≠ 0
$x = \frac{7}{b+1}$, b ≠ -1

2) (5 – b)x = b – 5
$x = \frac{b-5}{5-b}$, 5 – b ≠ 0
$x = \frac{b-5}{5-b}$, b ≠ 5
$x = \frac{-(5-b)}{5-b}$, b ≠ 5
x = -1, b ≠ 5

3) (|b| - 2)x = b + 2
$x = \frac{b+2}{|b|-2}$, |b| - 2 ≠ 0
$x = \frac{b+2}{|b|-2}$, b ≠ 2, b ≠ -2

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

149. Розв'яжіть рівняння:

1) $|x| + 4x = 15$

$x + 4x = 15$, $x \geq 0$ або $-x + 4x = 15$, $x < 0$

$x = 3$, $x \geq 0$ або $x = 5$, $x < 0$

$x = 3$

2) $|7x| - x = 24$

$7x - x = 24$, $x \geq 0$ або $7(-x) - x = 24$, $x < 0$

$x = 4$, $x \geq 0$ або $x = -3$, $x < 0$

$x = 4$ або $x = -3$

150. Знайдіть значення виразу:

1) $4a + 12b + 8a$, якщо $a = -13$; $b = 13$.

$4 \cdot (-13) + 12 \cdot 13 + 8 \cdot (-13) = -52 + 156 - 104 = 0$

2) $(3x - 2x)(5m + 4m)$, якщо $x = 1\frac{8}{9}$; $m = -1\frac{1}{2}$.

$$\left(3 \cdot 1\frac{8}{9} - 2 \cdot 1\frac{8}{9}\right)\left(5 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right) + 4 \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)\right) = \left(3 \cdot \frac{17}{9} - 2 \cdot \frac{17}{9}\right) \cdot \left(5 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)\right) =$$

$$\left(\frac{17}{3} - \frac{34}{9}\right) \cdot \left(-\frac{15}{2} - 2 \cdot 3\right) = \frac{17}{9} \cdot \left(-\frac{15}{2} - 6\right) = \frac{17}{9} \cdot \left(-\frac{27}{2}\right) = -17 \cdot \frac{3}{2} = -\frac{51}{2} = -25\frac{1}{2}$$

151. Знайдіть число, якщо:

1) 15% його дорівнюють 300

$300 : 0{,}15 = 2000$

2) 11% його дорівнюються 28,16

$28{,}16 : 0{,}11 = 256$

152. Зведіть подібні доданки:

1) $7x - 2y + 3x + 17y = 7x + 3x - 2y + 17y = 10x + 15y$

2) $-5{,}2 + 17a + 4{,}9 - 12a = -5{,}2 + 4{,}9 + 17a - 12a = -0{,}3 + 5a$

3) $-5x + 7 - 2y + 5x - 12y = -5x + 5x + 7 - 2y - 12y = 7 - 14y$

4) $5\frac{1}{2}p - 2\frac{5}{6}a + 7\frac{1}{2}p + 4\frac{1}{3}a = \frac{11}{2}p - \frac{17}{6}a + \frac{15}{2}p + \frac{13}{3}a = 13p + \frac{9}{6}a = 13p + 1\frac{1}{2}a$

153. Розкрийте дужки і спростіть вираз:

1) $a - (a - (2a - 8)) = a - (a - 2a + 8) = a - (-a + 8) = a + a - 8 = 2a - 8$

2) $5m - ((n - m) + 3n) = 5m - (n - m + 3n) = 5m - (4n - m) = 5m - 4n + m = 6m - 4n$

3) $15a - (2a - (3a - (a + 1))) = 15a - (2a - (3a - a - 1))) = 15a - (2a - (2a - 1)) = 15a - (2a - 2a + 1) = 15a - 1$

4) $b - (b - ((b - a) - 2a)) = b - (b - (b - a - 2a)) = b - (b - (b - 3a)) = b - (b - b + 3a) = b - 3a$

154. Добова доза вітаміну С для дорослої людини становить 0,05 г. У 100 г ягід малини міститься майже 25 мг вітаміну С (1 мг = 0,001 г).

1) Визначте, скільки грамів вітаміну С міститься в 1 кг ягід малини.

25 мг = 0,025 г

1 кг = 1000 г

$\frac{0{,}025}{100} \cdot 1000 = 0{,}25$ (г) – вітаміну С в 1 кг ягід малини.

2) Скільки добових доз вітаміну С може замінити дорослій людині споживання 1 кг ягід малини?

$\frac{0{,}25}{0{,}05} = 5$ – добових доз.

155. Одне число на 6 менше від другого. Менше із чисел позначено через x. Виразіть через x друге число.

Якщо одне число на 6 менше від другого, і менше з чисел позначено через x, то друге число буде на 6 більше за x, тобто $x + 6$.

156. Одне число в 4 рази більше за друге. Менше із чисел позначено через x. Виразіть через x друге число.

Якщо одне число в 4 рази більше за друге, і менше з чисел позначено через x, то друге число буде більше за x і буде становити 4x.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

157. На двох клумбах разом росте 62 тюльпани, до того ж на одній клумбі на 6 тюльпанів менше, ніж на другій. Скільки тюльпанів росте на кожній клумбі?

Позначимо кількість тюльпанів на першій клумбі через x, а на другій - (x – 6).

За умовою задачі, на двох клумбах разом росте 62 тюльпани:

$x + (x – 6) = 62$

$2x – 6 = 62$

$2x = 68$

$x = 68 : 2$

$x = 34$ (тюльпанів) - на першій клумбі

$x – 6 = 34 – 6 = 28$ (тюльпанів) - на другій клумбі

Відповідь. на першій клумбі росте 34 тюльпани, а на другій - 28 тюльпанів.

158. Відомо, що $x + y = 13$. Для яких натуральних значень x і y вираз xy набуває найбільшого значення?

Щоб знайти найбільше значення виразу xy, де x і y є натуральними числами і задовольняють рівнянню $x + y = 13$, спробуємо різні комбінації цих чисел.

Позначимо $x = a$ і $y = 13 – a$, де a є натуральним числом. Тоді вираз xy стає $a(13 – a)$.

Розглянемо значення a від 1 до 12 (оскільки x і y мають бути натуральними і сума їх дорівнює 13):

При $a = 1$: $y = 13 – 1 = 12$, тоді $xy = 1 \cdot 12 = 12$

При $a = 2$: $y = 13 – 2 = 11$, тоді $xy = 2 \cdot 11 = 22$

При $a = 3$: $y = 13 – 3 = 10$, тоді $xy = 3 \cdot 10 = 30$

При $a = 4$: $y = 13 – 4 = 9$, тоді $xy = 4 \cdot 9 = 36$

При $a = 5$: $y = 13 – 5 = 8$, тоді $xy = 5 \cdot 8 = 40$

При $a = 6$: $y = 13 – 6 = 7$, тоді $xy = 6 \cdot 7 = 42$

При $a = 7$: $y = 13 – 7 = 6$, тоді $xy = 7 \cdot 6 = 42$

При $a = 8$: $y = 13 – 8 = 5$, тоді $xy = 8 \cdot 5 = 40$

При $a = 9$: $y = 13 – 9 = 4$, тоді $xy = 9 \cdot 4 = 36$

При $a = 10$: $y = 13 – 10 = 3$, тоді $xy = 10 \cdot 3 = 30$

При $a = 11$: $y = 13 – 11 = 2$, тоді $xy = 11 \cdot 2 = 22$

При $a = 12$: $y = 13 – 12 = 1$, тоді $xy = 12 \cdot 1 = 12$

Отже, максимальне значення xy досягається при $a = 6$ або $a = 7$, коли $xy = 42$.

Отже, для натуральних значень x і y, які задовольняють $x + y = 13$, максимальне значення виразу xy дорівнює 42 і досягається при $x = 6$ і $y = 7$ або навпаки.

§3. Розв'язування задач за допомогою лінійних рівнянь. Рівняння як математична модель задачі

159. (Усно.) Одне число на 30 більше за інше. Менше з них позначено через x. Виразіть через x більше із цих чисел.

Більше з цих чисел буде $x + 30$.

160. (Усно.) Одне додатне число у 4 рази більше за інше. Менше з них позначено через x. Виразіть через x більше із цих чисел.

Більше з цих чисел буде $4x$.

161. На одній клумбі росте x кущів троянд, а на іншій – утричі більше. Виразіть через x кількість кущів троянд, що ростуть на другій клумбі.

Кількість кущів троянд на другій клумбі буде $3x$.

162. (Усно.) Відстань, що дорівнює x км, велосипедистка долає за 3 год. Виразіть через x швидкість її руху.

Швидкість руху велосипедистки можна знайти, поділивши відстань на час. Таким чином, швидкість буде $\frac{x}{3}$ км/год.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

163. (Усно.) Перше число позначили через x, а друге число становить чверть від першого. Виразіть друге число через x.

Друге число буде становити чверть від першого, тобто $\frac{1}{4}x$.

164. Перше число дорівнює x, а друге число становить 60% від першого. Виразіть через x друге число.

Друге число буде становити 60% від першого, тобто 0,6x.

165. (Усно.) Сума довжин двох відрізків дорівнює 16 см. Довжина одного з них x см. Виразіть через x довжину другого відрізка.

Довжина другого відрізка буде дорівнювати 16 – x см.

166. (Усно.) Власна швидкість човна дорівнює 24 км/год, а швидкість течії – x км/год. Виразіть через x швидкість човна за течією і проти течії.

Швидкість човна за течією буде дорівнювати сумі власної швидкості човна і швидкості течії, тобто 24 + x км/год.

Швидкість човна проти течії буде дорівнювати різниці власної швидкості човна і швидкості течії, тобто 24 − x км/год.

167. Загадали число. Якщо від нього відняти 7 і одержаний результат поділити на 9, то матимемо 12. Яке число загадали?

Нехай загадане число буде x.

Складемо рівняння на основі умови:

$\frac{x-7}{9} = 12$

Помножимо обидві частини рівняння на 9, щоб позбутися знаменника:

$x - 7 = 108$

Додамо 7 до обох частин рівняння:

$x = 115$

Отже, загадане число дорівнює 115.

168. Знайдіть число, половина якого разом з його третиною дорівнює 40.

Нехай це число буде x.

Тоді половина цього числа – це $\frac{x}{2}$, а третина цього числа – це $\frac{x}{3}$.

За умовою, половина числа разом з його третиною дорівнює 40:

$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 40$

Щоб розв'язати це рівняння, знайдемо спільний знаменник для дробів, що дорівнює 6:

$\frac{3x}{6} + \frac{2x}{6} = 40$

$\frac{5x}{6} = 40$

$5x = 240$

$x = 48$

Отже, шукане число дорівнює 48.

169. У двох цистернах разом 64 т пального, причому в першій на 4 т менше, ніж у другій. Скільки тонн пального в кожній цистерні?

Нехай кількість пального в першій цистерні дорівнює x тонн, а в другій — x + 4 тонн.

Згідно з умовою, загальна кількість пального в обох цистернах дорівнює 64 тонни:

$x + (x + 4) = 64$

$2x + 4 = 64$

$2x = 60$

$x = 30$

Отже, в першій цистерні 30 тонн пального, а в другій цистерні 30 + 4 = 34 тонни пального.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

170. В автопарку вантажівок у 6 разів більше, ніж легковиків. Скільки легковиків в автопарку, якщо їх разом з вантажівками налічується 91?

Нехай кількість легковиків в автопарку дорівнює x.

Оскільки вантажівок в 6 разів більше, ніж легковиків, то кількість вантажівок дорівнює 6x.

Разом легковики і вантажівки складають 91 одиницю техніки:

$x + 6x = 91$

$7x = 91$

$x = \frac{91}{7} = 13$

Отже, в автопарку 13 легковиків.

171. Одне з двох додатних чисел утричі більше за інше. Знайдіть ці числа, якщо їхня різниця дорівнює 32.

Нехай одне з чисел дорівнює x, а інше — 3x, оскільки одне число утричі більше за інше.

За умовою, різниця між цими числами дорівнює 32:

$3x - x = 32$

$2x = 32$

$x = \frac{32}{2} = 16$

Отже, одне число дорівнює 16, а інше число дорівнює $3 \cdot 16 = 48$.

Тож, ці числа — 16 і 48.

172. Бабусі разом з мамою 99 років. Скільки років кожній з них, якщо бабуся старша за маму на 25 років?

Нехай вік мами дорівнює x років.

Тоді вік бабусі дорівнює x + 25 років.

Згідно з умовою, сумарний вік бабусі і мами дорівнює 99 років:

$x + (x + 25) = 99$

$2x + 25 = 99$

$2x = 74$

$x = 37$

Отже, вік мами дорівнює 37 років, а вік бабусі $37 + 25 = 62$ роки.

173. Сума двох чисел 240, а їх відношення дорівнює 5 : 7. Знайдіть ці числа.

Нехай два числа дорівнюють 5x і 7x, де x — це спільний множник.

Сума цих чисел дорівнює 240:

$5x + 7x = 240$

$12x = 240$

$x = \frac{240}{12} = 20$

Тепер знайдемо самі числа:

Перше число: $5x = 5 \cdot 20 = 100$

Друге число: $7x = 7 \cdot 20 = 140$

Отже, ці числа — 100 і 140.

174. Різниця двох чисел 36, а їх відношення дорівнює 7 : 4. Знайдіть ці числа.

Нехай два числа дорівнюють 7x і 4x, де x — це спільний множник.

Згідно з умовою, різниця цих чисел дорівнює 36:

$7x - 4x = 36$

$3x = 36$

$x = \frac{36}{3} = 12$

Тепер знайдемо самі числа:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Перше число: $7x = 7 \cdot 12 = 84$
Друге число: $4x = 4 \cdot 12 = 48$
Отже, ці числа — 84 і 48.

175. Периметр трикутника дорівнює 20 дм. Дві його сторони між собою рівні, і кожна з них на 1 дм більша за третю. Знайдіть сторони трикутника.

Нехай довжина третьої сторони трикутника дорівнює x дм.
Оскільки дві сторони між собою рівні і кожна з них на 1 дм більша за третю, довжини рівних сторін будуть x + 1 дм.
Сума всіх трьох сторін дорівнює периметру трикутника, тобто 20 дм:
$x + (x + 1) + (x + 1) = 20$
$x + x + 1 + x + 1 = 20$
$3x = 18$
$x = \frac{18}{3} = 6$
Отже, довжина третьої сторони дорівнює 6 дм.
Тоді довжини рівних сторін будуть:
$x + 1 = 6 + 1 = 7$ дм
Таким чином, сторони трикутника дорівнюють 6 дм, 7 дм і 7 дм.

176. За два дні було продано 384 кг бананів, причому другого дня продали $\frac{3}{5}$ від того, що продали першого. Скільки кілограмів бананів продали першого дня і скільки – другого?

Нехай кількість бананів, проданих першого дня, дорівнює x кг.
Тоді кількість бананів, проданих другого дня, дорівнює $\frac{3}{5}x$ кг.
Сума проданих бананів за два дні дорівнює 384 кг:
$x + \frac{3}{5}x = 384$
$\frac{8}{5}x = 384$
$x = 384 \cdot \frac{5}{8}$
$x = 240$
Отже, продано першого дня 240 кг бананів.
Тепер знайдемо кількість бананів, проданих другого дня:
$\frac{3}{5} \cdot 240 = 144$
Таким чином, продано першого дня 240 кг бананів, а другого дня — 144 кг бананів.

177. Група студентів за другий день подолала $\frac{7}{8}$ від тієї відстані, яку подолала першого дня. Скільки кілометрів подолали студенти першого дня і скільки – другого, якщо за перший день було подолано на 3 км більше, ніж за другий?

Нехай відстань, подолана студентами першого дня, дорівнює x км.
Відповідно, відстань, подолана студентами другого дня, дорівнює $\frac{7}{8}x$ км.
За умовою, відстань першого дня була на 3 км більше, ніж відстань другого дня:
$x = \frac{7}{8}x + 3$
$x - \frac{7}{8}x = 3$
$\frac{1}{8}x = 3$
$x = 3 \cdot 8$
$x = 24$
Отже, студенти подолали першого дня 24 км.
Тепер знайдемо відстань, подолану другого дня:

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

$\frac{7}{8} \cdot 24 = 21$

Таким чином, студенти подолали першого дня 24 км, а другого дня — 21 км.

178. Бабуся ліпила вареники протягом двох годин. За другу годину вона виліпила на 5% більше вареників, ніж за першу. Скільки вареників виліпила бабуся за першу годину і скільки – за другу, якщо за другу годину вона виліпила на 3 вареники більше, ніж за першу?

Нехай кількість вареників, які бабуся виліпила за першу годину, дорівнює x вареників. Тоді кількість вареників, які вона виліпила за другу годину, дорівнює x + 3 вареників, оскільки за другу годину вона виліпила на 3 вареники більше, ніж за першу.

За умовою, друга кількість вареників на 5% більше від першої:

$x + 3 = x + 0{,}05x$

$x + 3 = 1{,}05x$

$3 = 0{,}05x$

$x = \frac{3}{0{,}05} = 60$

Отже, бабуся виліпила 60 вареників за першу годину.

Тепер знайдемо кількість вареників за другу годину:

$x + 3 = 60 + 3 = 63$

Таким чином, бабуся виліпила 60 вареників за першу годину і 63 вареники за другу годину.

179. За пральну машину та її підключення заплатили 11 760 грн. Вартість підключення становить 5% від вартості машини. Скільки коштує пральна машина?

Нехай вартість пральної машини дорівнює x грн.

Вартість підключення становить 5% від вартості машини, тобто 0,05x грн.

Згідно з умовою, загальна вартість пральної машини та її підключення дорівнює 11 760 грн:

$x + 0{,}05x = 11760$

$1{,}05x = 11760$

$x = \frac{11760}{1{,}05}$

$x = 11200$

Отже, вартість пральної машини дорівнює 11 200 грн.

180. За 2 год мотоцикліст долає таку саму відстань, що й велосипедистка за 5 год. Швидкість мотоцикліста на 27 км/год більша за швидкість велосипедистки. Знайдіть швидкість кожного з них.

Нехай швидкість велосипедистки x км/год, тоді швидкість мотоцикліста (x + 27) км/год.

Складаємо рівняння:

$5x = 2(x + 27)$

$5x = 2x + 54$

$3x = 54$

$x = 54 : 3$

x = 18 (км/год) – швидкість велосипедистки;

18 + 27 = 45 (км/год) – швидкість мотоцикліста.

Відповідь: 18 км/год і 45 км/год.

181. Ящик з апельсинами на 3 кг важчий за ящик з лимонами. Яка маса кожного з них, якщо маса чотирьох ящиків з апельсинами така сама, як маса п’яти ящиків з лимонами?

Нехай маса одного ящика з апельсинами дорівнює a кг, а маса одного ящика з лимонами дорівнює l кг.

Згідно з умовою, ящик з апельсинами важчий за ящик з лимонами на 3 кг:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$a = l + 3$

Також, маса чотирьох ящиків з апельсинами дорівнює масі п'яти ящиків з лимонами:

$4a = 5l$

Тепер підставимо $a = l + 3$ у рівняння $4a = 5l$:

$4(l + 3) = 5l$

$4l + 12 = 5l$

$12 = l$

Знайдемо масу ящика з апельсинами:

$a = l + 3 = 12 + 3 = 15$

Отже, маса ящика з апельсинами дорівнює 15 кг, а маса ящика з лимонами дорівнює 12 кг.

182. З міста до села турист ішов зі швидкістю 4 км/год, а повертався назад зі швидкістю 3 км/год. На весь шлях він витратив 7 год. Знайдіть відстань від міста до села.

Нехай відстань від міста до села дорівнює d км.

Турист йшов до села зі швидкістю 4 км/год, тому час, витрачений на шлях до села, дорівнює: $\frac{d}{4}$ год. Турист повертався назад зі швидкістю 3 км/год, тому час, витрачений на шлях назад, дорівнює: $\frac{d}{3}$ год.

Згідно з умовою, загальний час витрачений на подорож в обидва боки дорівнює 7 годин:

$\frac{d}{4} + \frac{d}{3} = 7$

Щоб розв'язати це рівняння, знайдемо спільний знаменник для дробів, який дорівнює 12:

$\frac{3d}{12} + \frac{4d}{12} = 7$

$\frac{7d}{12} = 7$

$7d = 84$

$d = \frac{84}{7} = 12$

Отже, відстань від міста до села дорівнює 12 км.

183. Периметр прямокутника дорівнює 36 см, причому одна з його сторін на 4 см більша зі іншу. Знайдіть сторони прямокутника та його площу.

Нехай сторони прямокутника дорівнюють a і b, де одна зі сторін на 4 см більша за іншу. Припустимо, що a>b. Тоді:

$a = b + 4$

Периметр прямокутника дорівнює 36 см. Формула для периметра прямокутника:

$2(a + b) = 36$

$a + b = 18$

$(b + 4) + b = 18$

$2b + 4 = 18$

$2b = 14$

$b = 14 : 2 = 7$

Тепер знайдемо a:

$a = b + 4 = 7 + 4 = 11$

Отже, сторони прямокутника дорівнюють 7 см і 11 см.

Знайдемо площу прямокутника:

$S = a \cdot b = 11 \cdot 7 = 77$ см²

Таким чином, сторони прямокутника дорівнюють 7 см і 11 см, а його площа — 77 см².

184. Під час літніх канікул Сергій прочитав удвічі більше оповідань, ніж Костя. Проте протягом вересня Костя встиг прочитати ще 24 оповідання, після чого виявилося, що

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

хлопці прочитали однакову кількість оповідань. Скільки оповідань прочитав кожен з хлопців до початку навчального року?

Позначимо кількість оповідань, які прочитав Костя під час літніх канікул, через x.

Оскільки Сергій прочитав удвічі більше оповідань, ніж Костя, то Сергій прочитав 2x оповідань.

Протягом вересня Костя прочитав ще 24 оповідання. Таким чином, загальна кількість оповідань, прочитаних Костею, стала x + 24.

Відомо, що після цього хлопці прочитали однакову кількість оповідань. Отже, загальна кількість оповідань, прочитаних Сергієм, дорівнює загальній кількості оповідань, прочитаних Костею:

$2x = x + 24$

$2x - x = 24$

Таким чином, Костя прочитав x = 24 оповідань під час літніх канікул.

Тоді Сергій прочитав:

$2x = 2 \cdot 24 = 48$

Отже, до початку навчального року Костя прочитав 24 оповідання, а Сергій - 48 оповідань.

185. У Марійки було втричі більше грошей, ніж в Олі. Після того як Марійка витратила 18 грн, грошей у дівчат стало порівну. Скільки грошей мала кожні з дівчат спочатку?

Позначимо кількість грошей, яку мала Оля, через x.

Тоді Марійка мала втричі більше грошей, ніж Оля, тобто 3x.

Після того як Марійка витратила 18 грн, у неї залишилося 3x−18 гривень.

За умовою, після цього у дівчат стало порівну грошей, тобто:

$3x - 18 = x$

$3x - x = 18$

$2x = 18$

$x = 9$

Таким чином, Оля мала x=9 гривень спочатку.

Марійка мала:

$3x = 3 \cdot 9 = 27$ гривень спочатку.

Отже, спочатку Оля мала 9 гривень, а Марійка — 27 гривень.

186. Мережа кондитерських до річниці свого відкриття дарувала відвідувачам набори солодощів торгових марок «Добре», «Солодко» та «Смачно». Наприкінці святкування з'ясувалося, що наборів «Солодко» було подаровано на 12 більше, ніж наборів «Добре», а наборів «Смачно» - на 31 більше, ніж «Солодко». По скільки наборів кожної марки було подаровано, якщо відвідувачів було 430 і кожен з них отримав по одному набору?

Позначимо кількість подарованих наборів «Добре» через x.

Тоді кількість наборів «Солодко» була на 12 більше, ніж «Добре», тобто:

$x + 12$

Кількість наборів «Смачно» була на 31 більше, ніж «Солодко», тобто:

$(x + 12) + 31 = x + 43$

За умовою, загальна кількість подарованих наборів становить 430:

$x + (x + 12) + (x + 43) = 430$

$x + x + 12 + x + 43 = 430$

$3x + 55 = 430$

$3x = 375$

$x = 125$

Отже, кількість подарованих наборів «Добре» дорівнює 125.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Кількість наборів «Солодко»:
$x + 12 = 125 + 12 = 137$
Кількість наборів «Смачно»:
$x + 43 = 125 + 43 = 168$
Отже, було подаровано 125 наборів «Добре», 137 наборів «Солодко» і 168 наборів «Смачно».

187. Одна сторона трикутника на 9 см менша від другої і вдвічі менша від третьої. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 105 см.
Позначимо довжину однієї з сторін трикутника через x. За умовою, друга сторона на 9 см довша, ніж перша, тобто: $x + 9$.
Третя сторона вдвічі довша від першої, тобто: $2x$.
Периметр трикутника дорівнює 105 см, отже, сума довжин усіх сторін дорівнює 105 см:
$x + (x + 9) + 2x = 105$
$x + x + 9 + 2x = 105$
$4x + 9 = 105$
$4x = 96$
$x = 24$
Отже, довжина першої сторони трикутника дорівнює 24 см.
Друга сторона дорівнює:
$x + 9 = 24 + 9 = 33$ см
Третя сторона дорівнює:
$2x = 2 \cdot 24 = 48$ см
Таким чином, сторони трикутника мають довжини 24 см, 33 см і 48 см.

188. Чи можна розкласти 68 банок консервів у три ящики так, щоб у другому ящику було вдвічі більше банок, ніж у першому, а в третьому – на 3 банки менше, ніж у першому?
Позначимо кількість банок консервів у першому ящику через x.
Тоді в другому ящику буде вдвічі більше банок, ніж у першому, тобто: $2x$.
В третьому ящику буде на 3 банки менше, ніж у першому, тобто: $x - 3$.
Загальна кількість банок дорівнює 68, тому можемо записати рівняння:
$x + 2x + (x - 3) = 68$
$x + 2x + x - 3 = 68$
$4x - 3 = 68$
$4x = 71$
$x = 17{,}75$
Оскільки кількість банок повинна бути цілим числом, розподілити 68 банок консервів у три ящики за вказаними умовами неможливо.

189. Чи можна 90 книжок розмістити на трьох полицях так, щоб на третій було на 3 книжки більше, ніж на другій, і на 5 книжок менше, ніж на першій?
Позначимо кількість книжок на першій полиці через x.
Тоді кількість книжок на третій полиці буде на 5 менше, ніж на першій, тобто: $x-5$.
Кількість книжок на третій полиці буде на 3 більше, ніж на другій, тобто: $y+3$.
Отже, кількість книжок на другій полиці:
$y = (x - 5) - 3 = x - 8$
За умовою, загальна кількість книжок дорівнює 90:
$x + y + (x - 5) = 90$
$x + (x - 8) + (x - 5) = 90$
$x + x - 8 + x - 5 = 90$
$3x - 13 = 90$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

$3x = 103$
$x = 34,33$
Оскільки кількість книжок повинна бути цілим числом, розмістити 90 книжок на трьох полицях за вказаними умовами неможливо.

190. Батькові зараз – 38 років, а його синові – 10. Через скільки років батько буде втричі старший за сина?
Позначимо кількість років, через які батько буде втричі старший за сина, через x.
Через x років батькові буде $38 + x$ років, а синові буде $10 + x$ років.
За умовою, через x років батько буде втричі старший за сина:
$38 + x = 3(10 + x)$
$38 + x = 30 + 3x$
$38 = 30 + 2x$
$8 = 2x$
$x = 4$
Отже, через 4 роки батько буде втричі старший за сина.

191. На одній ділянці кущів аґрусу втричі більше, ніж на другій. Якщо з першої ділянки пересадити 12 кущів на другу, то кущів аґрусу на обох ділянках стане порівну. Скільки кущів аґрусу росте на кожній ділянці?
Позначимо кількість кущів аґрусу на другій ділянці через x.
Тоді на першій ділянці кущів втричі більше, ніж на другій, тобто 3x.
Якщо з першої ділянки пересадити 12 кущів на другу, то кущів на обох ділянках стане порівну. Тобто:
$3x - 12 = x + 12$
$3x - x - 12 = 12$
$2x - 12 = 12$
$2x = 24$
$x = 12$
Отже, на другій ділянці 12 кущів аґрусу.
На першій ділянці:
$3x = 3 \cdot 12 = 36$ кущів аґрусу.
Таким чином, на першій ділянці 36 кущів аґрусу, а на другій ділянці 12 кущів аґрусу.

192. У двох корпусах пансіонату проживала однакова кількість відпочивальників. У зв'язку з проведенням ремонту було вирішено переселити 24 відпочивальники з першого корпусу до другого, після чого кількість відпочивальників у першому корпусі стала в 4 рази меншою, ніж у другому. По скільки відпочивальників проживало в кожному корпусі до початку ремонтних робіт?
Позначимо кількість відпочивальників у кожному корпусі через x.
Після переселення 24 відпочивальників з першого корпусу до другого, кількість відпочивальників у першому корпусі стала $x - 24$, а в другому корпусі – $x + 24$.
За умовою, кількість відпочивальників у першому корпусі стала в 4 рази меншою, ніж у другому, тобто:
$x - 24 = \frac{1}{4}(x + 24)$
$4(x - 24) = x + 24$
$4x - 96 = x + 24$
$4x - x - 96 = 24$
$3x - 96 = 24$
$3x = 120$
$x = 40$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

Отже, в кожному корпусі до початку ремонтних робіт проживало по 40 відпочивальників.

193. У двох мішках цукру було порівну. Після того як з першого мішка пересипали 8 кг до другого, у ньому стало вдвічі менше цукру, ніж у другому. По скільки кілограмів цукру було в кожному мішку спочатку?

Позначимо кількість цукру в кожному мішку спочатку через x кг.

Після пересипання 8 кг з першого мішка до другого, кількість цукру в кожному мішку стане такою:

У першому мішку: $x - 8$ кг

У другому мішку: $x + 8$ кг

За умовою, після пересипання цукру в першому мішку стало вдвічі менше, ніж у другому. Тобто:

$$x - 8 = \frac{1}{2}(x + 8)$$

$2(x - 8) = x + 8$

$2x - 16 = x + 8$

$2x - x - 16 = 8$

$x - 16 = 8$

$x = 24$

Отже, спочатку в кожному мішку було по 24 кг цукру.

194. На 440 гривень було придбано 25 зошитів у клітинку і лінійку. Вартість зошита в лінійку – 17 грн, а в клітинку – 18 грн. По скільки зошитів кожного виду придбали?

Позначимо кількість зошитів у клітинку через x, а кількість зошитів у лінійку через y.

Відомо, що загальна кількість зошитів дорівнює 25:

$x + y = 25$

Вартість зошита в лінійку – 17 грн, а зошита в клітинку – 18 грн. Загальна вартість зошитів становить 440 грн:

$18x + 17y = 440$

$y = 25 - x$

$18x + 17(25 - x) = 440$

$18x + 425 - 17x = 440$

$x + 425 = 440$

$x = 15$

Тепер знаходимо y з першого рівняння:

$y = 25 - x = 25 - 15 = 10$

Отже, було придбано 15 зошитів у клітинку і 10 зошитів у лінійку.

195. Для свята придбали 12 коробок цукерок по 55 грн та по 62,5 грн за одиницю, усього на суму 697,5 грн. По скільки коробок кожного виду придбали?

Позначимо кількість коробок цукерок по 55 грн за одиницю через x, а кількість коробок по 62,5 грн за одиницю через y.

Маємо такі умови:

Загальна кількість коробок дорівнює 12:

$x + y = 12$

Загальна вартість коробок дорівнює 697,5 грн:

$55x + 62,5y = 697,5$

$y = 12 - x$

$55x + 62,5(12 - x) = 697,5$

$55x + 750 - 62,5x = 697,5$

$-7,5x + 750 = 697,5$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$-7{,}5x = 697{,}5 - 750$
$-7{,}5x = -52{,}5$
$x = 7$
Знайдемо y з першого рівняння:
$y = 12 - x = 12 - 7 = 5$
Отже, було придбано 7 коробок цукерок по 55 грн за одиницю і 5 коробок по 62,5 грн за одиницю.

196. Старовинна грецька задача. У Піфагора запитали: «Скільки учнів навчається у твоїй школі?». На що він відповів: «Половина всіх моїх учнів вивчає математику, чверть — музику, сьома частина мовчить, і, окрім того, є ще три жінки». Скільки учнів навчалося в школі Піфагора?
Позначимо загальну кількість учнів у школі Піфагора через N.
Відомо, що:
Половина учнів вивчає математику: $\frac{1}{2}N$
Чверть учнів вивчає музику: $\frac{1}{4}N$
Сьома частина учнів мовчить: $\frac{1}{7}N$
Окрім того, є ще три жінки: 3
Всі учні разом становлять:
$\frac{1}{2}N + \frac{1}{4}N + \frac{1}{7}N + 3 = N$
Щоб вирішити це рівняння, спочатку знайдемо спільний знаменник для дробів. Найменший спільний кратний для 2, 4 і 7 — це 28. Тому перетворимо дроби так, щоб у всіх був спільний знаменник:
$\frac{14}{28}N + \frac{7}{28}N + \frac{4}{28}N + 3 = N$
$\frac{25}{28}N + 3 = N$
$3 = N - \frac{25}{28}N$
$3 = \frac{3}{28}N$
$N = \frac{3 \cdot 28}{3}$
$N = 28$
Отже, в школі Піфагора навчалося 28 учнів.

197. Маса бідона з молоком становить 25 кг і ще половину його маси. Яка маса бідона з молоком?
Позначимо масу бідона з молоком через M.
Відомо, що маса бідона з молоком дорівнює 25 кг плюс половина маси бідона з молоком.
Отже:
$M = 25 + \frac{1}{2}M$
$M - \frac{1}{2}M = 25$
$\frac{1}{2}M = 25$
$M = 50$
Отже, маса бідона з молоком становить 50 кг.

198. $\frac{1}{4}$ від одного числа дорівнює $\frac{2}{3}$ від другого. Знайдіть ці числа, якщо їхня сума дорівнює 66.
Позначимо перше число через x, а друге число через y.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

$\frac{1}{4}x = \frac{2}{3}y$
$x + y = 66$
$x = \frac{2}{3} \cdot 4y$
$x = \frac{8}{3}y$
$\frac{8}{3}y + y = 66$
$\frac{8}{3}y + \frac{3}{3}y = 66$
$\frac{11}{3}y = 66$
$11y = 198$
$y = \frac{198}{11} = 18$
$x = \frac{8}{3} \cdot 18 = 48$

Отже, перше число дорівнює 48, а друге число дорівнює 18.

199. 60% від одного числа дорівнюють 45% від другого. Знайдіть ці числа, якщо їхня сума дорівнює 210.

Позначимо перше число через x, а друге число через y.

$0{,}6x = 0{,}45y$
$x + y = 210$
$x = \frac{0{,}45}{0{,}6}y$
$x = \frac{45}{60}y$
$x = \frac{3}{4}y$
$\frac{3}{4}y + y = 210$
$\frac{3}{4}y + \frac{4}{4}y = 210$
$\frac{7}{4}y = 210$
$7y = 840$
$y = 840 : 7 = 120$
$x = \frac{3}{4} \cdot 120 = 90$

Отже, перше число дорівнює 90, а друге число дорівнює 120.

200. Човен витратив на шлях за течією 2,5 год, а проти течії – 3,6 год. Відстань, яку проплив човен за течією, виявилася на 7,6 км меншою, ніж відстань, яку він проплив проти течії. Знайдіть власну швидкість човна, якщо швидкість течії дорівнює 2 км/год.

Позначимо власну швидкість човна через v км/год, а швидкість течії через u = 2 км/год.

Спочатку знайдемо відстань, яку човен проплив за течією і проти течії.

Відстань за течією = $(v + u) \cdot 2{,}5$
Відстань проти течії = $(v - u) \cdot 3{,}6$

Оскільки відстань за течією на 7,6 км менша, ніж відстань проти течії, можемо записати рівняння:

$(v + 2) \cdot 2{,}5 = (v - 2) \cdot 3{,}6 - 7{,}6$
$2{,}5v + 5 = 3{,}6v - 7{,}2 - 7{,}6$
$2{,}5v + 5 = 3{,}6v - 14{,}8$
$5 + 14{,}8 = 3{,}6v - 2{,}5v$
$19{,}8 = 1{,}1v$
$v = 18$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

Отже, власна швидкість човна дорівнює 18 км/год.

201. Катер за течією річки плив 1,6 год, а проти течії – 2,5 год. Відстань, яку подолав катер проти течії, виявилася на 6,2 км більшою, ніж відстань, яку подолав катер за течією. Знайдіть швидкість течії, якщо власна швидкість катера дорівнює 16 км/год.

Позначимо швидкість течії річки через u км/год.

Власна швидкість катера v = 16 км/год.

Відстань за течією = $(v + u) \cdot 1,6$

Відстань проти течії = $(v - u) \cdot 2,5$

Відомо, що відстань, подолана проти течії, на 6,2 км більша, ніж відстань, подолана за течією:

$(v - u) \cdot 2,5 = (v + u) \cdot 1,6 + 6,2$

$(16 - u) \cdot 2,5 = (16 + u) \cdot 1,6 + 6,2$

$40 - 2,5u = 25,6 + 1,6u + 6,2$

$40 - 2,5u = 31,8 + 1,6u$

$40 - 31,8 = 2,5u + 1,6u$

$8,2 = 4,1u$

$u = 2$

Отже, швидкість течії річки дорівнює 2 км/год.

202. З пункту А до пункту В зі швидкістю 12 км/год виїхав велосипедист. Через 3 год з пункту В до пункту А виїхала мотоциклістка зі швидкістю 45 км/год. Скільки годин до зустрічі з мотоцикліскою їхав велосипедист, якщо відстань від А до В становить 235,5 км? На якій відстані від пункту А відбулася їхня зустріч?

Позначимо час, протягом якого велосипедист їхав до зустрічі з мотоцикліскою, як t годин. Мотоциклістка виїхала через 3 години після велосипедиста.

Під час t годин, велосипедист проїде відстань 12t. Мотоциклістка виїхала через 3 години, тому вона їхатиме $t - 3$ годин і за цей час проїде відстань $45(t - 3)$.

Знаємо, що разом ці відстані повинні дорівнювати загальному відстані між пунктами:

$12t + 45(t - 3) = 235,5$

$12t + 45t - 135 = 235,5$

$57t - 135 = 235,5$

$57t = 370,5$

$t = 6,5$

Отже, велосипедист їхав до зустрічі з мотоцикліскою 6,5 годин.

Відстань до зустрічі = $12 \cdot 6,5 = 78$ км

Отже, зустріч відбулася на відстані 78 км від пункту А.

203. З котеджного містечка в напрямку залізничної станції зі швидкістю 14 км/год виїхала велосипедистка, а через 2 год після неї звідти ж, але в протилежному напрямку зі швидкістю 4 км/год вийшов пішохід. Через скільки годин після свого виходу пішохід буде на відстані 73 км від велосипедистки? На якій відстані від котеджного містечка в цей час він знаходитиметься?

Позначимо час, через який пішохід буде на відстані 73 км від велосипедистки, як t годин.

Відстань, яку проїде велосипедистка = $14 \cdot (t + 2)$

Відстань, яку проїде пішохід = $4 \cdot t$

$14 (t + 2) + 4t = 73$

$14t + 28 + 4t = 73$

$18t + 28 = 73$

$18t = 45$

$t = 2,5$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Отже, пішохід буде на відстані 73 км від велосипедистки через 2,5 години після свого виходу.
Відстань пішохода = $4 \cdot 2{,}5 = 10$ км
Отже, пішохід буде на відстані 10 км від котеджного містечка через 2,5 години після свого виходу.

204. Перший кавун на 5 кг легший за другий і утричі легший за третій. Перший і третій кавуни разом удвічі важчі за другий. Знайдіть масу кожного кавуна.
Позначимо маси кавунів такими змінними:
Маса першого кавуна: x кг
Маса другого кавуна: y кг
Маса третього кавуна: z кг
Згідно з умовами задачі, маємо такі рівняння:
Перший кавун на 5 кг легший за другий:
$x = y - 5$
Перший кавун утричі легший за третій:
$x = \frac{1}{3}z$ або $z = 3x$
Перший і третій кавуни разом удвічі важчі за другий:
$x + z = 2y$
$x + 3x = 2y$
$4x = 2y$
$y = 2x$
$x = 2x - 5x$
$-x = -5$
$x = 5$
$y = 2x = 2 \cdot 5 = 10$
$z = 3x = 3 \cdot 5 = 15$
Отже, маси кавунів такі: перший кавун: 5 кг; другий кавун: 10 кг; третій кавун: 15 кг.

205. Під час підготовки до олімпіади з математики Іван розв'язав на 3 задачі менше, ніж Оксана, і у 2 рази менше, ніж Сергій. При цьому Іван і Сергій разом розв'язали у 2,1 рази більше задач, ніж Оксана. Яку кількість задач розв'язав кожен з учнів, готуючись до олімпіади?
1) Нехай Іван розв'язав x задач, Оксана – y, а Сергій – z. Відомо:
$x = y - 3$
$x = \frac{1}{2}z$
$x + z = 2{,}1y$
2) $3x = y - 3$ і $x = \frac{1}{2}z$ маємо:
$z = 2x$
3) Підставимо в $x + z = 2{,}1y$:
$x + 2x = 2{,}1y$
$3x = 2{,}1y$
$x = \frac{2{,}1}{3}y$
4) $3x = y - 3$ і $x = \frac{2{,}1}{3}y$:
$\frac{2{,}1}{3}y = y - 3$
$\frac{2{,}1y - 3y}{3} = -3$
$-0{,}9y = -9$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

y = 10

5) Знайдемо x і z:

x = y – 3 = 10 – 3 = 7

z = 2x = 2 · 7 = 14

Отже, Іван розв'язав 7 задач, Оксана – 10 задач, а Сергій – 14 задач.

206. Обчисліть:

1) $-3\frac{1}{4}\cdot 3\frac{9}{13}=-\frac{13}{4}\cdot\frac{48}{13}=-12$

2) $-3\frac{1}{7}\cdot\left(-1\frac{3}{11}\right)=-\frac{22}{7}\cdot\left(-\frac{14}{11}\right)=2\cdot 2=4$

3) $5\frac{1}{3}\cdot\left(-1\frac{1}{2}\right)=\frac{16}{3}\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)=-8$

4) $-2\frac{4}{5}:1\frac{1}{15}=-\frac{14}{5}:\frac{16}{15}=-\frac{14}{5}\cdot\frac{15}{16}=-7\cdot\frac{3}{8}=-\frac{21}{8}=-2\frac{5}{8}$

5) $-2\frac{1}{31}:\left(-31\frac{1}{2}\right)=-\frac{63}{31}:\left(-\frac{63}{2}\right)=\frac{63}{31}\cdot\frac{2}{63}=\frac{1}{31}\cdot 2=\frac{2}{31}$

6) $\frac{7}{9}:(-14)=\frac{7}{9}\cdot\frac{1}{14}=-\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{2}=-\frac{1}{18}$

207. Скільки відсотків становить:

1) число 7 від числа 28

$\frac{7}{28}\cdot 100\%=0{,}25\cdot 100\%=25\%$

2) число 2,7 від числа $3\frac{3}{5}$

$3\frac{3}{5}=3+\frac{3}{5}=\frac{15}{5}+\frac{3}{5}=\frac{18}{5}$

$\frac{2{,}7}{\frac{18}{5}}\cdot 100\%=\frac{2{,}7\cdot 5}{18}\cdot 100\%=\frac{13{,}5}{18}\cdot 100\%\approx 0{,}75\cdot 100\%=75\%$

208. Поясніть, чому не мають розв'язків рівняння:

1) 0 · x = 15

За будь-якого значення x, 0 · x =0. Тому неможливо, щоб 0 · x дорівнювало 15. Це рівняння не має жодного розв'язку.

2) x + 8 = x

x + 8 – x = x – x

8 = 0

Це неможливо, оскільки 8 ніколи не дорівнює 0. Тому рівняння не має розв'язків.

3) y – 2 = y + 3

y – 2 – y = y + 3 – y

−2 = 3

Це також неможливо, оскільки -2 ніколи не дорівнює 3. Тому рівняння не має розв'язків.

4) 7 – m = 2 – m

7 – m + m = 2 – m + m

7=2

Це неможливо, оскільки 7 ніколи не дорівнює 2. Тому рівняння не має розв'язків.

5) 0 · x = 13

Ділення на 0 не визначене в математиці. Жодне значення x не задовольняє рівняння 0 : x = 13, тому рівняння не має розв'язків.

6) 3(x + 1) = 3x

3x + 3 = 3x

3x + 3 − 3x = 3x − 3x

3=0

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Це неможливо, оскільки 3 ніколи не дорівнює 0. Тому рівняння не має розв'язків.

209. Знайдіть усі значення a, для яких рівняння ax = -8 має:

1) додатний корінь

Нехай $x > 0$. Тоді рівняння виглядає так:

$ax = -8$

Щоб це рівняння мало додатний корінь x, коефіцієнт a повинен бути від'ємним. Це пояснюється тим, що для від'ємного a і додатного x, добуток ax буде від'ємним, що відповідає правій частині рівняння -8.

Отже, для додатного кореня x:

$a < 0$

2) від'ємний корінь

Нехай $x < 0$. Тоді рівняння виглядає так:

$ax = -8$

Щоб це рівняння мало від'ємний корінь x, коефіцієнт a повинен бути додатним. Це пояснюється тим, що для додатного a і від'ємного x, добуток ax буде від'ємним, що відповідає правій частині рівняння -8.

Отже, для від'ємного кореня x:

$a > 0$

210. На автомагістралі встановлено дорожній знак, який вказує, що швидкість на найближчій ділянці шляху 10 км завдовжки не має перевищувати 50 км/год. Водій подолав цю ділянку за 10 хв. Чи порушив він правила дорожнього руху на цій ділянці шляху?

$10 \text{ хв} = \frac{10}{60} \text{ год} = \frac{1}{6} \text{ год}$

$v = \frac{10}{\frac{1}{6}} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ км/год}$

Оскільки середня швидкість водія (60 км/год) перевищує максимально допустиму швидкість (50 км/год), водій порушив правила дорожнього руху на цій ділянці шляху.

211. Мама, тато та двоє їхніх дітей мають переправитися човном на протилежний берег річки. Маса тата – 75 кг, мами – 60 кг, дітей – по 38 кг. Як їм скористатися човном, якщо він витримує масу до 80 кг і кожен у цій сім'ї вміє веслувати?

Крок 1: Двоє дітей (38 кг + 38 кг = 76 кг) переправляються на інший берег.
Крок 2: Один із дітей повертається назад (38 кг).
Крок 3: Мама переправляється на інший берег (60 кг).
Крок 4: Другий дитина повертається назад (38 кг).
Крок 5: Двоє дітей знову переправляються на інший берег (76 кг).
Крок 6: Один із дітей повертається назад (38 кг).
Крок 7: Тато переправляється на інший берег (75 кг).
Крок 8: Другий дитина повертається назад (38 кг).
Крок 9: Двоє дітей остаточно переправляються на інший берег (76 кг).

Домашня самостійна робота №1

1. Коренем якого рівняння є число 8?

А. $x : 4 = 3$

$8 : 4 = 2$

Це рівняння не підходить, оскільки $2 \neq 3$.

Б. $x - 9 = 1$

$8 - 9 = -1$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Це рівняння не підходить, оскільки $-1 \neq 1$.

В. $x + 7 = 15$

$8 + 7 = 15$

Це рівняння підходить, оскільки $15 = 15$.

Г. $2x = 10$

$2 \cdot 8 = 16$

Це рівняння не підходить, оскільки $16 \neq 10$.

2. Яке з рівнянь є лінійним?

А. $4x^2 = 5$

Це рівняння є квадратним, оскільки ступінь змінної x дорівнює 2.

Б. $x + 7 = x^2$

Це рівняння є квадратним, оскільки воно містить x^2.

В. $3x + x^2 = 0$

Це рівняння є квадратним, оскільки воно містить x^2.

Г. $2x = 0$

Це рівняння є лінійним, оскільки ступінь змінної x дорівнює 1.

3. Яке з рівнянь не має коренів?

А. $7x = 0$

Це рівняння має один корінь $x = 0$.

Б. $0x = 7$

Жодне значення x не задовольняє це рівняння, оскільки $0 \cdot x = 0$, а не 7. Це рівняння не має коренів.

В. $0x = 0$

Будь-яке значення x задовольняє це рівняння, оскільки $0 \cdot x = 0$. Це рівняння має безліч коренів.

Г. $7x = 7$

Це рівняння має один корінь $x = 1$.

4. Знайдіть корінь рівняння $0{,}3x - 1{,}5 = 0$

А. 5 Б. -5 В. $\frac{1}{5}$ Г. $-\frac{1}{5}$

$0{,}3x - 1{,}5 + 1{,}5 = 0 + 1{,}5$

$0{,}3x = 1{,}5$

$x = 5$

5. Яке з рівнянь рівносильне рівнянню $3x - 8 = 10$?

$3x - 8 + 8 = 10 + 8$

$3x = 18$

$x = 6$

А. $2x = -12$, $x = -6$ | Б. $x + 7 = 1$, $x = -6$ | **В. $5x = 30$**, $x = 6$ | Г. $x - 9 = 3$, $x = 12$

6. На одній з полиць книжок утричі більше, ніж на іншій. Скільки книжок на цій полиці, якщо разом на двох полицях 48 книжок?

А. 12 Б 16 В. 30 **Г. 36**

Позначимо кількість книжок на меншій полиці як x. Тоді кількість книжок на більшій полиці буде 3x.

Разом книжок на обох полицях:

$x + 3x = 4x$

Відомо, що разом 48 книжок:

$4x = 48$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

x = 12

Кількість книжок на більшій полиці:

3x = 3 · 12 = 36

Отже, кількість книжок на більшій полиці — 36.

7. Укажіть рівняння, коренем якого є будь-яке число.

А. 12x = -8

Рівняння має один корінь

Б. 2(x – 1) = 2x

Це рівняння не має розв'язків.

В. 2(x – 1) = 2x – 2

Рівняння є ідентичним для будь-якого x.

Г. 2x = 2x – 2

Це рівняння не має розв'язків.

8. Знайдіть корінь рівняння $\frac{x+2}{5} + \frac{x-2}{10} = \frac{1}{2}$.

2(x + 2) + x – 2 = 5

2x + 4 + x – 2 = 5

3x + 2 = 5

3x = 5 – 2

3x = 3

x = 1

А. 0 **Б. 1** В. 2 Г. 5

9. Розв’яжіть рівняння |2x - 5| = 7. Якщо рівняння має один корінь, укажіть його у відповіді; якщо рівняння має більше ніж один корінь, у відповіді вкажіть їхню суму.

Розв'язок першого рівняння:

2x – 5 = 7

2x = 12

x = 6

Розв'язок другого рівняння:

2x – 5 = –7

2x = –2

x = –1

Сума коренів: 6 + (–1) = 5

А. 7 Б. 6 В. -1 **Г. 5**

10. Знайдіть найменше ціле значення a, при якому коренем рівняння ax = 8 є ціле число.

А. 4 Б. 1 **В. -8** Г. -16

x = 2 x = 8 x = -1 $x = -\frac{1}{2}$

11. Для якого значення a рівняння (a + 3)x = a(a – 3) не має розв’язків?

А. немає таких значень a

Б. -3 В. 0 Г. 3

12. 80% від одного числа дорівнюють $\frac{2}{7}$ від другого. Знайдіть менше із цих чисел, якщо їхня сума дорівнює 76.

Нехай x і y — ці два числа. Згідно з умовою, маємо:

$0{,}8x = \frac{2}{7}y$

x + y = 76

Вирішимо перше рівняння для y:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$y = \frac{7 \cdot 0{,}8x}{2}$

$y = 2{,}8x$

Підставимо це вираз для y у друге рівняння:

$x + 2{,}8 = 76$

$3{,}8x = 76$

$x = 20$

Знайдемо y:

$y = 76 - x$

$y = 76 - 20$

$y = 56$

Перевіряємо умову:

$0{,}8 \cdot 20 = 16$

$\frac{2}{7} \cdot 56 = 16$

Оскільки обидві умови задовольняються, менше з чисел — 20.

А. 30 Б. 24 В. 22 **Г. 20**

13. У першому кошику яблук на 6 менше, ніж у другому, й удвічі менше, ніж у третьому. Всього у трьох кошиках разом 62 яблука. Встановіть відповідність між питаннями до задачі (1-3) та відповідями до них (А-Г).

Питання:

1. Скільки яблук у першому кошику? x = 14
2. Скільки яблук у другому кошику? x + 6 = 14 + 6 = 20
3. Скільки яблук у третьому кошику? 2x = 2 · 14 = 28

Відповіді:

А. 28 ябл.

Б. 20 ябл.

В. 16 ябл.

Г. 14 ябл.

1 – Г, 2 – Б, 3 – А

Завдання для перевірки знань до §§1-3

1. Чи є число 4 коренем рівняння:

1) x + 7 = 10

4 + 7 = 11 (не корінь)

2) 3x = 12

3 · 4 = 12 (корінь)

2. Яке з рівнянь є лінійними:

1) 5x = -2 - лінійне

2) $x^2 = 7$ - квадратне

3) 7 : x = 7 – не лінійне

4) 0x = 0 – ідентичне рівняння, не лінійне

3. Скільки коренів має рівняння:

1) -3x = 5 – 1 корінь

2) 0x = 7 – не має коренів

4. Розв'яжіть рівняння:

1) -4x = 12

-4x : (-4) = 12 : (-4)

x = -3

2) 0,2x – 1,2 = 0

0,2x = 1,2

x = 6

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

5. Чи рівносильні рівняння: $3x - 2 = x + 8$ і $2(x - 3) = x - 1$?

1) $3x - 2 = x + 8$
$3x - x - 2 = 8$
$2x = 10$
$x = 5$

2) $2(x - 3) = x - 1$
$2x - 6 = x - 1$
$2x - x - 6 = -1$
$x = 5$

Обидва рівняння мають один і той же розв'язок $x = 5$, отже вони є рівносильними.

6. У першому кошику удвічі більше грибів, ніж у другому. Скільки грибів у кожному кошику, якщо у двох кошиках разом 78 грибів?

Позначимо кількість грибів у другому кошику як x. Тоді в першому кошику буде $2x$ грибів.
Всього грибів у двох кошиках разом:
$x + 2x = 78$
$3x = 78$
$x = 26$
Тоді кількість грибів у першому кошику:
$2x = 2 \cdot 26 = 52$
Отже, у другому кошику 26 грибів, а в першому кошику 52 гриби.

7. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{2x+1}{5} + \frac{3x-2}{4} = 2$
$4(2x + 1) + 5(3x - 2) = 40$
$8x + 4 + 15x - 10 = 40$
$23x - 6 = 40$
$23x = 40 + 6$
$23x = 46$
$x = 2$

2) $5x - (x + 5) = 4(x - 2)$
$5x - x - 5 = 4x - 8$
$4x - 5 = 4x - 8$
$-5 = -8$
Розв'язку немає

8. Човен за течією плив 3,5 год, а проти течії 4,2 год. Відстань, яку проплив човен за течією, на 9,8 км більша за відстань, яку проплив човен проти течії. Знайдіть власну швидкість човна, якщо швидкість течії дорівнює 2 км/год.

Нехай власна швидкість човна дорівнює v км/год. Швидкість течії дорівнює 2 км/год.
Швидкість човна за течією: $v + 2$ км/год
Швидкість човна проти течії: $v - 2$ км/год
Відстань, яку човен проплив за течією (за 3,5 год):
$d1 = (v + 2) \cdot 3,5$
Відстань, яку човен проплив проти течії (за 4,2 год):
$d2 = (v - 2) \cdot 4,2$
Відомо, що відстань за течією на 9,8 км більша за відстань проти течії:
$d1 = d2 + 9,8$
$(v + 2) \cdot 3,5 = (v - 2) \cdot 4,2 + 9,8$
$3,5v + 7 = 4,2v - 8,4 + 9,8$
$3,5v + 7 = 4,2v + 1,4$
$7 = 0,7v + 1,4$
$5,6 = 0,7v$
$v = 8$
Отже, власна швидкість човна дорівнює 8 км/год.

Додаткові завдання

9. Розв'яжіть рівняння $|4x - 3| = 5$.

$4x - 3 = 5$
$x = 2$

$4x - 3 = -5$
$x = -0,5$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

10. Знайдіть усі цілі значення a, для яких корінь рівняння ax = -6 є цілим числом.
-6, 6, -3, 3, -2, 2, -1, 1.

11. З міста до села вийшов пішохід зі швидкістю 4 км/год. Через 2 год з села до міста вирушила велосипедистка зі швидкістю 16 км/год. Скільки годин до зустрічі з пішоходом їхала велосипедистка, якщо відстань від села до міста дорівнює 38 км?
Позначимо час, через який велосипедистка зустріне пішохода, як t годин.
Пішохід вийшов з міста на 2 години раніше, ніж велосипедистка. За ці 2 години пішохід пройшов:
4 км/год · 2 год = 8 км
Таким чином, коли велосипедистка вирушила, пішохід був на відстані:
38 км − 8 км = 30 км від села.
Обчислимо час, за який велосипедистка наздожене пішохода. Нехай t — час, за який велосипедистка наздожене пішохода. Тоді:
Пішохід за цей час пройде 4t км.
Велосипедистка за цей час пройде 16t км.
Сумарна відстань, яку пройде пішохід і велосипедистка разом, дорівнює 30 км (відстань, яка залишилась до зустрічі):
4t + 16t = 30
20t = 30
t = 1,5 год
Отже, велосипедистка їхала 1,5 години до зустрічі з пішоходом.

Вправи для повторення розділу 1

До §1

212. Чи є число -5 коренем рівняння:
1) x + 3 = 2 – ні
-5 + 3 = -2 ≠ 2
2) 2 – x = 7 – так
2 – (-5) = 2 + 5 = 7 = 7
3) x : 5 = 1 – ні
-5 : 5 = -1 ≠ 1
4) 4x = -20 – так
4 · (-5) = -20 = -20

213. Доведіть, що кожне із чисел 2, -3 і 0 є коренем рівняння x(x – 2)(x + 3) = 0.
1) Підставимо x = 2:
2(2 − 2)(2 + 3) = 2 · 0 · 5 = 0
Отже, число 2 є коренем рівняння.
2) Підставимо x = −3:
−3(−3 − 2)(−3 + 3) = −3 · (−5) · 0 = 0
Отже, число -3 є коренем рівняння.
3) Підставимо x=0:
0(0 − 2)(0 + 3) = 0 · (−2) · 3 = 0
Отже, число 0 є коренем рівняння.
Таким чином, кожне з чисел 2, -3 і 0 є коренем рівняння x(x − 2)(x + 3) = 0.

214. З'ясуйте, чи є рівносильними рівняння:
1) |x| = 2 і x(x + 2) = 0
|x| = 2
x = 2 або x = -2
x(x + 2) = 0

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

$x = 0$ або $x = -2$

Множини розв'язків не збігаються, тому рівняння не рівносильні.

2) $|x| = 4$ і $x^2 = 16$

$|x| = 4$

$x = 4$ або $x = -4$

$x^2 = 16$

$x = 4$ або $x = -4$

Множини розв'язків збігаються, тому рівняння рівносильні.

215. Чи є правильним твердження: «Якщо кожен корінь одного рівняння є коренем іншого, то ці рівняння рівносильні?

Ні, це твердження не є правильним. Для рівносильності двох рівнянь необхідно, щоб множини їх розв'язків були однаковими, тобто кожен корінь одного рівняння був коренем іншого і навпаки. Твердження ж говорить тільки про односторонній зв'язок, тобто якщо кожен корінь одного рівняння є коренем іншого, це не обов'язково означає, що кожен корінь іншого рівняння є коренем першого.

До §2

216. Укажіть кількість коренів рівняння:

1) $7x = -12$ – один корінь

2) $0x = 0$ – нескінченна кількість коренів

3) $-3x = -17$ – один корінь

4) $0x = -8$ – не має коренів

217. Розв'яжіть рівняння:

1) $-\frac{2}{3}x = 6$

$-\frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)x = -\frac{3}{2} \cdot 6$

$x = -3 \cdot 3$

$x = -9$

2) $\frac{4}{7}x = -\frac{16}{21}$

$\frac{7}{4} \cdot \frac{4}{7}x = \frac{7}{4} \cdot \left(-\frac{16}{21}\right)$

$x = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$

3) $\frac{x-1}{7} = 3$

$x - 1 = 21$

$x = 21 + 1$

$x = 22$

4) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 15$

$3x + 2x = 90$

$5x = 90$

$x = 18$

5) $4{,}7x - 2 = 4{,}5x + 3$

$4{,}7x - 4{,}5x = 3 + 2$

$0{,}2x = 5$

$x = 25$

6) $2x - 3 - (3x - 2) = -8$

$2x - 3 - 3x + 2 = -8$

$-x - 1 = -8$

$-x = -8 + 1$

$-x = -7$

$x = 7$

218. Знайдіть корінь рівняння:

1) $10(2x - 7) - 5(4x - 2) = -60$

$20x - 70 - 20x + 10 = -60$

$-60 = -60$

Розв'язку немає

2) $3(5x - 4) - (15x - 2) = 9$

$15x - 12 - 15x + 2 = 9$

$-10 = 9$

Розв'язку немає

3) $\frac{3x+1}{7} + \frac{2x+1}{5} = 2$

$5(3x + 1) + 7(2x + 1) = 70$

$15x + 5 + 14x + 7 = 70$

$29x + 12 = 70$

$29x = 70 - 12$

$29x = 58$

$x = 2$

4) $\frac{2x+1}{3} - \frac{7-x}{6} = \frac{5x-3}{2}$

$2(2x + 1) - (7 - x) = 3(5x - 3)$

$4x + 2 - 7 + x = 15x - 9$

$5x - 5 = 15x - 9$

$5x - 15x = -9 + 5$

$-10x = -4$

$x = \frac{2}{5} = 0{,}4$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

219. Для якого значення a:

1) рівняння $ax = 8$ не має коренів

Для рівняння $ax = 8$ розв'язок існує тоді і тільки тоді, коли коефіцієнт a не дорівнює нулю. Тобто:

Якщо $a \neq 0$, то рівняння має єдиний корінь $x = \frac{8}{a}$.

Якщо $a = 0$, то рівняння стає $0 \cdot x = 8$, що є суперечливим, оскільки $0 \cdot x$ ніколи не може дорівнювати 8.

Отже, рівняння $ax = 8$ не має коренів, якщо $a = 0$.

2) коренем рівняння $(a + 3)x = a + 3$ є будь-яке число

Для того, щоб рівняння $(a + 3)x = a + 3$ мало будь-яке число як корінь, необхідно, щоб рівняння було істинним для всіх значень x. Це відбувається, коли обидві сторони рівняння завжди рівні незалежно від значення x.

Якщо $a + 3 \neq 0$, то рівняння можна переписати як:

$x = \frac{a+3}{a+3} = 1$

Це рівняння має єдиний корінь x=1, а не будь-яке число.

Якщо $a + 3 = 0$, то рівняння стає:

$0 \cdot x = 0$

Це рівняння є істиною для будь-якого x.

Отже, рівняння $(a + 3)x = a + 3$ має будь-яке число як корінь, якщо $a = -3$.

220. Розв'яжіть рівняння $(a - 1)x = 8$ відносно змінної x.

$(a - 1)x = 8$

$x = \frac{8}{a-1}$

До §3

221. На станції техобслуговування за 3 дні відремонтували x автівок. Виразіть через x кількість відремонтованих автівок на день, якщо щодня ремонтували однакову кількість автівок.

Щоб виразити кількість відремонтованих автівок на день через x, скористаємося тим, що за 3 дні було відремонтовано x автівок, а щодня ремонтували однакову кількість автівок.

Позначимо кількість відремонтованих автівок на день як k. Оскільки протягом трьох днів було відремонтовано xxx автівок, маємо:

$3 \cdot k = x$

$k = \frac{x}{3}$

Отже, кількість відремонтованих автівок на день дорівнює $\frac{x}{3}$.

222. Периметр прямокутника дорівнює 36 см, причому його довжина вдвічі більша за ширину. Знайдіть сторони прямокутника та його площу.

Периметр прямокутника дорівнює 36 см, причому його довжина вдвічі більша за ширину. Знайдіть сторони прямокутника та його площу.

Нехай ширина прямокутника дорівнює x см, тоді довжина – 2x см, а півпериметр – (36 см : 2) = 18 см. Складаємо рівняння:

$x + 2x = 18$

$3x = 18$

$x = 6$ (см) – ширина прямокутника;

$2 \cdot 6 = 12$ (см) – довжина прямокутника;

$6 \cdot 12 = 72$ (см²) – площа прямокутника.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Відповідь: 6 см, 12 см, 72 см^2.

223. За 7 олівців і 3 ручки заплатили 50 грн 85 коп. Скільки коштує один олівець, якщо він дешевший за ручку на 4 грн 95 коп.?

Нехай олівець коштує x грн, тоді ручка коштує (x + 4,95) грн. За 7 олівців заплатили 7x грн, за 3 ручки – 3(x + 4,95) грн, а за всю покупку 50,85 грн. Складаємо рівняння:

$7x + 3(x + 4,95) = 50,85$

$7x + 3x + 14,85 = 50,85$

$10x = 36$

$x = 3,6$

Відповідь: 3,60 грн.

224. У кошику було в 4 рази менше винограду, ніж у ящику. Після того як з ящика до кошика переклали 1,5 кг винограду, у кошику стало втричі менше винограду, ніж у ящику. Скільки кілограмів винограду було в кошику і скільки – у ящику спочатку?

Нехай в кошику було x кг винограду, тоді в ящику – 4x кг. Коли з ящика переклали у кошик (4x – 1,5) кг, то в кошику стало втричі менше, тобто 3(x + 1,5) кг. Складаємо рівняння:

$3(x + 1,5) = 4x - 1,5$

$3x + 4,5 = 4x - 1,5$

$3x - 4x = -1,5 - 4,5$

$-x = -6$

$x = 6$ (кг) – було в кошику спочатку;

$4 \cdot 6 = 24$ (кг) – було в ящику спочатку.

Відповідь: 24 кг; 6 кг.

225. За 4,5 год човен за течією річки долає таку саму відстань, як за 6 год проти течії. Знайдіть швидкість течії, якщо власна швидкість човна дорівнює 14 км/год.

Нехай швидкість течії x км/год, тоді швидкість човна за течією річки (14 + x) км/год, а проти течії річки – (16 – x) км/год. Складаємо рівняння:

$4,5(14 + x) = 6(14 - x)$

$63 + 4,5x = 84 - 6x$

$4,5x + 6x = 84 - 63$

$10,5x = 21$

$x = 2$

Отже, швидкість течії річки дорівнює 2 км/год.

226. На проміжній станції поїзд було затримано на 0,5 год. Збільшивши швидкість на 15 км/год, він через 2 год прибув на кінцеву станцію чітко за розкладом. Якою була швидкість поїзда до затримки?

Нехай швидкість потяга була x км/год, тоді після затримання стала (x + 15) км/год. За розкладом поїзд мав пройти 2,5x км, а пройшов 2(x + 15) км. Складаємо рівняння:

$2,5x = 2(x + 15)$

$2,5x = 2x + 30$

$2,5x - 2x = 30$

$0,5x = 30$

$x = 60$

Отже, початкова швидкість поїзда до затримки становила 60 км/год.

227. На двох тарілках було по 60 вареників. Після того як з першої тарілки з'їли утричі більше вареників, ніж з другої, на ній залишилося вдвічі менше вареників, ніж на другій. По скільки вареників залишилося на кожній тарілці?

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Нехай з другої тарілки з'їли x вареників, тоді з першої – 3x вареників. На другій тарілці залишилося (60 – x) вареників, а на першій вдвічі менше, тобто 2(60 – 3x) вареників.
Складаємо рівняння:
$60 - x = 2(60 - 3x)$
$60 - x = 120 - 6x$
$-x + 6x = 120 - 60$
$5x = 60$
$x = 12$ (в.) – було на I тарілці;
$60 - 12 = 48$ (в.) – залишилося на I тарілції;
$3 \cdot 12 = 36$ (в.) – було на II тарілці;
$60 - 36 = 24$ (в.) – залишилося на II тарілції.
Відповідь: 48 вареників і 24 вареники.
Відповідь: 48 вареників, 24 вареники.

228. Для преміювання працівників офісу нараховано певну суму коштів. Якщо кожен отримає по 11 000 грн, то 2000 грн ще залишаться, а щоб кожен отримав по 12 000 грн, не вистачить 6000 грн. Скільки працівників в офісі та яку суму нараховано для преміювання?
Позначимо кількість працівників як x та суму коштів для преміювання як y.
З умов задачі:
Якщо кожен отримає по 11 000 грн, то залишиться 2000 грн:
$y = 11\,000x + 2000$
Якщо кожен отримає по 12 000 грн, то не вистачить 6000 грн:
$y = 12\,000x - 6000$
$11\,000x + 2000 = 12\,000x - 6000$
$11\,000x - 12\,000x = -6000 - 2000$
$-1000x = -8000$
$x = 8$ – кількість працівників.
$y = 11\,000 \cdot 8 + 2000$
$y = 88\,000 + 2000$
$y = 90\,000$ – сума коштів для преміювання.
Відповідь: кількість працівників — 8, сума коштів для преміювання — 90 000 грн.

229. В одній овочевій ятці запланували продати 95 кг лимонів, а у другій – 60 кг. Перша щодня продавала по 7 кг, а друга – по 6 кг. Через скільки днів лимонів у першій ятці залишиться вдвічі більше, ніж у другій?
Позначимо кількість днів як x.
Через x днів кількість лимонів, що залишилися в першій ятці:
$95 - 7x$
Через x днів кількість лимонів, що залишилися в другій ятці:
$60 - 6x$
За умовою задачі, у першій ятці повинно залишитися вдвічі більше лимонів, ніж у другій:
$95 - 7x = 2(60 - 6x)$
$95 - 7x = 120 - 12x$
$95 + 5x = 120$
$5x = 25$
$x = 5$ (дн.)
Відповідь: через 5 днів у першій ятці залишиться вдвічі більше лимонів, ніж у другій.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

230. Змішали 15-відсотковий розчин добрива з 5-відсотковим і одержали 180 г 7,5-відсоткового розчину. По скільки грамів кожного розчину взяли?

Позначимо кількість грамів 15-відсоткового розчину як x і кількість грамів 5-відсоткового розчину як y.

Загальна маса розчину: $x + y = 180$

Маса добрива в розчинах: $0{,}15x + 0{,}05y = 0{,}075 \cdot 180$

$0{,}15x + 0{,}05y = 13{,}5$

$y = 180 - x$

$0{,}15x + 0{,}05(180 - x) = 13{,}5$

$0{,}15x + 9 - 0{,}05x = 13{,}5$

$0{,}1x = 4{,}5$

$x = 45$ (г)

$y = 180 - 45$

$y = 135$ (г)

Відповідь: взяли 45 грамів 15-відсоткового розчину і 135 грамів 5-відсоткового розчину.

Розділ 2. Цілі вирази

§4. Вирази зі змінними. Цілі раціональні вирази. Числове значення виразу

231. (Усно.) Які з даних виразів є числовими, а які – виразами зі змінними:

Числові вирази	Вирази зі змінними
2) $(12 - 3) : 4$	1) $5 + m^2 - a$
4) $(0 - 8) \cdot 5 - 13$	3) $\frac{5+x}{a+b}$

232. (Усно.) Які з раціональних виразів є цілими, а які – дробовими:

Цілі вирази	Дробові вирази
1) $\frac{a^3+c}{5}$	2) $\frac{5}{a^3+c}$
3) $m + \frac{x}{7}$	4) $m + \frac{7}{x}$

233. Випишіть окремо: числові вирази; вирази зі змінними; цілі раціональні вирази; дробові раціональні вирази:

Числові вирази	Вирази зі змінними	Цілі раціональні	Дробові раціональні
2) $(2 - 15) \cdot 4$	1) $5 + c$	1) $5 + c$	3) $\frac{a+m}{p}$
7) $\frac{9-5}{11}$	3) $\frac{a+m}{p}$	2) $(2 - 15) \cdot 4$	8) $\frac{a^2-b^2}{c^2}$
	4) $q^2 - 19$	4) $q^2 - 19$	
	5) $7 + \frac{a}{5}$	5) $7 + \frac{a}{5}$	
	6) $\frac{1}{4} \cdot ab$	6) $\frac{1}{4} \cdot ab$	
	8) $\frac{a^2-b^2}{c^2}$	7) $\frac{9-5}{11}$	

234. Прочитайте словами вирази зі змінними:

1) $x + 7$; Сума чисел x і 7

2) $m - a$; Різниця чисел m і a

3) $5ab$; Добуток чисел 5, a і b

4) $5 : (c + 9)$ Частка числа 5 та суми $(c + 9)$

235. Складіть і запишіть по два вирази:

1) зі змінною a;

2) зі змінними x і y.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1) два вирази зі змінною a;
$2a + 5$
$2 + \frac{5}{a}$

2) два вирази зі змінними x і y.
$3x + 5y$
$3 + \frac{x}{y}$

236. Складіть і запишіть по три вирази:
1) зі змінною x; 2) зі змінними a і b

1) три вирази зі змінною x;
$3x + 10$
$\frac{x-3}{x}$
$\frac{(x-3)^2}{x}$

2) три вирази зі змінними a і b.
$3a + 4b$
$\frac{a+b}{5}$
$a^2 + b^2$

237. (Усно.) Які з даних числових виразів не мають змісту:

1) $(5 - 6) : 7 = (-1) : 7 = -\frac{1}{7}$;

2) $(10 - 2 \cdot 5) : 7 = (10 - 10) : 7 = 0 : 7 = 0$;

3) $4 : (12 - 2 \cdot 6) = 4 : 0$ – вираз немає змісту, оскільки на 0 ділити не можна!

4) $\frac{17}{15+5\cdot(-3)} = \frac{17}{0}$ – вираз немає змісту, оскільки на 0 ділити не можна!

238. Знайдіть значення виразу:

1) $5x - 3$, якщо $x = 1{,}8$; $x = 2\frac{1}{5}$;
$5 \cdot 1{,}8 - 3 = 9 - 3 = 6$
$5 \cdot 2\frac{1}{5} - 3 = 5 \cdot \frac{11}{5} - 3 = 11 - 3 = 8$

2) $a^2 + 3a$, якщо $a = -1$; $a = 0{,}8$.
$(-1)^2 + 3 \cdot (-1) = 1 - 3 = -2$
$0{,}8^2 + 3 \cdot 0{,}8 = 0{,}64 + 2{,}4 = 3{,}04$

239. Знайдіть значення виразу:

1) Якщо $m = -1{,}3$; $n = 2\frac{1}{2}$;, тоді $5m + 2n = 5 \cdot (-1{,}3) + 2 \cdot 2\frac{1}{2} =$
$= 5 \cdot (-1{,}3) + 2 \cdot \frac{5}{2} = -6{,}5 + 5 = -1{,}5$

2) Якщо $a = 1{,}5$; $b = 3{,}2$; $c = -1{,}4$, тоді $a(2b - c) = 1{,}5(2 \cdot 3{,}2 - (-1{,}4)) =$
$= 1{,}5(6{,}4 - (-1{,}4)) = 1{,}5 \cdot 7{,}8 = 11{,}7$

240. Знайдіть значення виразу:

1) Якщо $b = -2$, тоді $b^2 - 4b = (-2)^2 - 4 \cdot (-2) = 4 + 8 = 12$
Якщо $b = 0{,}5$, тоді $b^2 - 4b = 0{,}5^2 - 4 \cdot 0{,}5 = 0{,}25 - 2 = -1{,}75$

2) Якщо $x = 5$; $y = -3$, тоді $x^2 - y^2 = 5^2 - (-3)^2 = 25 - 9 = 16$
Якщо $x = 0{,}1$; $y = 0{,}2$, тоді $x^2 - y^2 = 0{,}1^2 - 0{,}2^2 = 0{,}01 - 0{,}04 = -0{,}03$

241. Запишіть у вигляді виразу:

1) сума чисел b і c; $b + c$

2) добуток чисел $5m$ і n^3; $5m \cdot n^3$

3) квадрат суми чисел a і $9p$; $(a + 9p)^2$

4) різниця квадратів чисел $3d$ і $7t$. $(3d)^2 - (7t)^2$

242. Запишіть у вигляді виразу:

1) різниця чисел p і 7; $p - 7$

2) частка чисел $a + c$ і d; $\frac{a+c}{d}$

3) сума числа a і добутка чисел m і n. $a + mn$

243. Заповніть у зошиті такі таблиці:

m	2	3	–1	0	–2
n	1	2	0	–5	–3
$2m - 3n$	1	0	–2	15	5

x	–1	0	1	2
$x^2 + 2$	3	2	3	6
$x^2 + 2x$	–1	0	3	8

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

$2 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 4 - 3 = 1$ $2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 = 6 - 6 = 0$ $2 \cdot (-1) - 3 \cdot 0 = -2 - 0 = -2$ $2 \cdot 0 - 3 \cdot (-5) = 0 + 15 = 15$ $2 \cdot (-2) - 3 \cdot (-3) = -4 + 9 = 5$	$(-1) \cdot (-1) + 2 = 1 + 2 = 3$ $(-1) \cdot (-1) + 2 \cdot (-1) = 1 - 2 = -1$ $0 \cdot 0 + 2 = 0 + 2 = 2$ $0 \cdot 0 + 2 \cdot 0 = 0 + 0 = 0$	$1 \cdot 1 + 2 = 1 + 2 = 3$ $1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 1 + 2 = 3$ $2 \cdot 2 + 2 = 4 + 2 = 6$ $2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = 4 + 4 = 8$

244. Дізнайтеся прізвище видатного українського кардіохірурга. Для цього знайдіть значення виразу в першій таблиці й перенесіть букви, що відповідають знайденим значенням, у другу таблицю.

x	–2	–1	0	1	2
$x^2 - 4x$	12	5	0	–3	–4
Букви	О	А	В	М	С

$(-2) \cdot (-2) - 4 \cdot (-2) = = 4 + 8 = 12$ $(-1) \cdot (-1) - 4 \cdot (-1) = = 1 + 4 = 5$	$0 \cdot 0 - 4 \cdot 0 = = 0 - 0 = 0$ $1 \cdot 1 - 4 \cdot 1 = = 1 - 4 = -3$ $2 \cdot 2 - 4 \cdot 2 = = 4 - 8 = -4$

АМОСОВ — прізвище видатного українського кардіохірурга.

245. Порівняйте суму a + b з добутком ab, якщо:

1) $a + b < a \cdot b$

Якщо $a = 0$, $b = -2$, тоді $a + b = 0 + (-2) = -2$, $a \cdot b = 0 \cdot (-2) = 0$, $-2 < 0$

2) $a + b > a \cdot b$

Якщо $a = -3$, $b = 2$, тоді $a + b = (-3) + 2 = -1$, $a \cdot b = (-3) \cdot 2 = -6$, $-1 > -6$

246. Майстер за одну годину виготовляє x деталей, а його учень – y деталей. Скільки деталей вони виготовили разом, якщо майстер працював 8 год, а учень – 4 год?

$8x + 4y$

247. (Усно.) Нехай a дм – довжина прямокутника, b дм – його ширина (a > b). Що можуть означати вирази:

1) ab; Площа прямокутника

2) 2(a + b); Периметр прямокутника

3) 2a; сума довжин прямокутника

4) $\frac{a}{b}$. У скільки разів більша довжина прямокутника від його ширини або у скільки разів менша ширина прямокутника від його довжини.

248. Ручка коштує x грн, олівець – y грн (x > y). Що можуть означати вирази:

1) x + y; Коштують ручка і олівець разом або вартість ручки і олівця разом

2) 3x + 4y; Коштують три ручки і чотири олівці разом, або вартість трьох ручок і чотирьох олівців разом

3) x – y; На скільки більше коштує ручка, ніж олівець

4) $\frac{x}{y}$. У скільки разів більше коштує ручка, ніж олівець, або у скільки разів менше коштує олівець, ніж ручка

249. Запишіть у вигляді виразу час, який учень щоденно проводить у школі, якщо в нього на день a уроків по 45 хв, b перерв по 15 хв і c перерв по 10 хв. Обчисліть значення цього виразу, якщо a = 6; b = 2; c = 3.

Вираз: $45a + 15b + 10c$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Якщо a = 6; b = 2; c = 3, тоді 45a + 15b + 10c = 45 · 6 + 15 · 2 + 10 · 3 = 270 + 30 + 30 = 330 (хв)

Відповідь: 330 хвилин.

250. Коли Марійка витягла зі своєї скарбнички всі монети, то виявилося, що там було x монет номіналом 50 к., y монет номіналом 1 грн і z монет номіналом 2 грн. Обчисліть, яку суму коштів назбирала Марійка. Обчисліть, яку суму коштів назбирала Марійка, якщо x = 8; y = 5; z = 20.

Вираз: 50x + 100y + 200z

Якщо x = 8; y = 5; z = 20, тоді 50x + 100y + 200z = 50 · 8 + 100 · 5 + 200 · 20 = 400 + 500 + 4000 = 4900 (коп.) = 49 (грн)

Відповідь. 49 грн.

251. Спростіть вираз $-2\frac{1}{6} + 3{,}5y - 3\frac{5}{6}x - 2{,}5y$ та знайдіть його значення, якщо x = -330, y = 16. Сприймаючи значення виразу як рік, пригадайте, яка визначна для України подія відбулася у цьому році.

$-2\frac{1}{6} + 3{,}5y - 3\frac{5}{6}x - 2{,}5y = -6x + y$

Якщо x = –330, y = 16, тоді –6x + y = –6 · (–330) + 16 = 1980 + 16 = 1996

Визначна подія цього року: 28 червня 1996-го країна отримала Конституцію – першу Конституцію незалежної України.

252. Спростіть вираз $5\frac{1}{7}a - 2{,}6b + 1\frac{6}{7}a + 1{,}6b$ та знайдіть його значення, якщо a = 225, b = -40, і дізнаєтеся рік заснування Національного університету «Києво-Могилянська академія».

$5\frac{1}{7}a - 2{,}6b + 1\frac{6}{7}a + 1{,}6b = 7a - b$

Якщо a = 225, b = –40, тоді 7a – b = 7 · 225 – (–40) = 1575 + 40 = 1615 – рік заснування Національного університету «Києво-Могилянська академія».

253. Складіть формулу натурального числа, яке:

1) кратне числу 9; 2) при діленні на 5 дає в остачі 1.

1) кратне числу 9; n = 9k, де k – ціле число

2) при діленні на 5 дає в остачі 1. n = 5k + 1, де k – ціле число

254. Для деяких значень a і b значення виразу a – b дорівнює 2,25. Якого значення для тих самих значень a і b набуває вираз:

1) 4(a – b) = 4 · 2,25 = 9

2) b – a = –(a – b) = –2,25

3) $\frac{1}{b-a} = \frac{-1}{a-b} = \frac{-1}{2{,}25} = -1 : 2\frac{1}{4} = -1 \cdot \frac{4}{9} = -\frac{4}{9}$

4) $\frac{3(a-b)}{4(b-a)} = -\frac{3(a-b)}{4(a-b)} = -\frac{3}{4}$

255. Для деяких значень c і d значення виразу c – d дорівнює $\frac{4}{7}$. Якого значення для тих самих значень c і d набуває вираз:

1) $7(c - d) = 7 \cdot \frac{4}{7} = 4$

2) $d - c = -(c - d) = -\frac{4}{7}$

3) $\frac{1}{d-c} = \frac{-1}{c-d} = -1 : \frac{4}{7} = -1 \cdot \frac{7}{4} = -\frac{7}{4}$

4) $\frac{5(d-c)}{4(c-d)} = -\frac{5(c-d)}{4(c-d)} = -\frac{5}{4} = -1\frac{1}{4}$

256. Складіть вирази для обчислення площ фігур (мал. 4.1-4.3):

1) Фігура утворена вилученням з квадрата зі стороною x квадрата зі стороною y, тому площа є різницею площ цих квадратів: $x^2 - y^2$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) Фігура утворена вилученням з прямокутника розмірами a x b прямокутника зі сторонами m x n, тому площа є різницею площ цих прямокутників: ab – mn.
3) Фігура утворена вилученням з квадрата зі стороною d прямокутника зі сторонами (d – a) і (d – b), тому площа є різницею площ квадрата і прямокутника:
$d^2 – (d – a)(d – b)$;

257. Обчисліть:
1) $13^2 = 13 \cdot 13 = 169$
2) $7^3 = 7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$
3) $(–2,1)^2 = –2,1 \cdot (–2,1) = 4,41$
4) $(–1,1)^3 = (–1,1) \cdot (–1,1) \cdot (–1,1) = –1,331$
5) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$
6) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^2 = \left(-1\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{5}\right) = \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{5} = \frac{36}{25} = 1\frac{11}{25}$
7) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3 = \left(-1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right) = -\frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{64}{27} = 2\frac{10}{27}$
8) $0,2^3 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008$

258. Якою цифрою закінчується значення виразу:
1) Вираз 132^2 закінчується цифрою 4, бо $2 \cdot 2 = 4$
2) Вираз 271^3 закінчується цифрою 1, бо $1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$
3) Вираз 2017^2 закінчується цифрою 9, бо $7 \cdot 7 = ...9$
4) Вираз $1315^2 – 115^3$ закінчується цифрою 0, бо $5 \cdot 5 – 5 \cdot 5 \cdot 5 = ...5 – ...5 = 0$

259. Власна швидкість катера – 26 км/год, а швидкість течії річки – 2 км/год. Знайдіть відстань між двома пристанями, якщо в одному напрямку катер долає її на 30 хв швидше, ніж у зворотному.

Нехай відстань між пристанями x км, тоді за течією річки він пропливав $\frac{x}{26+2} = \frac{x}{28}$ год, а проти течії річки $\frac{x}{26-2} = \frac{x}{24}$ год. 30 хв = $\frac{1}{2}$ год. Складаємо рівняння:

$\frac{x}{24} – \frac{x}{28} = \frac{1}{2}$ $\quad | \cdot 168$
$7x – 6x = 84$
$x = 84$
Відповідь: 84 км.

260. Військовий збір у 2022 році складав 1,5 % від доходів громадян. Протягом року заробітна плата директора магазину мобільних аксесуарів становила 14 000 грн, кожної з двох його продавчинь – по 8000 грн, а продавця–консультанта – 10 000 грн на місяць. Щомісяця, крім військового збору, директор перераховував 700 грн, кожна з продавчинь – по 300 грн і консультант–продавець – 400 грн у благодійний фонд на підтримку української армії. Скільки всього коштів сплатили робітники цього магазину на потреби української армії в 2022 році?
1) $14000 + 8000 \cdot 2 + 10000 = 40000$ (грн) – щомісячна заробітна плата робітників;
2) $40000 \cdot 0,015 = 600$ (грн) – щомісячний військовий збір;
3) $700 + 300 \cdot 2 + 400 = 1700$ (грн) – щомісячний платіж в благодійний фонд;
4) $(1700 + 600) \cdot 12 = 27600$ (грн) – всього коштів сплатили робітники.
Відповідь: 27600 грн.

261. Спростіть вираз:
1) $3a \cdot 7 = 21a$
2) $2b \cdot (–0,1) = –0,2b$
3) $–6,2a \cdot 5b = –31ab$
4) $–0,2c \cdot (–0,5d) = 0,1cd$

262. Розкрийте дужки:

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

1) $4(b + 1) = 4b + 4$ **2)** $3(m - 2) = 3m - 6$ **3)** $-7(c - 5) = -7c + 35$
4) $-10(7 + a) = -70 - 10a$ **5)** $5(-1,4 + k) = -7 + 5k$ **6)** $(t - 2,5) \cdot (-8) = -8t + 20$

263. Чи існує таке значення x, для якого:
1) $-x \geq |x|$; Так, існує таке x – недодатне, бо при $x \leq 0$, $-(-x) = x$, $|-x| = x$, тому $-x = |x|$
2) $x > |x|$? Не існує такого x, бо при $x \geq 0$ $x = |x|$, а при $x < 0$, $-x < |-x|$

§5. Тотожні вирази. Тотожність. Тотожне перетворення виразу. Доведення тотожностей

264. (Усно.) Чи є вирази тотожно рівними?
1) $3x + x = 4x$; Так, на основі зведення подібних доданків
2) $2a + b = b + 2a$; Так, на основі переставної властивості додавання
3) $a + a + a \neq a^3$; Ні, бо $a + a + a = 3a$, а $3a \neq a^3$
4) $3(a - 2) = 3a - 6$; Так, на основі розподільної властивості множення
5) $x - y \neq y - x$; Ні, бо $x - y = -(y - x)$, а $-(y - x) \neq y - x$
6) $7m \cdot p = 7p \cdot m$. Так, добуток однакових множників

265. Чи є тотожно рівними вирази (чому?):
1) $5m - 2m = 3m$; Так, на основі зведення подібних доданків
2) $3a - 8 \neq 8 - 3a$; Ні, бо $3a - 8 = -(8 - 3a)$, а $-(8 - 3a) \neq 8 - 3a$
3) $5x + y = y + 5x$; Так, на основі переставної властивості додавання
4) $b + b \neq b^2$; Ні, бо $b + b = 2b$, а $3b \neq b^2$
5) $2(x - 3) = 2x - 6$; Так, на основі розподільної властивості множення
6) $2a \cdot b \neq 2a + b$. Ні, різні арифметичні дії множення і додавання

266. (Усно.) Чи є тотожністю рівність:
1) $2x + 3y \neq 6xy$; Ні **2)** $5a - 1 = -1 + 5a$; Так **3)** $9(a - b) \neq 9a - 5b$. Ні

267. Розкрийте дужки:
1) $2(m - 1) = 2m - 2$ **2)** $9(3x + 2) = 27x + 18$
3) $-(a - 5) = -a + 5$ **4)** $-(-7 + 2m) = 7 - 2m$

268. Розкрийте дужки:
1) $-(m - 2) = -m + 2$ **3)** $7(1 - 3p) = 7 - 21p$
2) $4(a + 1) = 4a + 4$ **4)** $-(-3a + 5) = 3a - 5$

269. Зведіть подібні доданки:
1) $2a - a = a$ **2)** $-5p + 7p = 2p$
3) $-3b - 2b = -5b$ **4)** $c - 8c = -7c$

270. Назвіть кілька виразів, тотожних виразу $3x + 4x$.
Вирази $7x$, $-(-4x - 3x)$, $3x - 7x + 4x + 7x$ тотожні виразу $3x + 4x$.

271. Спростіть вираз, використовуючи переставну та сполучну властивості множення:
1) $-2,5x \cdot 4 = -2,5 \cdot 4 \cdot x = -10x$
2) $4p \cdot (-1,5) = 4 \cdot (-1,5) \cdot p = -6p$
3) $0,2x \cdot (-0,3p) = 0,2 \cdot (-0,3) \cdot x \cdot p = -0,06xp$
4) $-\frac{1}{7}x \cdot (-7y) = -\frac{1}{7} \cdot (-7) \cdot x \cdot y = xy$

272. Спростіть вираз:
1) $-2p \cdot 3,5 = -2 \cdot 3,5 \cdot p = -7p$
2) $7a \cdot (-1,2) = 7 \cdot (-1,2) \cdot a = -8,4a$
3) $0,2x \cdot (-3y) = 0,2 \cdot (-3) \cdot x \cdot y = -0,6xy$
4) $-1\frac{1}{3}m \cdot (-3n) = -\frac{4}{3} \cdot (-3) \cdot m \cdot n = 4mn$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

273. (Усно.) Спростіть вираз:

1) $2x - 9 + 5x = 7x - 9$ **2)** $7a - 3b + 2a + 3b = 9a$

3) $-2x \cdot 3 = -6x$ **4)** $-4a \cdot (-2b) = 8ab$

274. Зведіть подібні доданки:

1) $5b - 8a + 4b - a = (5b + 4b) - (8a + a) = 9b - 9a$

2) $17 - 2p + 3p + 19 = (-2p + 3p) + (17 + 19) = p + 36$

3) $1{,}8a + 1{,}9b + 2{,}8a - 2{,}9b = (1{,}8a + 2{,}8a) + (1{,}9b - 2{,}9b) = 4{,}6a - b$

4) $5 - 7c + 1{,}9p + 6{,}9c - 1{,}7p = 5 - (7c - 6{,}9c) + (1{,}9p - 1{,}7p) = 5 - 0{,}1c + 0{,}2p$

275. Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

1) $4(5x - 7) + 3x + 13 = 20x - 28 + 3x + 13 = 23x - 15$

2) $2(7 - 9a) - (4 - 18a) = 14 - 18a - 4 + 18a = 10$

3) $3(2p - 7) - 2(p - 3) = 6p - 21 - 2p + 6 = 4p - 15$

4) $-(3m - 5) + 2(3m - 7) = -3m + 5 + 6m - 14 = 3m - 9$

276. Розкрийте дужки і зведіть подібні доданки:

1) $3(8a - 4) + 6a = 24a - 12 + 6a = 30a - 12$

2) $7p - 2(3p - 1) = 7p - 6p + 2 = p + 2$

3) $2(3x - 8) - 5(2x + 7) = 6x - 16 - 10x - 35 = -4x - 51$

4) $3(5m - 7) - (15m - 2) = 15m - 21 - 15m + 2 = -19$

277. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $0{,}6x + 0{,}4(x - 20) = 0{,}6x + 0{,}4x - 8 = x - 8$

Якщо $x = 2{,}4$, тоді $x - 8 = 2{,}4 - 8 = -5{,}6$

2) $1{,}3(2a - 1) - 16{,}4 = 2{,}6a - 1{,}3 - 16{,}4 = 2{,}6a - 17{,}7$

Якщо $a = 10$, тоді $2{,}6a - 17{,}7 = 2{,}6 \cdot 10 - 17{,}7 = 26 - 17{,}7 = 8{,}3$

3) $1{,}2(m - 5) - 1{,}8(10 - m) = 1{,}2m - 6 - 18 + 1{,}8m = 3m - 24$

Якщо $m = -3{,}7$, тоді $3m - 24 = 3 \cdot (-3{,}7) - 24 = -11{,}1 - 24 = -35{,}1$

4) $2x - 3(x + y) + 4y = 2x - 3x - 3y + 4y = -x + y$

Якщо $x = -1$, $y = 1$,тоді $-x + y = -(-1) + 1 = 1 + 1 = 2$

278. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $0{,}7x + 0{,}3(x - 4) = 0{,}7x + 0{,}3x - 1{,}2 = x - 1{,}2$

Якщо $x = -0{,}7$, тоді $x - 1{,}2 = -0{,}7 - 1{,}2 = -1{,}9$

2) $1{,}7(y - 11) - 16{,}3 = 1{,}7y - 18{,}7 - 16{,}3 = 1{,}7y - 35$

Якщо $y = 20$, тоді $1{,}7y - 35 = 1{,}7 \cdot 20 - 35 = 34 - 35 = -1$

3) $0{,}6(2a - 14) - 0{,}4(5a - 1) = 1{,}2a - 8{,}4 - 2a + 0{,}4 = -0{,}8a - 8$

Якщо $a = -1$, тоді $-0{,}8a - 8 = -0{,}8 \cdot (-1) - 8 = 0{,}8 - 8 = -7{,}2$

4) $5(m - n) - 4m + 7n = 5m - 5n - 4m + 7n = m + 2n$

Якщо $m = 1{,}8$; $n = -0{,}9$, тоді $m + 2n = 1{,}8 + 2 \cdot (-0{,}9) = 1{,}8 - 1{,}8 = 0$

279. Доведіть тотожність:

1) $-(2x - y) = y - 2x$; $-(2x - y) = -2x + y = y - 2x$

2) $2(x - 1) - 2x = -2$; $2(x - 1) - 2x = 2x - 2 - 2x = -2$

3) $2(x - 3) + 3(x + 2) = 5x$; $2(x - 3) + 3(x + 2) = 2x - 6 + 3x + 6 = 5x$

4) $c - 2 = 5(c + 2) - 4(c + 3)$. $5(c + 2) - 4(c + 3) = 5c + 10 - 4c - 12 = c - 2$

280. Доведіть тотожність:

1) $-(m - 3n) = 3n - m$; $-(m - 3n) = -m + 3n = 3n - m$

2) $7(2 - p) + 7p = 14$; $7(2 - p) + 7p = 14 - 7p + 7p = 14$

3) $5a = 3(a - 4) + 2(a + 6)$; $3(a - 4) + 2(a + 6) = 3a - 12 + 2a + 12 = 5a$

4) $4(m - 3) + 3(m + 3) = 7m - 3$. $4(m - 3) + 3(m + 3) = 4m - 12 + 3m + 9 = 7m - 3$

281. Довжина однієї зі сторін трикутника a см, а довжина кожної з двох інших сторін на 2 см більша за неї. Запишіть у вигляді виразу периметр трикутника та спростіть цей вираз.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

a – довжина першої сторони, a + 2 – довжина кожної з двох інших сторін, тоді a + (a + 2) + (a + 2) – периметр трикутника.
a + (a + 2) + (a + 2) = 3a + 4
Відповідь: 3a + 4 см.

282. Ширина прямокутника дорівнює x см, а довжина на 3 см більша за ширину. Запишіть у вигляді виразу периметр прямокутника та спростіть цей вираз.
x – ширина прямокутника, x + 3 – довжина прямокутника, (x + (x + 3)) · 2 – периметр прямокутника.
(x + (x + 3)) · 2 = (2x + 3) · 2 = 4x + 6
Відповідь: 4x + 6 см.

283. Розкрийте дужки та спростіть вираз:
1) x – (x – (2x – 3)) = x – (x – 2x + 3) = x – (–x + 3) = x + x – 3 = 2x – 3
2) 5m – ((n – m) + 3n) = 5m – (n – m + 3n) = 5m – n + m – 3n = 6m – 4n
3) 4p – (3p – (2p – (p + 1))) = 4p – (3p – (2p – p – 1)) = 4p – (3p – (p – 1)) = 4p – (3p – p + 1) = 4p – (2p + 1) = 4p – 2p – 1 = 2p – 1
4) 5x – (2x – ((y – x) – 2y)) = 5x – (2x – ((y – x – 2y)) = 5x – (2x – (–y – x) = 5x – (2x + y + x)) = 5x – (3x + y) = 5x – 3x – y = 2x – y
5) $\frac{2}{3}\left(6a-\frac{3}{8}b\right)-\frac{2}{11}\left(4\frac{1}{8}a-33b\right)=\frac{2}{3}\cdot 6a-\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{8}\cdot b-\frac{2}{11}\cdot 4\frac{1}{8}\cdot a+\frac{2}{11}\cdot 33b=$
$=4a-\frac{1}{4}\cdot b-\frac{3}{4}\cdot a+6b=3\frac{1}{4}\cdot a+5\frac{3}{4}\cdot b$
6) $-\frac{2}{9}(2{,}7m-1{,}5n)+\frac{5}{6}(2n-0{,}48m)=-\frac{2}{9}\cdot 2{,}7\cdot m+\frac{2}{9}\cdot 1{,}5\cdot n+\frac{5}{6}\cdot 2n-\frac{5}{6}\cdot 0{,}48m=$
$-\frac{2}{9}\cdot\frac{27}{10}\cdot m+\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{2}\cdot n+\frac{5}{6}\cdot 2n-\frac{5}{6}\cdot\frac{48}{100}\cdot m=-\frac{3}{5}\cdot m-\frac{1}{3}\cdot n+\frac{5}{3}\cdot n-\frac{2}{5}\cdot m=$
$=-m+2n=2n-m$

284. Розкрийте дужки та спростіть вираз:
1) a – (a – (3a – 1)) = a – (a – 3a + 1) = a – (–2a + 1) = a + 2a – 1 = 3a – 1
2) 12m – ((a – m) + 12a) = 12m – (a – m + 12a) = 12m – a + m – 12a = –13a + 13m = 13m – 13a
3) 5y – (6y – (7y – (8y – 1))) = 5y – (6y – (7y – 8y + 1)) = 5y – (6y – 7y + 8y – 1) = = 5y – (7y – 1) = 5y – 7y + 1 = –2y + 1
4) $\frac{4}{7}(2{,}1a-2{,}8b)-\frac{4}{5}\left(1\frac{1}{2}a-1\frac{1}{4}b\right)=\frac{4}{7}\cdot\frac{21}{10}\cdot a-\frac{4}{7}\cdot\frac{28}{10}\cdot b-\frac{4}{5}\cdot 1\frac{1}{2}\cdot a+\frac{4}{5}\cdot 1\frac{1}{4}\cdot b=$
$=\frac{6}{5}\cdot a-\frac{8}{5}\cdot b-\frac{6}{5}\cdot a+b=-1\frac{3}{5}b+b=-\frac{3}{5}b$

285. Доведіть тотожність:
1) 10x – (–(5x + 20)) = 5(3x + 4);
10x – (–(5x + 20)) = 10x – (–5x – 20)) = 10x + 5x + 20 = 15x + 20 = 5(3x + 4)
2) –(–3p)–(–(8 – 5p)) = 2(4 – p);
–(–3p)–(–(8 – 5p)) = 3p – (–8 + 5p) = 3p + 8 – 5p = 8 – 2p = 2(4 – p)
3) 3(a – b – c) + 5(a – b) + 3c = 8(a – b).
3(a – b – c) + 5(a – b) + 3c = 3a – 3b – 3c + 5a – 5b + 3c = = 3a – 3b – 3c + 5a – 5b + 3c = 8a – 8b = 8(a – b)

286. Доведіть тотожність:
1) 12a – (–(8a – 16)) = –4(4 – 5a);
12a – (–(8a – 16)) = 12a – (–8a + 16)) = 12a + 8a – 16 = 20a – 16 = –16 + 20a = = –4(4 – 5a)
2) 4(x + y – t) + 5(x – t) – 4y = 9(x – t).
4(x + y – t) + 5(x – t) – 4y = = 4x + 4y – 4t + 5x – 5t – 4y = 9x – 9t = 9(x – t)

287. Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної.
1,8(m – 2) + 1,4(2 – m) + 0,2(1,7 – 2m) = 1,8m – 3,6 + 2,8 – 1,4m + 0,34 – 0,4m = –0,46

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

288. Доведіть, що для будь–якого значення змінної значення виразу дорівнює одному й тому самому числу.

$a – (a – (5a + 2)) – 5(a – 8) = a – (a – 5a – 2) – 5a + 40 = a – a + 5a + 2 – 5a + 40 = 42$

289. Доведіть, що сума трьох послідовних парних чисел ділиться на 6.

Три послідовні парні числа: $2n$; $2n + 2$; $2n + 4$, тому

$2n + 2n + 2 + 2n + 4 = 6n + 6 = 6(n + 1)$, отже, ділиться на 6

290. Доведіть, що якщо n – натуральне число, то значення виразу є парним числом.

$–2(2{,}5n – 7) + 2\frac{1}{3}(3n – 6) = –5n + 14 + 7n – 14 = 2n$, а $2n$ – парне число.

291. Сплав масою 1,6 кг містить 15 % міді. Скільки кілограмів міді міститься в цьому сплаві?

15% = 0,15

1,6 · 0,15 = 0,24 (кг) – міді у сплаві.

Відповідь: 0,24 кг.

292. Скільки відсотків становить число 20 від свого:

1) квадрата;

$20^2 = 400$; 20/400 · 100% = 0,05 · 100% = 5%

2) куба?

$20^3 = 8000$; 20/8000 · 100% = 0,0025 · 100% = 0,25%

293. Турист 2 год йшов пішки та 3 год їхав на велосипеді. Загалом він подолав 56 км. Знайдіть, з якою швидкістю турист їхав на велосипеді, якщо вона на 12 км/год більша за швидкість, з якою він ішов пішки.

Нехай турист їхав на велосипеді зі швидкістю x км/год, тоді йшов пішки – (x – 12) км/год. Складаємо рівняння:

$2(x – 12) + 3x = 56$

$2x – 24 + 3x = 56$

$5x = 80$

$x = 80 : 5$

$x = 16$

Відповідь: швидкість туриста на велосипеді 16 км/год.

294. Друзі Наталя та Артем їздили на автобусну екскурсію в інше місто. На дорогу туди автобус витратив 2 год, а повернувся назад за 1 год 20 хв, бо поїхав іншою дорогою. Стежачи за спідометром автобуса, друзі помітили, що протягом поїздки швидкість автобуса була сталою, а пробіг збільшився на 200 км. Визначте довжину дороги туди і дороги назад.

Нехай друзі рухалися зі швидкістю x км/год, тоді туди довжина дороги 2x км, а назад – $1\frac{1}{3}$ x км. Складаємо рівняння:

$2x + 1\frac{1}{3}x = 200$

$2x + \frac{4}{3}x = 200$

$(\frac{6}{3} + \frac{4}{3})x = 200$

$\frac{10}{3}x = 200$

$x = 200 : \frac{10}{3}$

$x = 200 \cdot \frac{3}{10}$

x = 60 (км/хв) – швидкість;

60 · 2 = 120 (км) – довжина дороги туди;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$60 \cdot 1\frac{1}{3} = 60 \cdot \frac{4}{3} = 80$ (км) – довжина дороги назад.

Відповідь: 120 км і 80 км.

295. Обчисліть значення квадрата або куба:

1) $(3{,}1)^2 = 3{,}1 \cdot 3{,}1 = 9{,}61$

2) $(-5)^3 = -5 \cdot (-5) \cdot (-5) = -125$

3) $(-\frac{1}{7})^2 = -\frac{1}{7} \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) = \frac{1}{49}$

4) $0{,}1^3 = 0{,}1 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}1 = 0{,}001$

5) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

6) $\left(-\frac{5}{6}\right)^2 = \left(-\frac{5}{6}\right) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{25}{36}$

7) $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{8}{125}$

8) $(1\frac{1}{2})^2 = 1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$

296. Обчисліть:

1) $(-1)^2 + (-2)^3 - 8^2 = 1 + (-8) - 16 = 1 - 8 - 16 = -23$

2) $(3^3 - (-4)^2) \cdot 7 = (27 - 16) \cdot 7 = 11 \cdot 7 = 77$

297. У чемпіонаті міста з футболу беруть участь 11 команд. Кожна команда грає з іншими по одному матчу. Доведіть, що в будь–який момент змагань знайдеться команда, яка до цього моменту провела або парну кількість матчів, або ще не провела жодного.

Усього було зіграно $11 \cdot 11 - 11 = 121 - 11 = 110$ матчів, тому знайдеться команда, яка в будь–який момент часу проведе парну кількість матчів, або не проведе ще жодного.

§6. Степінь з натуральним показником

298. Прочитайте вирази, назвіть основу і показник степеня:

1) $0{,}7^5$ – це нуль цілих сім десятих в степені п'ять; основа 0,7 і степінь 5

2) $(-4)^2$ – це мінус чотири в квадраті; основа –4 і степінь 2

3) $(xy)^3$ – це добуток чисел x і y в степені три; основа xy і степінь 3

4) $(a - b)^5$ – це різниця чисел a і b в степені п'ять; основа (a – b) і степінь 5

5) $(\frac{1}{2}x^2y)^9$ – це добуток чисел $\frac{1}{2}$, x^2 і y в степені дев'ять; основа $\frac{1}{2}x^2y$ і степінь 9

6) $(a^2 - b^2)^7$ – це різниця квадратів чисел a і b в степені сім; основа $(a^2 - b^2)$ і степінь 7

299. Запишіть добуток у вигляді степеня:

1) $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}5^2$

2) $(-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = (-7)^3$

3) $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{8}\right)^5$

4) $-\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right)^2$

5) $aaaa = a^4$

6) $xy \cdot xy = (xy)^2$

7) $p \cdot p \cdot p \ldots \cdot p$ (18 множників) $= p^{18}$

8) $(m - p)(m - p)(m - p) = (m - p)^3$

300. Подайте добуток у вигляді степеня:

1) $0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}8^3$

2) $-2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^4$

3) $m \cdot m \cdot m \cdot m \cdot m = m^5$

4) $(c + 3)(c + 3) = (c + 3)^2$

5) $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{9}\right)^6$

6) $a \cdot a \cdot a \ldots \cdot a$ (12 множників) $= a^{12}$

301. Запишіть степінь у вигляді добутку однакових множників:

1) $7^5 = 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

2) $b^3 = b \cdot b \cdot b$

3) $(x - y)^2 = (x - y) \cdot (x - y)$

4) $\left(\frac{a}{a+b}\right)^4 = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{a}{a+b} \cdot \frac{a}{a+b} \cdot \frac{a}{a+b}$

302. Подайте степінь у вигляді добутку однакових множників:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1) $9^7 = 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$

2) $c^4 = c \cdot c \cdot c \cdot c$

3) $(a + b)^3 = (a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b)$

4) $\left(\frac{x}{x-m}\right)^2 = \frac{x}{x-m} \cdot \frac{x}{x-m}$

303. (Усно.) Обчисліть:

1) $1^3 = 1$ **2)** $0^5 = 0$ **3)** $5^2 = 25$ **4)** $(-7)^2 = 49$ **5)** $(-2)^3 = -8$ **6)** $(-1)^8 = 1$

304. Знайдіть значення виразу:

1) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

2) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

3) $0^2 = 0$

4) $1^7 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$

5) $(-1)^4 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = 1$

6) $(-1)^3 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

305. Виконайте піднесення до степеня:

1) $3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$

2) $0{,}7^2 = 0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}49$

3) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$

4) $\left(1\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{3^5}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{243}{32} = 7\frac{19}{32}$

5) $(-7)^4 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = 2401$

6) $(-0{,}3)^3 = (-0{,}3) \cdot (-0{,}3) \cdot (-0{,}3) = -0{,}027$

7) $\left(-1\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{5}{3}\right)^2 = \left(-\frac{5}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{25}{9} = 2\frac{7}{9}$

8) $(-0{,}1)^4 = (-0{,}1) \cdot (-0{,}1) \cdot (-0{,}1) \cdot (-0{,}1) = 0{,}0001$

306. Виконайте піднесення до степеня:

1) $5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

2) $(1{,}5)^2 = 1{,}5 \cdot 1{,}5 = 2{,}25$

3) $\left(\frac{2}{7}\right)^3 = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{8}{343}$

4) $\left(1\frac{1}{3}\right)^4 = \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{256}{81} = 3\frac{13}{81}$

5) $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -27$

6) $(-1{,}7)^2 = -1{,}7 \cdot (-1{,}7) = 2{,}89$

7) $\left(-1\frac{1}{8}\right)^3 = \left(-\frac{9}{8}\right)^3 = \left(-\frac{9}{8}\right) \cdot \left(-\frac{9}{8}\right) \cdot \left(-\frac{9}{8}\right) = -\frac{729}{512} = -1\frac{217}{512}$

8) $(-0{,}2)^4 = (-0{,}2) \cdot (-0{,}2) \cdot (-0{,}2) \cdot (-0{,}2) = 0{,}0016$

307. Заповніть таблицю в зошиті:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049

308. Розкладіть натуральні числа на прості множники, використавши в запису степінь:

1) $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$

2) $27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3$

3) $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5 = 2 \cdot 5^2$

4) $1000 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5^3$

5) $99 = 3 \cdot 3 \cdot 11 = 3^2 \cdot 11$

6) $656 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 41 = 2^4 \cdot 41$

309. Знайдіть значення виразу:

1) $-5^2 = -(5 \cdot 5) = -25$

2) $-\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\left(\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)\right) = -\left(-\frac{8}{27}\right) = \frac{8}{27}$

3) $-(-0{,}2)^4 = -((-0{,}2) \cdot (-0{,}2) \cdot (-0{,}2) \cdot (-0{,}2)) = -0{,}0016$

4) $-(-1)^{19} = -(\underbrace{(-1) \cdot (-1) \cdot (-1)}_{\text{19 множників}}) = -(-1) = 1$

310. Обчисліть:

1) $-7^3 = -(7 \cdot 7 \cdot 7) = -343$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) $-\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = -\left(\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = -\frac{1}{4}$

3) $-\left(-1\frac{1}{3}\right)^3 = -(-\frac{4}{3})\cdot(-\frac{4}{3})\cdot(-\frac{4}{3})) = -(-\frac{64}{27}) = \frac{64}{27} = 2\frac{10}{27}$

4) $-(-1)^{16} = -((-1)\cdot(-1)\cdot(-1)$ (16 множників) $= -1$

311. Порівняйте з нулем значення виразу (відповідь запишіть у вигляді нерівності):

1) $(-5,7)^2 > 0$ 2) $(-12,49)^9 < 0$ 3) $(-53)^7 < 0$ 4) $-(-2)^5 > 0$

312. Порівняйте з нулем значення виразу (відповідь запишіть у вигляді нерівності):

1) $(-4,7)^3 < 0$ 2) $(-2,31)^4 > 0$ 3) $-(-2)^8 < 0$ 4) $-(-3)^7 > 0$

313. Знайдіть значення виразу:

1) $0,2\cdot 25^2 = 0,2\cdot 625 = 125$

2) $\frac{50}{0,1^3} = \frac{50}{0,001} = 50000$

3) $-4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4 = -4\cdot\frac{1}{16} = -\frac{1}{4}$

4) $0,01\cdot(-5)^3 = 0,01\cdot(-125) = -1,25$

5) $\left(5\cdot\frac{2}{15}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$

6) $\left(6:\frac{2}{3}\right)^2 = \left(6\cdot\frac{3}{2}\right)^2 = 9^2 = 81$

7) $5^2 + (-5)^4 = 25 + 625 = 650$

8) $(3,4 - 3,6)^2 = (-0,2)^2 = 0,04$

9) $(-1,8 + 4,8)^4 = 3^4 = 81$

314. Обчисліть:

1) $0,5\cdot 40^2 = 0,5\cdot 1600 = 800$

2) $\frac{30}{0,3^3} = 30:0,027 = 30:\frac{27}{1000} = 30\cdot\frac{1000}{27} = \frac{10000}{9} = 1111\frac{1}{9}$

3) $-5\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^3 = -5\cdot\frac{1}{125} = -\frac{1}{25}$

4) $\left(-\frac{7}{8}\right)^2\cdot 16 = \frac{49}{64}\cdot 16 = \frac{49}{4} = 12,25$

5) $(12:\frac{6}{7})^2 = \left(12\cdot\frac{7}{6}\right)^2 = 14^2 = 196$

6) $\left(-3\cdot\frac{2}{9}\right)^4 = \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$

7) $6^2 - (-6)^3 = 36 + 216 = 252$

8) $(1,7 - 1,9)^4 = (-0,2)^4 = 0,0016$

9) $(-2,5 + 8,5)^2 = 6^2 = 36$

315. Чи є правильними рівності:

1) $3^2 + 4^2 = 5^2$; Так. $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, а $5^2 = 25$, $25 = 25$

2) $4^2 + 5^2 = 5^3$; Ні. $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$, а $6^2 = 36$, $41 \neq 36$

3) $2^3 + 3^3 = 5^3$; Ні. $2^3 + 3^3 = 8 + 27 = 35$, а $5^3 = 125$, $35 \neq 125$

4) $2^6 + 6^2 = 10^2$; Так. $2^6 + 6^2 = 64 + 36 = 100$, а $10^2 = 100$, $100 = 100$

5) $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$; Так. $1^3 + 2^3 + 3^3 = 1 + 8 + 27 = 36$, а $6^2 = 36$, $36 = 36$

6) $(-5)^2 + (-12)^2 = (-13)^2$; Так. $(-5)^2 + (-12)^2 = 25 + 144 = 169$, а $(-13)^2 = 169$, $169 = 169$

316. Подайте числа:

1) Подайте числа у вигляді квадрата:

$0 = 0^2$; $4 = 2^2$; $0,16 = 0,4^2$; $\frac{9}{25} = \left(\frac{3}{5}\right)^2$; $169 = 13^2$; $1\frac{24}{25} = \frac{49}{25} = \left(\frac{7}{5}\right)^2$

2) Подайте числа у вигляді куба.

$64 = 4^3$; $-27 = (-3)^3$; $0 = 0^3$; $1 = 1^3$; $-\frac{1}{8} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3$; $1\frac{91}{125} = \frac{216}{125} = \left(\frac{6}{5}\right)^3$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

317. Подайте числа:

1) Подайте числа у вигляді степеня з основою 5;

$5 = 5^1$; $125 = 5^3$; $625 = 5^4$

2) Подайте числа у вигляді степеня з основою 10.

$100 = 10^2$; $10\,000 = 10^4$; $10 = 10^1$

318. Подайте:

1) Подайте у вигляді квадрата або куба числа;

$8 = 2^3$; $81 = 9^2$; $-125 = (-5)^3$; $-64 = (-4)^3$; $0{,}16 = 0{,}4^2$; $0{,}001 = 0{,}1^3$; $3\frac{3}{8} = \frac{27}{8} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$;

$1\frac{11}{25} = \frac{36}{25} = \left(\frac{6}{5}\right)^2$

2) Подайте у вигляді степеня з основою 2;

$2 = 2^1$; $4 = 2^2$; $8 = 2^3$; $256 = 2^8$

3) Подайте у вигляді степеня з основою –3.

$81 = (-3)^4$; $-27 = (-3)^3$; $-3 = (-3)^1$

319. Обчисліть:

1) сума квадратів чисел 0,6 і –0,7;
$0{,}6^2 + (-0{,}7)^2 = 0{,}36 + 0{,}49 = 0{,}85$

2) квадрат суми чисел 5,7 і –6,3;
$(5{,}7 + (-6{,}3))^2 = (-0{,}6)^2 = 0{,}36$

3) різниця кубів чисел 2,3 і 2,2;
$2{,}3^3 - 2{,}2^3 = 12{,}167 - 10{,}648 = 1{,}519$

4) куб суми чисел 8,2 і 1,8.
$(8{,}2 + 1{,}8)^3 = 10^3 = 1000$

320. Знайдіть значення виразу:

1) Якщо x = 0, тоді $\frac{1}{27} \cdot x^3 = \frac{1}{27} \cdot 0^3 = 0$

Якщо x = –1, тоді $\frac{1}{27} \cdot x^3 = \frac{1}{27} \cdot (-1)^3 = -\frac{1}{27}$

Якщо x = 1, тоді $\frac{1}{27} \cdot x^3 = \frac{1}{27} \cdot 1^3 = \frac{1}{27}$

Якщо x = –3, тоді $\frac{1}{27} \cdot x^3 = \frac{1}{27} \cdot (-3)^3 = \frac{1}{27} \cdot (-27) = -1$

Якщо x = 3, тоді $\frac{1}{27} \cdot x^3 = \frac{1}{27} \cdot 3^3 = \frac{1}{27} \cdot 27 = 1$

2) Якщо a = 1, тоді $a + a^2 + a^3 = 1 + 1^2 + 1^3 = 1 + 1 + 1 = 3$

Якщо a = –1, тоді $a + a^2 + a^3 = -1 + (-1)^2 + (-1)^3 = -1 + 1 + (-1) = -1$

Якщо a = –2, тоді $a + a^2 + a^3 = -2 + (-2)^2 + (-2)^3 = -2 + 4 + (-8) = -6$

3) Якщо $x = \frac{1}{3}$, тоді $(15x)^4 = \left(15 \cdot \frac{1}{3}\right)^4 = 5^4 = 625$

Якщо $x = -\frac{1}{5}$, тоді $(15x)^4 = \left(15 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)\right)^4 = 3^4 = 81$

4) Якщо a = –6; b = –8, тоді $a^2 - b^2 = (-6)^2 - (-8)^2 = 36 - 64 = -28$

321. Знайдіть значення виразу:

1) Якщо a = 2, тоді $0{,}01 \cdot a^4 = 0{,}01 \cdot 2^4 = 0{,}01 \cdot 16 = 0{,}16$

Якщо a = –5, тоді $0{,}01 \cdot a^4 = 0{,}01 \cdot (-5)^4 = 0{,}01 \cdot 625 = 6{,}25$

Якщо a = 10, тоді $0{,}01 \cdot a^4 = 0{,}01 \cdot 10^4 = 0{,}01 \cdot 10000 = 100$

2) Якщо c = 0,2, тоді $5c^2 - 4 = 5 \cdot 0{,}2^2 - 4 = 5 \cdot 0{,}04 - 4 = 0{,}2 - 4 = 3{,}8$

Якщо c = –0,1, тоді $5c^2 - 4 = 5 \cdot (-0{,}1)^2 - 4 = 5 \cdot 0{,}01 - 4 = 0{,}05 - 4 = -3{,}95$

Якщо c = 0, тоді $5c^2 - 4 = 5 \cdot 0^2 - 4 = 0 - 4 = -4$

3) Якщо m = –4, n = –1, тоді $(m + n)^3 = (-4 + (-1))^3 = (-5)^3 = -125$

4) Якщо x = 1, тоді $4x^2 - x^3 = 4 \cdot 1^2 - 1^3 = 4 \cdot 1 - 1 = 4 - 1 = 3$

Якщо x = –2, тоді $4x^2 - x^3 = 4 \cdot (-2)^2 - (-2)^3 = 4 \cdot 4 + 8 = 16 + 8 = 24$

Якщо x = –3, тоді $4x^2 - x^3 = 4 \cdot (-3)^2 - (-3)^3 = 4 \cdot 9 + 27 = 36 + 27 = 63$

322. Не виконуючи обчислень, порівняйте:

1) $-2^4 < (-2)^4$ **2)** $(-7)^3 < (-6)^2$ **3)** $(-12)^8 = 12^8$ **4)** $-5^3 = (-5)^3$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

323. Порівняйте значення виразів:

1) якщо x = –5; –3; 0, тоді $-x^2$ і $(-x)^2$:
$-5^2 < (-5)^2$
$-(-3)^2 < (-(-3))^2$
$-0^2 = (-0)^2$

2) якщо x = –2; 0; 3, тоді $-x^3$ і $(-x)^3$:
$-(-2)^3 > (-(-2))^3$
$-0^3 = (-0)^3$
$-3^3 = (-3)^3$

324. Замініть «зірочку» знаком >, <, ≤, ≥ так, щоб нерівність була правильною для будь-яких значень змінних:

1) $a^2 \geq 0$
2) $-b^2 \leq 0$
3) $m^2 + 3 > 0$
4) $-p^2 - 1 < 0$
5) $(a - 3)^2 \geq 0$
6) $a^2 + b^2 > 0$
7) $x^2 + y^2 + 5 > 0$
8) $(m - n)^2 + 1 > 0$
9) $-(p + 9)^2 \leq 0$

325. Якого найменшого значення може набувати вираз:

1) $a^2 + 1$; Найменше значення вираз $a^2 + 1$ може набувати при $a^2 = 0$, a=0 і це значення 0 + 1 = 1.

2) $3 + (m - 3)^2$; Найменше значення вираз $3 + (m - 3)^2$ може набувати при $(m - 3)^2 = 0$, m – 3 = 0, m = 3 і це значення $3 + (3 - 3)^2 = 3$.

3) $(a + 8)^4 - 5$; Найменше значення вираз $(a + 8)^4 - 5$ може набувати при $(a + 8)^4 = 0$, a + 8 = 0, a = –8 і це значення $(-8 + 8)^4 - 5 = -5$.

326. Якого найбільшого значення може набувати вираз:

1) $-x^2 + 2$; Найбільше значення вираз $-x^2 + 2$ може набувати при $x^2 = 0$, x = 0 і це значення $0^2 + 2 = 2$.

2) $-(m - 2)^4 + 1$; Найбільше значення вираз $-(m - 2)^4 + 1$ може набувати при $(m - 2)^4 = 0$, m – 2 = 0, m = 2 і це значення $-(2 - 2)^4 + 1 = 0 + 1 = 1$.

3) $5 - (a + 9)^2$; Найбільше значення вираз $5 - (a + 9)^2$ може набувати при $(a + 9)^2 = 0$, a + 9 = 0, a = –9 і це значення $5 - (-9 + 9)^2 = 5 - 0 = 5$.

327. Запишіть дріб у вигляді відсотків:

1) 0,8 = 0,8 · 100% = 80%
2) 1,13 = 1,13 · 100% = 113%
3) 8,3 = 8,3 · 100% = 830%
4) 0,007 = 0,007 · 100% = 0,7%

328. Обчисліть:

1) $\left(9\frac{8}{15} - 7\frac{7}{15}\right) \cdot 4{,}5 - 2\frac{1}{6} : 0{,}52 = \left(\frac{143}{15} - \frac{112}{15}\right) \cdot \frac{9}{2} - \frac{13}{6} : \frac{13}{25} = \frac{31}{15} \cdot \frac{9}{2} - \frac{13}{6} \cdot \frac{25}{13} =$
$= \frac{31}{5} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{6} \cdot 25 = \frac{93}{10} - \frac{25}{6} = \frac{77}{15} = 5\frac{2}{15}$

2) $\frac{8}{13} \cdot (-0{,}1625) - \left(\frac{9}{22} + 1\frac{4}{11}\right) \cdot 1{,}32 = \frac{8}{13} \cdot \left(-\frac{13}{80}\right) - \left(\frac{9}{22} + \frac{15}{11}\right) \cdot \frac{33}{25} = -\frac{1}{10} - \frac{39}{22} \cdot \frac{33}{25} =$
$= -\frac{1}{10} - \frac{39}{2} \cdot \frac{3}{25} = -\frac{1}{10} - \frac{117}{50} = -\frac{61}{25} = -2\frac{11}{25}$

329. Для деяких натуральних значень x і y значення виразу x + 3y ділиться на 5. Чи ділиться на 5 значення виразу 7x + 21y для тих самих значень x і y?

Так, ділиться. Наприклад.

Якщо x = 2 і y = 1, тоді x + 3y = 2 + 3 · 1 = 2 + 3 = 5 ділиться на 5.

Якщо x = 2 і y = 1, тоді 7x + 21y = 7 · 2 + 21 · 1 = 14 + 21 = 35 ділиться на 5.

330. Щоб бути здоровою, людина має щоденно вживати 3 г білків на кожні 4 кг своєї маси. Скільки білків має містити щоденний раціон підлітка масою 48 кг?

1) 48 : 4 = 12 (р.) – у стільки разів більша маса;
2) 12 · 3 = 36 (г) – білків має містити щоденний раціон підлітка.

Відповідь: 36 г.

331. Доведіть ознаку подільності на 4: натуральне число ділиться на 4 тоді і тільки тоді, коли число, записане його двома останніми цифрами, ділиться на 4.

Для того щоб довести ознаку подільності на 4, розглянемо будь-яке натуральне число N, яке можна записати у вигляді:

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

$N = 100 \cdot q + r$,
де q — це частина числа без двох останніх цифр, а r — число, утворене двома останніми цифрами числа N (тобто $0 \le r < 1000$).

1. Необхідність (якщо число ділиться на 4, то дві останні цифри також діляться на 4)
Якщо число N ділиться на 4, тобто:
$N = 4 \cdot k$ для деякого цілого числа k,
то:
$100 \cdot q + r = 4 \cdot k$.
Оскільки 100 ділиться на 4 (адже $100 = 4 \cdot 25$), то частина $100 \cdot q$ також ділиться на 4.
Тому для того, щоб уся сума $100 \cdot q + r$ ділилася на 4, залишок r (дві останні цифри) також повинен ділитися на 4.

2. Достатність (якщо дві останні цифри діляться на 4, то все число також ділиться на 4)
Тепер припустимо, що дві останні цифри r діляться на 4, тобто:
$r = 4 \cdot m$ для деякого цілого числа m.
Тоді:
$N = 100 \cdot q + 4 \cdot m = 4 \cdot (25 \cdot q + m)$.
Отже, N ділиться на 4, оскільки воно є добутком 4 на ціле число $(25 \cdot q + m)$.

Висновок:
Число N ділиться на 4 тоді і тільки тоді, коли число, утворене його двома останніми цифрами r, ділиться на 4.

§7. Властивості степеня з натуральним показником

332. (Усно.) Які з рівностей правильні:
1) $a^3 \cdot a^5 = a^{15}$; Ні
2) $a^2 \cdot a^8 = a^{10}$; Так
3) $b^{20} : b^4 = b^5$; Так
4) $b^6 : b^2 = b^4$; Так
5) $(a^5)^7 = a^{35}$; Так
6) $(a^3)^4 = a^7$? Ні

333. (Усно.) Подайте добуток у вигляді степеня:
1) $a^7a^3 = a^{10}$
2) $b^5b = b^6$
3) $7^8 \cdot 7^{13} = 7^{21}$
4) $5 \cdot 5^{11} = 5^{12}$

334. Запишіть добуток у вигляді степеня:
1) $x^5x^7 = x^{12}$
2) $a^2a^8 = a^{10}$
3) $m^3m = m^4$
4) $2^9 \cdot 2^{30} = 2^{39}$

335. Подайте добуток у вигляді степеня:
1) $p^2p^4 = p^6$
2) $c^9c^3 = c^{12}$
3) $4 \cdot 4^{16} = 4^{17}$
4) $c^7c^2 = c^9$

336. (Усно.) Представте частку у вигляді степеня:
1) $a^7 : a^2 = a^5$
2) $3^{14} : 3^{11} = 3^3$
3) $c^8 : c = c^7$
4) $12^{14} : 12^{13} = 12^1$

337. Запишіть частку у вигляді степеня:
1) $b^5 : b^3 = b^2$
2) $m^{12} : m^5 = m^7$
3) $t^6 : t = t^5$
4) $x^{10} : x^9 = x^1$

338. Подайте частку у вигляді степеня:
1) $m^9 : m^5 = m^4$
2) $a^{10} : a^5 = a^5$
3) $9^7 : 9 = 9^6$
4) $m^{14} : m^{13} = m^1$

339. Подайте у вигляді степеня:
1) $(x^3)^7 = x^{21}$
2) $(3^{10})^4 = 3^{40}$
3) $(c^2)^5 = c^{10}$
4) $(9^7)^{11} = c^{77}$

340. Подайте у вигляді степеня:
1) $(m^3)^5 = m^{15}$
2) $(a^5)^7 = a^{35}$
3) $(9^3)^8 = 9^{24}$
4) $(10^4)^2 = 10^8$

341. Подайте у вигляді степеня:
1) $(a^4)^5 = a^{20}$
2) $(c^7)^2 = c^{14}$
3) $(9^2)^{15} = 9^{30}$
4) $(18^{14})^2 = 18^{28}$

342. Запишіть вираз x^{12} у вигляді добутку двох степенів, один з яких дорівнює:
1) $x^{12} = x^3 \cdot x^9$
2) $x^{12} = x^6 \cdot x^6$
3) $x^{12} = x^9 \cdot x^3$
4) $x^{12} = x^{11} \cdot x^1$

343. Запишіть степінь у вигляді добутку двох степенів з однаковими основами:
1) $m^7 = m^3 \cdot m^4$
2) $c^{12} = c^4 \cdot c^8$
3) $5^{17} = 5^2 \cdot 5^{15}$
4) $p^8 = p^4 \cdot p^4$

344. Подайте добуток у вигляді степеня:
1) $(-7)^3 \cdot (-7)^4 \cdot (-7) = (-7)^8$
2) $aa^5a^{11} = a^{17}$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

3) $bbbb^9 = b^{12}$
4) $(x-y)^3(x-y)^{12} = (x-y)^{15}$
5) $14^7 \cdot 14^5 \cdot 14^9 = 14^{21}$
6) $\left(3\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^4 = \left(\frac{10}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{10}{3}\right)^4 = \left(\frac{10}{3}\right)^9$

345. Запишіть у вигляді степеня вираз:
1) $12^3 \cdot 12^9 \cdot 12 = 12^{13}$
2) $ppp^7p = p^{10}$
3) $(a+b)^3(a+b)^5 = (a+b)^8$
4) $\left(1\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$

346. Обчисліть значення виразу, використовуючи властивості степенів. Подайте степеня з основами 2 і 3 (див. № 307 на ст. 58):
1) $2^3 \cdot 2^4 = 2^7 = 128$
2) $3^6 : 3 = 3^5 = 243$
3) $3 \cdot 3^3 \cdot 3^4 = 3^8 = 6561$
4) $2^9 : 2^3 = 2^6 = 64$

347. Виконайте піднесення до степеня:
1) $(xy)^9 = x^9y^9$
2) $(abc)^7 = a^7b^7c^7$
3) $(0{,}1a)^3 = 0{,}001a^3$
4) $(2xy)^4 = 16x^4y^4$
5) $(-2a)^5 = -32a^5$
6) $(-0{,}3a)^2 = 0.09a^2$
7) $(-4ab)^3 = -64a^3b^3$
8) $\left(-\frac{2}{3} \cdot axz\right)^4 = \frac{16}{81} \cdot a^4x^4z^4$

348. Запишіть степінь у вигляді добутку степенів або добутку числа і степенів:
1) $(ab)^5 = a^5b^5$
2) $(2p)^4 = 8p^4$
3) $(-5ax)^3 = -125a^3x^3$
4) $\left(-\frac{3}{4}ac\right)^4 = \left(-\frac{3}{4}\right)^4a^4c^4$
5) $(-0{,}1m)^3 = -0{,}001m^3$
6) $(-0{,}07mx)^2 = 0{,}027m^2x^2$

349. Знайдіть значення виразу:
1) $6^{18} : 6^{16} = 6^2 = 36$
2) $0{,}3^8 : 0{,}3^5 = 0{,}3^3 = 0{,}027$
3) $\frac{4{,}92^{10}}{4{,}92^9} = 4{,}92$
4) $\frac{10^8}{10^5} = 10^3 = 1000$
5) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{10} : \left(-\frac{1}{4}\right)^7 = \left(-\frac{1}{4}\right)^3 = -\frac{1}{64}$
6) $\left(1\frac{1}{2}\right)^{12} : \left(1\frac{1}{2}\right)^8 = \left(1\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$

350. Обчисліть:
1) $9^{10} : 9^8 = 9^2$
2) $\frac{0{,}4^{17}}{0{,}4^{14}} = 0{,}4^3 = 0{,}064$
3) $\left(-1\frac{1}{9}\right)^{15} : \left(-1\frac{1}{9}\right)^{13} = \left(-1\frac{1}{9}\right)^2 = \left(-\frac{10}{9}\right)^2 = \frac{100}{81}$
4) $\frac{\left(1\frac{1}{3}\right)^{12}}{\left(1\frac{1}{3}\right)^8} = \left(1\frac{1}{3}\right)^4 = \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{256}{81}$

351. Знайдіть значення виразу:
1) $\frac{8^{12} \cdot 8^3}{8^{13}} = \frac{8^{15}}{8^{13}} = 8^2 = 64$
2) $\frac{4^8}{4 \cdot 4^6} = \frac{4^8}{4^7} = 4$
3) $\frac{(-3)^5 \cdot (-3)^7}{(-3)^{10}} = \frac{(-3)^{12}}{(-3)^{10}} = (-3)^2 = 9$
4) $\frac{(0{,}2)^7 \cdot (0{,}2)^5}{(0{,}2)^3 \cdot (0{,}2)^6} = \frac{(0{,}2)^{12}}{(0{,}2)^9} = (0{,}2)^3 = 0{,}008$

352. Обчисліть:
1) $5^4 \cdot 5^{12} : 5^{13} = 5^{16} : 5^{13} = 5^3$
2) $\frac{37^{12}}{37^5 \cdot 37^6} = \frac{37^{12}}{37^{11}} = 37$
3) $\frac{6^{17} \cdot 6^8}{6^{22}} = \frac{6^{25}}{6^{22}} = 6^3 = 216$
4) $\frac{(0{,}7)^3 \cdot (0{,}7)^{16}}{(0{,}7)^{12} \cdot (0{,}7)^5} = \frac{(0{,}7)^{19}}{(0{,}7)^{17}} = (0{,}7)^2 = 0{,}49$

353. Спростіть вираз, використовуючи правила множення і ділення степенів:
1) $a^7 \cdot a^9 : a^3 = a^{16} : a^3 = a^{13}$
2) $b^9 : b^5 : b^3 = b^4 : b^3 = b$
3) $m^{12} : m^7 \cdot m = m^5 \cdot m = m^6$
4) $p^{10} : p^9 \cdot p^3 = p \cdot p^3 = p^4$

354. Запишіть вираз у вигляді степеня:
1) $(a^3)^4 \cdot a^8 = a^{12} \cdot a^8 = a^{20}$
2) $((a^7)^2)^3 = (a^{14})^3 = a^{42}$
3) $(b^3)^2 : b^4 = b^6 : b^4 = b^2$
4) $(a^4)^5 \cdot (a^7)^2 = a^{20} \cdot a^{14} = a^{34}$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

355. Подайте вираз у вигляді степеня:

1) $(b^3)^4 \cdot b^7 = b^{12} \cdot b^7 = b^{19}$
2) $((x^4)^5)^6 = (x^{20})^6 = x^{120}$
3) $(c^3)^8 : c^{10} = c^{24} : c^{10} = c^{14}$
4) $(m^3)^5 \cdot (m^2)^7 = m^{15} \cdot m^{14} = m^{29}$

356. Запишіть частку у вигляді степеня з основою *mn*:

1) $m^9n^9 = (mn)^9$ 2) $m^7n^7 = (mn)^7$ 3) $m^2n^2 = (mn)^2$ 4) $m^{2015}n^{2015} = (mn)^{2015}$

357. Подайте вираз у вигляді степеня з основою *ab*:

1) $a^5b^5 = (ab)^5$ 2) $a^3b^3 = (ab)^3$ 3) $a^{18}b^{18} = (ab)^{18}$ 4) $a^{2016}b^{2016} = (ab)^{2016}$

358. Запишіть добуток у вигляді степеня:

1) $a^4b^4 = (ab)^4$
2) $49a^2x^2 = (7ax)^2$
3) $0{,}001a^3b^3 = (0{,}1ab)^3$
4) $-8p^3 = (-2p)^3$
5) $-32a^5b^5 = (-2ab)^5$
6) $-a^7b^7c^7 = (-abc)^7$
7) $\frac{1}{27}x^3y^3 = (\frac{1}{3} \cdot x \cdot y)^3$
8) $-\frac{64}{125}p^3q^3 = (-\frac{4}{5} \cdot p \cdot q)^3$

359. Знайдіть значення x, для якого справджується рівність:

1) $3^5 \cdot 3^2 = 3^{5+x}$; правильно для x = 2
2) $2^7 \cdot 2^8 = 2^{1+x}$; правильно для x = 14
3) $4^x \cdot 4^5 = 4^8$; правильно для x = 3
4) $9^8 : 9^x = 9^5$. правильно для x = 3

360. Знайдіть значення x, для якого справджується рівність:

1) $1{,}8^9 : 1{,}8 = 1{,}8^{9-x}$; правильно якщо x = 1
2) $19^x : 19^7 = 19^9$; правильно якщо x = 16
3) $4^{12} : 4^x = 4^7$. правильно якщо x = 5

361. Замініть «зірочку» степенем з основою p, де p > 0, таким, щоб рівність стала тотожністю:

1) $p^7 : p^4 = p^3$ 2) $p^{14} : p^5 = p^9$ 3) $p^9 : p^5 \cdot p^3 = p^7$ 4) $p^{15} : p^9 \cdot p^4 = p^{10}$

362. Замініть «зірочку» степенем з основою a таким, щоб рівність стала тотожністю:

1) $a^2 \cdot a^5 = a^7$ 2) $a^8 \cdot a^1 = a^9$ 3) $a^4 \cdot a^8 \cdot a^7 = a^{19}$

363. Подайте вираз:

1) Подайте вираз у вигляді степеня з основою 2;
$8^7 = (2^3)^7 = 2^{21}$; $(16^3)^5 = (2^4)^3)^5) = 2^{60}$
2) Подайте вираз у вигляді степеня з основою 5.
$25^3 = (5^2)^3 = 5^6$; $625^7 = (5^4)^7 = 5^{28}$

364. Подайте вираз:

1) Подайте вираз у вигляді степеня з основою 3;
$9^7 = (3^2)^7) = 3^{14}$; $(81^3)^5 = ((3^4)^3)^5 = 3^{60}$
2) Подайте вираз у вигляді степеня з основою 10.
$100^4 = (10^2)^4 = 10^8$; $1000^9 = (10^3)^9 = 10^{27}$

365. Обчисліть, використовуючи властивості степенів:

1) $256 : 2^5 = 2^8 : 2^5 = 2^3 = 8$
2) $243 : 3^4 \cdot 9 = 3^5 : 3^4 \cdot 9 = 3^5 : 3^4 \cdot 3^2 = 3 \cdot 3^2 = 3^3 = 27$
3) $\frac{125^3 \cdot 5^2}{5^3 \cdot 25} = \frac{(5^3)^3 \cdot 5^2}{5^3 \cdot 5^2} = \frac{5^{11}}{5^5} = 5^6 = 15625$
4) $\frac{100 \cdot 10^7}{10^5 \cdot 1000} = \frac{10^2 \cdot 10^7}{10^5 \cdot 10^3} = \frac{10^9}{10^8} = 10$

366. Подайте у вигляді степеня (n — натуральне число):

1) $x^5x^n = x^{5+n}$
2) $x^8 : x^n = x^{8-n}$, $n < 8$
3) $x^n : (x^8 \cdot x^9) = x^n : x^{17} = x^{n-17}$, $n > 17$
4) $x^{2n} : x^n \cdot x^{3n+1} = x^n \cdot x^{3n+1} = x^{4n+1}$
5) $((x^n)^3)^5 = x^{15n}$
6) $(-x^4)^{2n} = x^{8n}$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

367. Знайдіть значення виразу:

1) $5^3 \cdot 2^3 = (5 \cdot 2)^3 = 10^3 = 1000$

2) $(\frac{1}{4})^2 \cdot 20^2 = (\frac{1}{4} \cdot 20)^2 = 5^2 = 25$

3) $0{,}2^{13} \cdot 5^{13} = (0{,}2 \cdot 5)^{13} = 1^{13} = 1$

4) $(1{,}5)^7 \cdot (1\frac{1}{3})^7 = (1{,}5 \cdot \frac{4}{3})^7 = (\frac{15}{10} \cdot \frac{4}{3})^7 = 2^7 = 128$

5) $0{,}5^7 \cdot 2^8 = (0{,}5 \cdot 2)^7 \cdot 2 = 1^7 \cdot 2 = 2$

6) $(1\frac{1}{2})^6 \cdot (\frac{2}{3})^8 = (\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3})^6 \cdot (\frac{2}{3})^2 = 1^6 \cdot (\frac{2}{3})^2 = (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$

368. Обчисліть:

1) $0{,}25^7 \cdot 4^7 = (0{,}25 \cdot 4)^7 = 1^7 = 1$

2) $(\frac{1}{7})^5 \cdot 14^5 = (\frac{1}{7} \cdot 7)^5 \cdot 2^5 = 1 \cdot 32 = 32$

3) $(1\frac{1}{8})^9 \cdot (\frac{8}{9})^{10} = (\frac{9}{8} \cdot \frac{8}{9})^9 \cdot \frac{8}{9} = \frac{8}{9}$

4) $1{,}5^7 \cdot (\frac{2}{3})^9 = (\frac{15}{10})^7 \cdot (\frac{2}{3})^9 = (\frac{3}{2})^7 \cdot (\frac{2}{3})^9 = (\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3})^7 \cdot (\frac{2}{3})^2 = (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$

369. Знайдіть значення виразу, використовуючи властивості степенів:

1) $\frac{9^5}{3^7} = \frac{(3^2)^5}{3^7} = \frac{3^{10}}{3^7} = 3^3 = 27$

2) $\frac{8^7}{4^8} = \frac{(2^3)^7}{(2^2)^8} = \frac{2^{21}}{2^{16}} = 2^5 = 32$

3) $\frac{27^3 \cdot 9^4}{81^3} = \frac{(3^3)^3 \cdot (3^2)^4}{(3^4)^3} = \frac{3^9 \cdot 3^8}{3^{12}} = \frac{3^{17}}{3^{12}} = 3^5 = 243$

4) $\frac{25^4 \cdot 125^{10}}{5^{36}} = \frac{(5^2)^4 \cdot (5^3)^{10}}{5^{36}} = \frac{5^8 \cdot 5^{30}}{5^{36}} = \frac{5^{38}}{5^{36}} = 5^2 = 25$

370. Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{5^7 \cdot 7^8}{35^7} = \frac{(5^7 \cdot 7^1) \cdot 7^1}{35^7} = 7^1 = 7$

2) $\frac{2^{17} \cdot 3^6}{24^5} = \frac{6^6 \cdot 2^{11}}{(6 \cdot 4)^5} = \frac{6^6 \cdot 2^{11}}{6^5 \cdot 4^5} = \frac{6^6 \cdot 2^{11}}{6^5 \cdot 2^{10}} = 6 \cdot 2 = 12$

3) $\frac{36^7}{2^{12} \cdot 3^{10}} = \frac{(6^2)^7}{6^{10} \cdot 2^2} = \frac{6^{14}}{6^{10} \cdot 2^2} = \frac{6^4}{2^2} = \frac{1296}{4} = 324$

4) $\frac{27^3}{18^4} = \frac{(3^3)^3}{2^4 \cdot 9^4} = \frac{3^9}{2^4 \cdot 3^8} = \frac{3}{16} = 0{,}1875$

371. Обчисліть:

1) $\frac{7^9 \cdot 49^8}{343^8} = \frac{7^9 \cdot 7^{16}}{7^{24}} = \frac{7^{25}}{7^{24}} = 7$

2) $\frac{6^{12}}{2^{10} \cdot 3^{11}} = \frac{6^{12}}{6^{10} \cdot 3} = \frac{6^2}{3} = \frac{36}{3} = 12$

3) $\frac{2^8 \cdot 5^7}{100^3} = \frac{10^7 \cdot 2}{(10^2)^3} = \frac{10^7 \cdot 2}{10^6} = 10 \cdot 2 = 20$

4) $\frac{36^5}{24^6} = \frac{(6^2)^5}{6^6 \cdot 4^6} = \frac{6^{10}}{6^6 \cdot 4^6} = \frac{6^4}{4^6} = \frac{6^4}{4^4 \cdot 4^2} = \left(\frac{6}{4}\right)^4 \cdot \frac{1}{16} = \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{81}{4} \cdot \frac{1}{26} = \frac{81}{256}$

372. Порівняйте значення виразів:

1) $6^{10} = 36^5$, бо $36^5 = (6^2)^5 = 6^{10}$

2) $10^{20} > 20^{10}$, бо $20^{10} = 2^{10} \cdot 10^{10} > 10^{20}$

3) $5^{14} < 26^7$, бо $5^{14} = (5^2)^7 = 25^7$, $25^7 < 26^7$

4) $2^{3000} < 3^{2000}$, бо $2^{3000} = (2^3)^{1000} = 8^{1000}$, $3^{2000} = (3^2)^{1000} = 9^{1000}$, $8^{1000} < 9^{1000}$

373. Спростіть вираз:

1) $5{,}2 \cdot 6a = 31{,}2a$

2) $-4{,}5b \cdot 8 = -36b$

3) $-5x \cdot (-12) = 60x$

4) $\frac{2}{3} \cdot m \cdot \frac{3}{4} \cdot k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot k$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

5) $1\frac{1}{3} \cdot x \cdot (-1\frac{2}{7} \cdot y) = \frac{4}{3} \cdot x \cdot (-\frac{9}{7}) \cdot y = -\frac{12}{7} \cdot xy$

6) $-1{,}8a \cdot (-b) \cdot 5c = 9abc$

374. Вартість деякого товару становила 80 грн. Спочатку її знизили на 15%, а потім підвищили на 10%. Знайдіть:

1. Вартість товару після зниження;
2. Вартість товару після підвищення;
3. Як саме і на скільки гривень змінилася вартість товару;
4. Як саме і на скільки відсотків змінилася вартість товару.

1) 80 · 0,85 = 68 (грн) – вартість товару після зниження;

2) 68 · 1,1 = 74,8 (грн) – вартість товару після підвищення;

3) 80 – 74,8 = 5,2 (грн) – вартість товару знизилася;

4) $\frac{5{,}2}{80} \cdot 100\% = 6{,}5\%$ – на стільки відсотків знизилася вартість товару.

375. Нехай $a + b = 5$ і $c = -2$. Знайдіть значення виразу:

1) $a + b - c = 5 - (-2) = 5 + 2 = 7$

2) $a - 2c + b = (a + b) - 2c = 5 - 2 \cdot (-2) = 5 + 4 = 9$

3) $\frac{a+b+c}{c} = \frac{5-2}{-2} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2} = -1{,}5$

4) $c(a + b - 4c) = (-2)(5 - 4 \cdot (-2)) = -2 \cdot (5 + 8) = -2 \cdot 13 = -26$

376. Спростіть вираз $1{,}7\left(1\frac{1}{5}a - 4b\right) - 1{,}5(1{,}2b - a)$ і знайдіть його значення, якщо $a = 5$; $b = -10$.

$1{,}7\left(1\frac{1}{5}a - 4b\right) - 1{,}5(1{,}2b - a) = 1{,}7 \cdot (1{,}2 \cdot a - 4b) - 1{,}5(1{,}2b - a) = 2{,}04a - 6{,}8b - 1{,}8b + 1{,}5a = 3{,}54a - 8{,}6b$

Якщо $a = 5$; $b = -10$, тоді $3{,}54a - 8{,}6b = 3{,}54 \cdot 5 - 8{,}6 \cdot (-10) = 17{,}7 + 86 = 103{,}7$

377. Студент-художник Максим отримав свій перший гонорар у розмірі 4000 грн за написану картину. З цього приводу він вирішив привітати букетом троянд свою викладачку мистецтва Ларису Василівну. Яку найбільшу кількість троянд зможе придбати Максим, якщо витратить на букет половину тієї суми, яку отримає після вирахування з гонорару прибуткового податку у розмірі 18 % та 1,5% військового збору, за умови, що одна троянда коштує 100 грні і букет має містити непарну кількість квітів?

1) 4000 – 4000 · (0,18 + 0,015) = 4000 – 4000 · 0,195 = 4000 – 780 = 3220 (грн) – отримає після відрахувань;

2) 3220 : 2 = 1610 (грн) – витратить на букет троянд.

3) 1610 : 100 = 16,1 (кв.)

Найбільша кількість троянд в букеті 16 квітів, а непарна їх кількість – 15 квітів.

Відповідь: 15 троянд.

378. Запишіть коефіцієнт буквенного виразу:

1) 5c коефіцієнт буквеного виразу: 5

2) –2a коефіцієнт буквеного виразу: –2

3) 0,17kb коефіцієнт буквеного виразу: 0,17

4) $-\frac{1}{3} \cdot m$ коефіцієнт буквеного виразу: $-\frac{1}{3}$

5) acx коефіцієнт буквеного виразу: 1

6) –ad коефіцієнт буквеного виразу: –1

379. Дано п'ять різних додатних чисел, які можна розбити на дві групи так, щоб суми чисел у кожній з груп були однаковими. Скількома способами це можна зробити?

Нехай x_1, x_2, x_3, x_4 і x_5 — задані різні додатні числа, тоді можливе таке розбиття на групи:

1) $x_1 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5$, причому x_1 більше за кожне з решти різних чисел x_2; x_3; x_4; x_5;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) $x_1 + x_2 = x_3 + x_4 + x_5$, причому, якщо припустити, наприклад, що $x_1 = x_3 + x_4$, то звідси випливає, що $x_2 = x_5$, а за умовою числа різні, тому таке розбиття неможливе.
Отже, таке групування можна виконати лише одним способом.
Відповідь: лише одним способом.

§8. Одночлен. Стандартний вигляд одночлена

380. *(Усно.)* Які з виразів є одночленами:
Одночлени: **1)** $4,5a^2b$; **2)** $-0,45mpc$; **4)** $p \cdot (-0,2)$; **5)** a^2am; **8)** $c^{12} \cdot c^3$; **10)** $-m$; **11)** $-4,9$; **12)** 0.
Не є одночленами: **3)** $a^2 - 9$; **6)** $(-\frac{2}{3}p + 7)m$; **7)** $x - y$; **9)** $5(m + p)^7$.

381. *(Усно.)* Назвіть одночлени стандартного вигляду та їхні коефіцієнти:
Одночленами стандартного вигляду є:
1) $5xy$ - коефіцієнт 5;
4) $-a^7b^3$ - коефіцієнт -1;
6) $-2xyt$ - коефіцієнт -2;
7) x^9c^7 - коефіцієнт 1;
8) 17 - коефіцієнт 17;

382. Які з виразів є одночленами? Серед одночленів вкажіть ті, які записано у стандартному вигляді:
Одночлени: **1)** $5a \cdot 3b$; **2)** $-7x^2y$; **4)** $x \cdot xy \cdot 7$; **6)** $-m^2$; **8)** -145; **10)** p^{18}; **12)** $-xytm$.
Одночлени, що записані у стандартному вигляді: **2)** $-7x^2y$; **6)** $-m^2$; **8)** -145; **10)** p^{18}; **12)** $-xytm$.

383. Зведіть одночлен до стандартного вигляду, укажіть його коефіцієнт і степінь:
1) $7a^2a^3 \cdot a = 7a^6$; коефіцієнт 7, степінь 6;
2) $8 \cdot a \cdot 0,1m \cdot 2p = 1,6amp$; коефіцієнт 1,6, степінь 3;
3) $5t \cdot (-4at) = -20at^2$; коефіцієнт -20, степінь 3;
4) $-1\frac{2}{3}m^4 \cdot 12m^2p = -20m^6p$; коефіцієнт -20, степінь 7;
5) $-5a^2 \cdot 0,2am^7 \cdot (-10m) = 10a^3m^8$; коефіцієнт 10, степінь 11;
6) $t^3 \cdot (-p)^7 \cdot t = -p^7t^4$; коефіцієнт -1, степінь 11.

384. Зведіть одночлен до стандартного вигляду, укажіть його коефіцієнт і степінь:
1) $-7m^2b \cdot 8mb^2 = -56m^3b^3$; коефіцієнт: -56, степінь: 6
2) $5m \cdot 2a \cdot (-3b) = -30abm$; коефіцієнт: -30, степінь: 3
3) $-7a \cdot (-5a^2) = 35a^3$; коефіцієнт: 35, степінь: 3
4) $-2,2a^2 \cdot \frac{25}{44}a^3p = -\frac{5}{4}a^5p$; коефіцієнт: $-\frac{5}{4}$, степінь: 6
5) $-a \cdot (-0,2a^2p) \cdot (-0,3p^4) = -0,06a^3p^5$; коефіцієнт: -0,06, степінь: 8
6) $c^5 \cdot (-a) \cdot (-c^4a) \cdot a^7 = c^9a^9$; коефіцієнт: 1, степінь: 18

385. Знайдіть значення одночлена:
1) Якщо $a = 4$, то $3,5a^2 = 3,5 \cdot 4^2 = 3,5 \cdot 16 = 56$;
якщо $a = 0,1$, то $3,5a^2 = 3,5 \cdot 0,1^2 = 3,5 \cdot 0,01 = 0,035$;
2) Якщо $m = 0$, то $-4m^3 = 0$;
якщо $m = -1$, то $-4m^3 = -4 \cdot (-1)^3 = 4$;
3) Якщо $x = 1,4$, $y = -5$, то $10xy = 10 \cdot 1,4 \cdot (-5) = -70$;
4) Якщо $a = 5$, $c = -2$, то $-0,01a^2c = -0,01 \cdot 5^2 \cdot (-2) = 0,5$.

386. Обчисліть значення одночлена:
1) $1,6a^2$. Якщо $a = -5$, то $1,6 \cdot (-5)^2 = 1,6 \cdot 25 = 40$;
якщо $a = 0$, то $1,6 \cdot 0^2 = 0$;
якщо $a = -1$, то $1,6 \cdot (-1)^2 = 1,6$;
2) $5b^2c$. Якщо $b = 0,2$, $c = 0,1$, то $5 \cdot (0,2)^2 \cdot 0,1 = 5 \cdot 0,04 \cdot 0,1 = 0,02$;
якщо $b = -0,4$, $c = 2$, то $5 \cdot (-0,4)^2 \cdot 2 = 5 \cdot 0,16 \cdot 2 = 1,6$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

387. Заповніть таблицю у зошиті:

a	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$4a^2$	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25
$-2a^2$	-12,5	-8	-4,5	-2	-0,5	0	-0,5	-2	-4,5	-8	-12,5

388. Знайдіть:

1) значення x, для якого значення одночлена -0,8x дорівнює 0; 1; -1; 12;

-0,8x = 0 | -0,8x = 1 | -0,8x = -1 | -0,8x = 12

x = 0 : (-0,8) | x = 1 : (-0,8) | x = -1 : (-0,8) | x = 12 : (-0,8)

x = 0 | x = -1,25 | x = 1,25 | x = -15

2) значення a і b, для яких значення одночлена 15ab дорівнює 10; -60; 0.

15ab = 10 | 15ab = -60 | 15ab = 0

$ab = \frac{10}{15}$ | ab = -60 : 15 | ab = 0 : 15

$ab = \frac{2}{3}$ | ab = -4 | ab = 0

Наприклад: | Наприклад: | Наприклад:

$a = 2; b = \frac{1}{3}$ | a = 2; b = -2 | a = 7; b = 0

389. Знайдіть:

1) значення *a*, для якого значення одночлена $-0,6a$ дорівнює 0; -3; 12; -300.

$-0,6a = 0$ | $-0,6a = -3$ | $-0,6a = 12$ | $-0,6a = -300$

$a = 0 : (-0,6)$ | $a = -3 : (-0,6)$ | $a = 12 : (-0,6)$ | $a = -300 : (-0,6)$

$a = 0$ | $a = 5$ | $a = -20$ | $a = 500$

2) пару значень x і y, для яких значення одночлена 12xy дорівнює 15; -120; 0.

12xy = 15 | 12xy = -120 | 12xy = 0

$xy = \frac{15}{12}$ | xy = -120 : 12 | xy = 0 : 12

$xy = \frac{5}{4}$ | xy = -10 | xy = 0

Наприклад: | Наприклад: | Наприклад:

$x = 5; y = \frac{1}{4}$ | x = 5; y = -2 | x = 0; y = 4

390. *(Усно.)* Чи є правильним твердження? У разі ствердної відповіді обґрунтуйте її; якщо відповідь заперечна — наведіть приклади, що спростовують твердження:

1) Одночлен $7m^2$ для будь-яких значень m набуває додатних значень;

Ні, оскільки при $m = 0 \to 7m^2 = 0$;

2) Одночлен $\frac{1}{16}p^4$ для будь-яких значень p набуває невід'ємних значень;

Так, оскільки $p^4 > 0$ при будь якому значенні p;

3) Одночлен $-12a^2$ для будь-яких значень *a* набуває від'ємних значень;

Ні, оскільки при $a = 0 \to -12a^2 = 0$;

4) Одночлен $8b^3$ для будь-яких значень b набуває додатних значень.

Ні, оскільки при $b = 0 \to 8b^3 = 0$.

391. Знайдіть об'єм прямокутного паралелепіпеда, висота якого дорівнює x см, ширина у 3 рази більша за висоту, а довжина у 2 рази більша за ширину.

V = abc, де a — довжина, b — ширина, c — висота.

x см — висота, 3x см — ширина, довжина — $2 \cdot 3x = 6x$.

Отже, об'єм паралелепіпеда $V = x \cdot 3x \cdot 6x = 18x^3$ ($см^3$).

392. Ширина прямокутника дорівнює b дм, а довжина втричі більша за ширину. Знайдіть площу прямокутника.

$S = a \cdot b$. Ширина — b дм, довжина — 3b дм.

$S = b \cdot 3b = 3b^2$ ($дм^2$).

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

393. Розкрийте дужки та спростіть вираз:
1) $3(12x - 5) + 4x = 36x - 15 + 4x = 40x - 15$;
2) $7(a - 1) - 7a + 13 = 7a - 7 - 7a + 13 = 6$;
3) $4{,}2(x - y) + 3{,}5(x + y) = 4{,}2x - 4{,}2y + 3{,}5x + 3{,}5y = 7{,}7x - 0{,}7y$;
4) $12 - 5(1 - x) - 5x = 12 - 5 + 5x - 5x = 7$.

394. Серед виразів $3(y - x)$; $-3(x - y)$; $-3x - 3y$, $-3x + 3y$ знайдіть ті, що тотожно рівні виразу $3y - 3x$.
$3y - 3x = 3(y - x)$; $3y - 3x = -3(x - y)$.

395. Подружжя, Леонід та Оксана, відкрили депозити по 100 000 грн кожний і домовилися через рік порівняти отримані від цих депозитів прибутки. Леонід відкрив депозит у банку, що нараховує 4% щоквартально, а Оксана — у банку, що приймає кошти під 17% річних. Чий прибуток через рік виявиться більшим і на скільки?
1) $4 \cdot 4 = 16\%$ - річний відсоток Леоніда;
2) $100\,000 \cdot 0{,}16 = 16\,000$ (грн) – прибуток Леоніда;
3) $100\,000 \cdot 0{,}17 = 17\,000$ (грн) – прибуток Оксана;
4) $17\,000 - 16\,000 = 1000$ (грн).
Відповідь: прибуток Оксани буде більший на 1000 грн.

396. Спростіть вираз:
1) $-4a \cdot (-0{,}5b) = 2ab$; **2)** $10c \cdot 0{,}1d = cd$;
3) $0{,}25y \cdot (-40x) = -10yx$; **4)** $4c \cdot (-2a) \cdot (-3b) = 24cab$.

397. *Задача Стенфордського університету.* Щоб пронумерувати всі сторінки книжки, друкар використав 1890 цифр. Скільки сторінок у цій книжці?
Припустиму, що у книзі менше 1000 сторінок. отже, вона містить 9 сторінок з одноцифровими числами, 90 сторінко з двоцифровими числами і якусь кількість сторінок з трицифровими числами. Позначимо цю кількість через x.
Для початку знайдемо скільки цифр було використано для нумерації сторінок від 1 до 99.
1) $9 \cdot 1 = 9$ (цифр) - використав для нумерації сторінок одноцифровими числами (сторіки від 1 до 9);
2) $90 \cdot 2 = 180$ (цифр) - використав для нумерації сторінок двоцифровими числами (сторіки від 10 до 99);
3) $9 + 180 + x \cdot 3 = 1890$ (цифр) – використав всього цифр;
4) $x = (1890 - 180 - 9) : 3 = 567$ (сторінок) – з трицифровими числами.
5) $9 + 90 + 567 = 666$ (сторінок)
Відповідь: у книжці 666 сторінок.

§9. Множення одночленів. Піднесення одночлена до степеня.

398. *(Усно.)* Перемножте одночлени:
1) $3x \cdot 5y = 15xy$; **2)** $-a \cdot 2b = -2ab$;
3) $4x^2 \cdot (-2y) = -8x^2y$; **4)** $-3m^2 \cdot (-n^2) = 3m^2n^2$.

399. Виконайте множення одночленів:
1) $1{,}5x \cdot 12y = 18xy$; **2)** $-p^2 \cdot 9p^7 = -9p^9$;
3) $8a \cdot (-\frac{3}{4}a^7) = 8 \cdot (-\frac{3}{4})(a \cdot a^7) = 6a^8$; **4)** $-\frac{2}{3}a \cdot (-12ab^3) = 8a^2b^3$;
5) $0{,}7mn^2 \cdot (-m^7n^3) = -0{,}7m^8n^5$; **6)** $-0{,}2m^7p^9 \cdot (-4m^4p) = 0{,}8m^{11}p^{10}$;
7) $-0{,}6ab^2c^3 \cdot 0{,}5a^3bc^7 = -0{,}3a^4b^3c^{10}$; **8)** $\frac{3}{4}mn^2 \cdot (-\frac{4}{5}m) \cdot \frac{5}{3}n^7 = \frac{3}{4} \cdot (-\frac{4}{5}) \cdot \frac{5}{3}mn^2mn^7 = -m^2n^9$.

400. Знайдіть добуток одночленів:
1) $20a \cdot (-0{,}5b) = -10ab$; **2)** $-a^2 \cdot (-3a^7b) = 3a^9b$;
3) $5b \cdot (-\frac{1}{5}b^3) \cdot 2c = -2b^4c$; **4)** $\frac{3}{5}xy^3 \cdot \frac{10}{21}x^2y^5 = \frac{2}{7}x^3y^8$;

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

5) $\frac{3}{5}ab^2 \cdot (-\frac{5}{6}a^3) \cdot 2b^7 = -a^4b^9$; **6)** $-\frac{1}{2}m^2p \cdot \frac{2}{3}m^3p \cdot \frac{1}{5}mp^3 = -\frac{1}{15}m^6p^5$.

401. Перемножте одночлени:

1) $-13x^2y \cdot 12xy^3 = -156x^3y^4$;

2) $0{,}8mn^8 \cdot 50m^2n = 40m^3n^9$;

3) $-\frac{1}{5}ab^2 \cdot 15a^2p \cdot (-\frac{1}{3}pb^4) = \frac{1}{5} \cdot 15 \cdot \frac{1}{3}aa^2b^2b^4pp = a^3b^6p^2$;

4) $20xy^2 \cdot (-0{,}1)x^2y \cdot 0{,}2x^2y^2 = 0{,}4x^5y^5$.

402. Знайдіть два різних записи одночлена $-12m^2n^5$ у вигляді добутку двох одночленів стандартного вигляду.

$-12m^2n^5 = -4m^2n^2 \cdot 3n^3$; $-12m^2n^5 = 6mn^4 \cdot (-2mn)$.

403. Знайдіть два різних записи одночлена $18m^2n^7$ у вигляді добутку:

1) Двох одночленів стандартного вигляду;

$18m^2n^7 = 9mn \cdot 2mn^6$;

$18m^2n^7 = m^2n^3 \cdot 18n^4$;

2) Трьох одночленів стандартного вигляду.

$18m^2n^7 = 2mn^2 \cdot n^2 \cdot 9mn^3$;

$18m^2n^7 = 3mn \cdot 6n^5 \cdot mn$.

404. *(Усно.)* Піднесіть одночлен до степеня:

1) $(-mn^2)^2 = m^2n^4$; **2)** $(2a^2b)^3 = 8a^6b^3$;

3) $(-m^3b^2)^4 = m^{12}b^8$; **4)** $(-a^3b^5)^7 = -a^{21}b^{35}$.

405. Піднесіть до квадрата одночлен:

1) $(3a)^2 = 9a^2$; **2)** $(2b^2)^2 = 4b^4$;

3) $(-4a^3b^7)^2 = 16a^6b^{14}$; **4)** $(-0{,}1p^9a^4)^2 = 0{,}01p^{18}a^8$;

5) $(-\frac{1}{5}m^5)^2 = \frac{1}{25}m^{10}$; **6)** $(\frac{6}{7}p^6m^8)^2 = \frac{36}{49}p^{12}m^{16}$.

406. Піднесіть до куба одночлен:

1) $(2p)^3 = 8p^3$; **2)** $(7m^5)^3 = 343m^{15}$;

3) $(-3a^3b^2)^3 = -27a^9b^6$; **4)** $(-0{,}1a^7b^2)^3 = -0{,}001a^{21}b^6$;

5) $(\frac{1}{4}p^6)^3 = \frac{1}{64}p^{18}$; **6)** $(-\frac{2}{5}mn^4)^3 = -\frac{8}{125}m^3n^{12}$.

407. Виконайте піднесення до степеня:

1) $(-xy^3)^3 = -x^3y^9$; **2)** $(-7a^2bc^3)^2 = 49a^4b^2c^6$;

3) $(p^3m^4q^5)^4 = p^{12}m^{16}q^{20}$; **4)** $(-2a^2b)^4 = 16a^8b^4$;

5) $(\frac{1}{6}p^2c^5)^3 = \frac{1}{216}p^6c^{15}$; **6)** $(-c^5m^{10}a^3)^5 = -c^{25}m^{50}a^{15}$.

408. Подайте у вигляді одночлена стандартного вигляду:

1) $(-5x)^2 = 25x^2$; **2)** $(\frac{1}{2}p^4)^3 = \frac{1}{8}p^{12}$;

3) $(-0{,}2a^2b^3)^4 = 0{,}0016a^8b^{12}$; **4)** $(-ab^7c^5)^6 = a^6b^{42}c^{30}$;

5) $(-10a^{11}b)^5 = -100000a^{55}b^5$; **6)** $(a^8c^{10})^7 = a^{56}c^{70}$.

409. Подайте вираз:

1) У вигляді квадрата одночлена:

$\frac{1}{9}x^6 = (\frac{1}{3}x^3)^2$;

$0{,}25m^6p^{10} = (0{,}5m^3p^5)^2$;

$121a^{18}b^2c^4 = (11a^9bc^2)^2$;

2) У вигляді куба одночлена:

$0{,}001a^9 = (0{,}1a^3)^3$;

$-125p^3b^{12} = (-5pb^4)^3$;

$\frac{8}{27}c^6m^{15}a^{21} = (\frac{2}{3}c^2m^5a^7)^3$.

410. Який одночлен стандартного вигляду має бути в дужках замість пропусків, щоб рівність була правильною:

1) $(2m^3)^2 = 4m^6$; **2)** $(0{,}6p^4q^5)^2 = 0{,}36p^8q^{10}$;

3) $(-2c^3)^3 = -8c^9$; **4)** $(10c^2m^4)^3 = 1000c^6m^{12}$;

5) $(2ab^2)^4 = 16a^4b^8$; **6)** $(c^3p^9)^5 = c^{15}p^{45}$.

411. Який одночлен стандартного вигляду потрібно записати замість «зірочок», щоб одержати правильну рівність:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1) $3m^5n^{11} \cdot 4m^2n = 12m^7n^{12}$; **2)** $5a^2b \cdot \frac{1}{5}ab^6 = a^3b^7$;

3) $-12mp \cdot (-2m^2p) = 24m^3p^2$; **4)** $-\frac{1}{9}a \cdot (-9a^2b) = a^3b$;

5) $5m^2a^3 \cdot (-1) = -5m^2a^3$; **6)** $4m^2n \cdot (-\frac{1}{64}n^7) = -\frac{1}{16}m^2n^8$.

412. Який одночлен стандартного вигляду потрібно записати замість «зірочок», щоб одержати правильну рівність:

1) $5mn^5 \cdot 3m^2n^3 = 15m^3n^8$; **2)** $-7p^2x^3 \cdot (-3x^6) = 21p^2x^9$;

3) $-\frac{1}{3}a^3b \cdot (-3a^3b^9) = a^6b^{10}$; **4)** $12p^3m \cdot (-\frac{1}{24}) = -\frac{1}{2}p^3m$.

413. Спростіть вираз:

1) $15m^2 \cdot (4m^3)^2 = 15m^2 \cdot 16m^6 = 240m^8$;

2) $-0{,}5m^5 \cdot (2m^3)^4 = -0{,}5m^5 \cdot 16m^{12} = -8m^{17}$;

3) $(-3a^3b^4)^4 \cdot (-\frac{1}{81}ab^3) = 81a^{12}b^{16} \cdot (-\frac{1}{81}ab^3) = -a^{13}b^{19}$;

4) $(-\frac{2}{3}ac^4)^3 \cdot 18a^5c = -\frac{8}{27} \cdot \frac{18}{1}a^3c^{12}a^5c = -\frac{16}{3}a^8c^{13} = -5\frac{1}{3}a^8c^{13}$.

414. Подайте у вигляді одночлена стандартного вигляду:

1) $6a^3 \cdot (2a^5)^2 = 6a^3 \cdot 4a^{10} = 24a^{13}$;

2) $-0{,}8a^4 \cdot (5a^7)^3 = -0{,}8a^4 \cdot 125a^{21} = -100a^{25}$;

3) $(-2b^2a^7)^4 \cdot (-\frac{1}{8}a^3b) = 16b^8a^{28} \cdot (-\frac{1}{8}a^3b) = -2a^{31}b^9$;

4) $(-\frac{4}{5}mn^4)^3 \cdot 25m^4n = -\frac{64}{125}m^3n^{12} \cdot 25m^4n = -\frac{64}{5}m^7n^{13} = -12\frac{4}{5}m^7n^{13}$.

415. Подайте вираз у вигляді добутку числа 5 і квадрата деякого виразу:

1) $5a^4b^2 = 5 \cdot (a^2b)^2$; **2)** $20c^4d^2m^8 = 5 \cdot (2c^2dm^4)^2$; **3)** $\frac{5}{16}p^{12} = 5 \cdot (\frac{1}{4}p^6)^2$.

416. Запишіть вираз у вигляді одночлена стандартного вигляду:

1) $(8ab^3)^2 \cdot (0{,}5a^3b)^3 = 64a^2b^6 \cdot 0{,}125a^9b^3 = 8a^{11}b^9$;

2) $(\frac{3}{4}m^2n^8)^3 \cdot (-4m^7)^2 = \frac{27}{64}m^6n^{24} \cdot 16m^{14} = \frac{27}{4}m^{20}n^{24} = 6\frac{3}{4}m^{20}n^{24}$;

3) $-(-m^2n^3)^4 \cdot (7m^3n)^2 = -m^8n^{12} \cdot 49m^6n^2 = -49m^{14}n^{14}$;

4) $(-0{,}2x^3c^7)^5 \cdot (10xc^3)^5 = (-0{,}2x^3c^7 \cdot 10xc^3)^5 = (-2x^4c^{10})^5 = -32x^{20}c^{50}$.

417. Спростіть вираз:

1) $(10m^2n)^2 \cdot (3mn^2)^3 = 100m^4n^2 \cdot 27m^3n^6 = 2700m^7n^8$;

2) $(-\frac{1}{2}ab^3)^3 \cdot (4a^5)^2 = -\frac{1}{8}a^3b^9 \cdot 16a^{10} = -2a^{13}b^9$;

3) $-(3a^6m^2)^3 \cdot (-a^2m)^4 = -(27a^{18}m^6)(a^8m^4) = -27a^{26}m^{10}$;

4) $(-5xy^6)^4 \cdot (0{,}2x^6y)^4 = 625x^4y^{24} \cdot 0{,}0016x^{24}y^4 = x^{28}y^{28}$.

418. Подайте одночлен у вигляді добутку двох одночленів, один з яких дорівнює $-4ab^2$:

1) $8a^2b^2 = -4ab^2 \cdot (-2a)$; **2)** $\frac{1}{5}ab^4 = -4ab^2 \cdot \frac{1}{20}b^2$;

3) $-7{,}8a^3b^5 = -4ab^2 \cdot 1{,}95a^2b^3$; **4)** $1\frac{1}{8}a^3b^2 = \frac{9}{8}a^3b^2 = -4ab^2 \cdot (-\frac{9}{32}a^2)$.

419. Подайте одночлен у вигляді добутку двох одночленів, один з яких дорівнює $3mn^2$:

1) $12m^2n^2 = 3mn^2 \cdot 4m$; **2)** $-\frac{1}{4}mn^5 = 3mn^2 \cdot (-\frac{1}{12})n^3$;

3) $-6{,}9m^7n^8 = 3mn^2 \cdot (-2{,}3m^6n^6)$; **4)** $1\frac{1}{5}m^8n^2 = \frac{6}{5}m^8n^2 = 3mn^2 \cdot \frac{5}{15}m^7$.

420. Запишіть вираз у вигляді одночлена стандартного вигляду (n — натуральне число):

1) $(-0{,}2a^{n+5}b^{n+2}) \cdot (0{,}5^{n-2}b^{n+3}) = (-0{,}2 \cdot 0{,}5)(a^{n+5}a^{n-2})(b^{n+2}b^{n+3}) = -0{,}1a^{2n+3}b^{2n+5}$;

2) $(2a^{2n}b^5)^3 \cdot (-3a^3b^{3n})^2 = 8a^{6n}b^{15} \cdot 9a^6b^{6n} = 72a^{6n+6}b^{6n+15}$;

3) $(a^2b^3)^n \cdot (a^{2n}b)^3 \cdot (a^2b^{3n})^5 = a^{2n}b^{3n}a^{6n}b^3a^{10}b^{15n} = a^{8n+10}b^{18n+3}$;

4) $(x^{2n-1}y^{3n+1})^2 \cdot (x^{3n-1}y^{2n+1})^3 = x^{4n-2}y^{6n+2}x^{9n-3}y^{6n+3} = x^{13n-5}y^{12n+5}$.

421. Відомо, що $3ab^2 = 7$. Знайдіть значення виразу:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1) $ab^2 = \frac{1}{3} \cdot 3ab^2$. Якщо $3ab^2 = 7$, то $\frac{1}{3} \cdot 3ab^2 = \frac{1}{3} \cdot 7 = 2\frac{1}{3}$;
2) $5ab^2 = \frac{5}{3} \cdot 3ab^2$. Якщо $3ab^2 = 7$, то $\frac{5}{3} \cdot 3ab^2 = \frac{5}{3} \cdot 7 = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$;
3) $-9a^2b^4 = -3ab^2 \cdot 3ab^2$. Якщо $3ab^2 = 7$, то $-3ab^2 \cdot 3ab^2 = -7 \cdot 7 = -49$;
4) $27a^3b^6 = (3ab^2)^3$. Якщо $3ab^2 = 7$, то $(3ab^2)^3 = 7^3 = 343$.

422. Відомо, що $5xy^2 = 9$. Знайдіть значення виразу:
1) $xy^2 = 5xy^2 \cdot \frac{1}{5}$. Якщо $5xy^2 = 9$, то $5xy^2 \cdot \frac{1}{5} = 9 \cdot \frac{1}{5} = 1\frac{4}{5}$;
2) $7xy^2 = 5xy^2 \cdot \frac{7}{5}$. Якщо $5xy^2 = 9$,то $5xy^2 \cdot \frac{7}{5} = 9 \cdot \frac{7}{5} = \frac{63}{5} = 12\frac{3}{5}$;
3) $-25x^2y^4 = -(5xy^2)^2$. Якщо $5xy^2 = 9$, то $-(5xy^2)^2 = -9^2 = -81$;
4) $125x^3y^6 = (5xy^2)^3$. Якщо $5xy^2 = 9$, то $(5xy^2)^3 = 9^3 = 729$.

423. Для перевезення школярів до літнього оздоровчого табору використали 3 мікроавтобуси марки «Газель» та 2 мікроавтобуси марки «Богдан». У кожній «Газелі» розмістилося по x учнів, а у кожному «Богдані» – по y учнів. Скільки всього учнів прибуло до табору на відпочинок вказаним транспортом? Запишіть відповідь у вигляді виразу і знайдіть його значення, якщо x = 20; y = 22.

У трьох мікроавтобусах «Газель» перевезли 3x школярів, а в двох мікроавтобусах «Богдан» — 2y школярів, усього 3x +2y (шк.). Якщо x = 20, y = 22, то
$3x + 2y = 3 \cdot 20 + 2 \cdot 22 = 60 + 44 = 104$ (шк.).
Відповідь: 3x + 2y; 104 школярі.

424. Замініть зірочку таким виразом, щоб рівність була тотожна:
1) $(b^3)^2 \cdot * = b^{10}$; $b^6 \cdot * = b^{10}$; $b^6 \cdot b^4 = b^{10}$. Отже, $(b^3)^2 \cdot b^4 = b^{10}$;
2) $(m^2)^3 \cdot * = -m^{14}$; $m^6 \cdot * = -m^{14}$; $m^6 \cdot (-m^8) = -m^{14}$. Отже, $(m^2)^3 \cdot (-m^8) = -m^{14}$;
3) $(a \cdot a^4)^2 : * = a^3$; $a^{10} : * = a^3$; $a^{10} : a^7 = a^3$. Отже, $(a \cdot a^4)^2 : a^7 = a^3$;
4) $n^6 \cdot (n \cdot n^2)^2 = * \cdot (-n^4)$; $n^6 \cdot n^6 = * \, (-n^4)$; $n^{12} = -n^8 \cdot (-n^4)$. Отже, $n^6 \cdot (n \cdot n^2)^2 = -n^8 \cdot (-n^4)$.

425. Обчисліть значення виразу:

$$\frac{2^{n+1} \cdot 7^{n+2}}{14^n} = \frac{2^n \cdot 2 \cdot 7^n \cdot 7^2}{14^n} = \frac{14^n \cdot 98}{14^n} = 98.$$

426. Через стирання гумових покришок кожний автомобіль щороку розсіює в повітря 10 кг гумового пилу. Нехай у невеликому містечку на 1000 родин кожна четверта родина має автомобіль, а 5% усіх родин мають по два автомобілі. Скільки гумового пилу розсіють у повітря за рік автомоболі жителів цього містечка?
1) 1000 : 4 = 250 (родин) – мають автомобіль;
2) 1000 · 0,05 = 50 (родин) – мають два автомобіля;
3) 50 · 2 + 250 = 350 (шт.) – всього автомобілів;
4) 350 · 10 = 3500 (кг) – гумового пилу.
Відповідь: 3500 кг.

427. Зведіть подібні доданки:
1) 7a – 6b – 2a + b = 5a – 5b; **2)** –11x + 10y – 3x – 2y = –14x + 8y;
3) 10,3m – 12,9t + 6,7m = 17m – 12,9t; **4)** 3c + d + 3c – d = 6c.

428. *Видатні українці та українки.* Запишіть по горизонталях прізвища видатних українців (за потреби використайте додаткову літературу чи інтернет) та прочитайте у виділеному стовпчику одне з фундаментальних понять математики, з яким ви ознайомитеся в наступному розділі.
1. Видатний поет, учений, публіцист.
2. Український математик, співавтор першого тритомного словника української математичної термінології, ініціатор першої Київської олімпіади, офіційно першого президента незалежної України.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

3. Видатний поет і художник, літературна спадщина якого вважається основою української літератури та сучасної української мови.
4. Один з найвідоміших у світі авіаконструкторів українсько-польського походження.
5. Видатна актриса, яка першою здобула звання Народної артистки Української РСР.
6. Українська художниця, яка народилася в маленькому містечку, майстриня народного декоративного живопису. Входить до числа найвидатніших художників України.
7. Автор «Енеїди» — першого твору нової української літератури, написаного народною мовою, один із засновників нової української драматургії.



Домашня самостійна робота №2

1. Який з виразів тотожно рівний виразу b+b+b+b?

А. b^4 Б. 4 + b **В. 4b** ☺ Г. $\frac{b}{4}$

2. Який з виразів є одночленом?

А. 7x – y Б. 7x + y В. $\frac{7x}{y}$ **Г. 7xy** ☺

3. $a^6 : a^3 = ...$

А. a^3 ☺ Б. a^2 В. a Г. 1

4. Укажіть значення виразу $(-2)^3$:

А. 8 **Б. -8** ☺ В. -6 Г. 6

5. Запишіть у вигляді виразу квадрат суми чисел m і 3a:

А. $(m - 3a)^2$ Б. $m^2 + (3a)^2$ **В. $(m + 3a)^2$** ☺ Г. $(m \cdot 3a)^2$

6. Обчисліть значення виразу $2{,}5a^2$, якщо $a = -4$:

$2{,}5a^2 = 2{,}5 \cdot (-4)^2 = 40$

А. -40 **Б. 40** ☺ В. 100 Г. -100

7. Знайдіть значення виразу $-14\frac{1}{2}a + 8{,}3b + 4\frac{1}{2}a - 7{,}3b$, якщо $a = 1{,}9$; $b = -3{,}5$:

$-14\frac{1}{2}a + 8{,}3b + 4\frac{1}{2}a - 7{,}3b = b - 10a = -3{,}5 - 10 \cdot 1{,}9 = -3{,}5 - 19 = -22{,}5$

А. 22,5 Б. -15,5 **В. -22,5** ☺ Г. 15,5

8. Обчисліть $\frac{9^{18}}{27^{12}}$:

$\frac{9^{18}}{27^{12}} = \frac{(3^2)^{18}}{(3^3)^{12}} = \frac{3^{2\cdot 18}}{3^{3\cdot 12}} = \frac{3^{36}}{3^{36}} = 1$

А. 3 Б. 9 В. 27 **Г. 1** ☺

9. $(4mp^3)^2 \cdot (0{,}5m^7p)^3 = \ldots$

$(4mp^3)^2 \cdot (0{,}5m^7p)^3 = 16m^2p^6 \cdot 0{,}125m^{21}p^3 = 2m^{2+21}p^{6+3} = 2m^{23}p^9$

А. $\frac{1}{2}m^{23}p^9$ Б. $2m^8p^4$ **В. $2m^{23}p^9$** ☺ Г. $2m^{12}p$

10. Якого найбільшого значення може набувати вираз $1 - (a - 3)^2$?

Найбільшого начення вираз набуватиме при $(a - 3)^2 = 0$, тобто 1.

А. 1 ☺ Б. -1 В. -3 Г. -8

11. Укажіть найбільше із чисел 2^{300}, 3^{200}, 7^{100}, 25^{50}

$2^{300} = (2^3)^{100} = 8^{100}$; $3^{200} = (3^2)^{100} = 9^{100}$; 7^{100}; $25^{50} = (5^2)^{50} = 5^{100}$; $5 < 7 < 8 < 9$.

А. 2^{300} **Б. 3^{200}** ☺ В. 7^{100} Г. 25^{50}

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

12. Знайдіть значення виразу $8x^2y^4$, якщо $2xy^2 = -5$:

$8x^2y^4 = 2 \cdot 4x^2y^4 = 2(2xy^2)^2$. Якщо $2xy^2 = -5$, то $8x^2y^4 = 2 \cdot (-5)^2 = 50$.

А. 25 Б. -50 **В. 50** ☺ Г. 100

13. Установіть відповідність між виразами (1–3) та їхніми значеннями (А–Г).

1. $2^9 : 64 = 2^9 : 2^6 = 2^{9-6} = 2^3 = 8$ **(В)**

2. $1{,}5^4 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^4 = \left(1\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(1\frac{1}{3}\right)^4 = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3}\right)^4 = (2)^4 = 16$ **(Г)**

3. $\frac{8^4 \cdot 2^5}{4^8} = \frac{(2^3)^4 \cdot 2^5}{(2^2)^8} = \frac{2^{12} \cdot 2^5}{2^{16}} = \frac{2^{17}}{2^{16}} = 2$ **(А)**

Відповідь: 1 – В, 2 – Г, 3 – А.

Завдання для перевірки знань до §§4-9

1. Чи є тотожно рівними вирази:

1) 3b + 4b і 7b; - **так**, оскільки 3b + 4b = 7b

2) a + a + a і a^3; - **ні**, оскільки a + a + a = 3a ≠ a^3

3) m + 2a і 2a + m; - **так**, оскільки m + 2a = 2a + m

4) 3(x – 2) і 3x – 2? - **ні**, оскільки 3(x – 2) = 3x – 6 ≠ 3x – 2

2. Подайте у вигляді степеня добуток:

1) $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$; **2)** $-3 \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = (-3)^5$.

3. Виконайте дії:

1) $x^5x^4 = x^{5+4} = x^9$; **2)** $x^7 : x^2 = x^{7-2} = x^5$.

4. Знайдіть значення виразу:

1) $0{,}4 \cdot (-5)^4 = 0{,}4 \cdot 625 = 250$; **2)** $2^5 - 4^3 + (-1)^5 = 32 - 64 - 1 = -33$.

5. Подайте у вигляді степеня вираз:

1) $(m^3)^4 \cdot m^7 = m^{12} \cdot m^7 = m^{12+7} = m^{19}$; **2)** $(a^2)^7 : (a^3)^2 = a^{14} : a^6 = a^{14-6} = a^8$.

6. Запишіть вираз у вигляді одночлена стандартного вигляду:

1) $-0{,}3m^2np^3 \cdot 4mn^2p^7 = -1{,}2m^3n^3p^{10}$; **2)** $\left(-\frac{1}{2}p^7a\right)^3 = -\frac{1}{2}p^{21}a^3$.

7. Спростіть вираз:

1) $0{,}2a^2b \cdot (-10ab^3)^2 = 0{,}2a^2b \cdot 100a^2b^6 = 20a^4b^7$;

2) $\left(-\frac{1}{4}m^2n^3\right)^4 \cdot (4m^5n)^3 = \frac{1}{4^4}m^8n^{12} \cdot 4^3m^{15}n^3 = \frac{1}{4}m^{23}n^{15}$.

8. Доведіть тотожність: 2(a + b – c) + 3(a – c) – 2b = 5(a – c)

$2(a + b - c) + 3(a - c) - 2b = 2a + 2b - 2c + 3a - 3c - 2b = 5a - 5c = 5(a - c)$.

9. Порівняйте вирази:

1) 5^{12} і 25^6; $25^6 = (5^2)^6 = 5^{12}$, отже $5^{12} = 25^6$

2) 2^{30} і 3^{20}. $2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10}$; $3^{20} = (3^2)^{10} = 9^{10}$; 8 < 9, тому $8^{10} < 9^{10}$. Отже $2^{30} < 3^{20}$

10. Доведіть, що сума трьох послідовних непарних натуральних чисел ділиться на 3.

Нехай переше з непарних чисел дорівнює x, тоді наступне за ним непарне число дорівнює x + 2, а ще наступне – (x + 2) + 2 = x + 4. Тоді їх сума дорівнює: x + x + 2 + x + 4 = 3x + 6 = 3(x + 2) – ділиться на 3.

11. Якого найменшого значення може набувати вираз:

1) Вираз $m^4 \geq 0$ може набути найменшого значення 0,
якщо m = 0, тоді вираз $m^4 - 12$ може набути найменшого значення 0 – 12 = -12;

2) вираз $(a + 2)^8 \geq 0$ може набути найменшого значення 0,
якщо a = -2, тоді вираз $(a + 2)^8 + 7$ може набути найменшого значення 0 + 7 = 7.

12. Відомо, що $4m^2n = 9$. Знайдіть значення виразу:

1) $12m^2n = 3 \cdot 4m^2n = 3 \cdot 9 = 27$;

2) $4m^4n^2 = \frac{1}{4} \cdot 16m^4n^2 = \frac{1}{4} \cdot (4m^2n)^2 = \frac{1}{4} \cdot 9^2 = \frac{81}{4} = 20{,}25$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

§10. Многочлен. Подібні члени многочлена та їх зведення. Степінь многочлена

429. Які з даних виразів є многочленами:

1) $a(a^2 - 3)$; так **2)** $4c^2 - c^2 + x^6$; так

3) $\frac{9}{a-2}$; ні **4)** y; так

5) $(c - 3)(c + 2)$; так **6)** $t^2 - \frac{1}{2}t$; так

7) 4,9; так **8)** $(m - 2c)^2$. так

430. Серед поданих виразів виберіть многочлен:

1) $c^3 - c^2 + c$; так **2)** $\frac{m}{m-p}$; ні

3) d^2; так **4)** $x(x - y)$; так

5) $-4\frac{1}{7}$; так **6)** $(x + 5)(x - 5)$; так

7) $c^7 - 1$; так **8)** $(a + b)^2$. так

431. Назвіть члени многочлена:

1) $4x^2y, -7xy^2, 5, 3xy$; **2)** $-a^3, 4a^2, -9a, 3$.

432. Складіть многочлен з одночленів:

1) $5m^2 - 2m + 3$; **2)** $7ab - 2a^2 + b^2$;

3) $4p + 2q^3$; **4)** $-c^2 - 3mc + m^3 + 7$.

433. Складіть многочлен з одночленів:

1) $5m - 5n$; **2)** $m^3 - 2m^2 + mn$; **3)** $-x^3 - 2y^2 + xy + 4$.

434. Чи записано многочлен у стандартному вигляді? Для многочленів стандартного вигляду визначте їхній степінь.

1) $5m^2 + m^3 + 1$; так, степінь 3 **2)** $7x^2 + 2x + 3x^2$; ні

3) $2 + a + a^2b + 3$; ні **4)** $c^2c + c^5 - 8$; ні

5) $3x^2x + 2xx^2 + x$; ні **6)** $p^2 - 19$. Так, степінь 2

435. Зведіть подібні члени многочлена:

1) $7x - 15xy - 8xy = 7x - 23xy$;

2) $8ab - 5ab + 4b^2 = 3ab + 4b^2$;

3) $9a^4 - 5a + 7a^2 - 5a^4 + 5a = 4a^2 + 7a^2$;

4) $18a^4b - 9a^4b - 7ba^4 = 9a^4b - 7ba^4$;

5) $4b^3 + b^2 - 15 - 7b^2 + b^3 - b + 18 = 5b^3 - 6b^2 - b + 3$;

6) $9xy^2 - x^3 - 5xy^2 + 3x^2y - 4xy^2 + 2x^3 = 3x^2y + x^3$.

436. Зведіть подібні члени многочлена:

1) $a^3 - 2a^3 + 3a^3 = 4a^3 - 2a^3 = 2a^3$;

2) $-x^4 + 2x^3 - 3x^4 + 5x^2 - 3x^2 = -4x^4 + 2x^3 + 2x^2$;

3) $7 + 3m^6 - 2m^3 - 5m^6 + 2m^6 - m^5 - 7 = -m^5 - 2m^3$;

4) $9xy^3 + 6x^2y^2 - x^3y + x^2y^2 - 9xy^3 = 7x^2y^2 - x^3y$.

437. *(Усно.)* Які із многочленів - многочлени четвертого степеня:

1) $a^3 + 3a^2 + 1$; ні, оскільки тут немає четвертого степеня

2) $a^2a^2 - 8$; так, оскільки $a^2a^2 - 8 = a^4 - 8$

3) $a^4 - 4a^3 - a^4$; ні, оскільки $a^4 - 4a^3 - a^4 = -4a^3$ тут немає четвертого степеня

4) $aa^3 + 2$; так, оскільки $aa^3 + 2 = a^4 + 2$.

438. Які з многочленів є многочленами п'ятого степеня:

1) $m^3 + m^4 - m^2$; ні, оскільки тут немає п'ятого степеня

2) $12 + mm^4$; так, оскільки $12 + mm^4 = 12 + m^5$

3) $mm + mm^2 + m^2m^2$; ні, оскільки $mm + mm^2 + m^2m^2 = m^2 + m^3 + m^4$, немає п'ятого степеня

4) $m^5 - 3 - m^5$; ні, оскільки $m^5 - 3 - m^5 = -3$, тут немає п'ятого степеня

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

439. Зведіть многочлен до стандартного вигляду та визначте його степінь:

1) $x^2y + xyy = x^2y + xy^2$, (3 степінь);

2) $2a \cdot a^2 \cdot 3b + a \cdot 5c = 2a^3 \cdot 3b + 5ac = 6a^3b + 5ac$, (4 степінь);

3) $7x \cdot 5y^2 - 4y \cdot 7x^2 = 35xy^2 - 28yx^2$, (3 степінь);

4) $3a \cdot 4a \cdot (-5a) - a^3 \cdot (-8b) = -60a^3 + 8a^3b$, (4 степінь).

440. Подайте многочлен у стандартному вигляді та визначте його степінь:

1) $3x \cdot x^2 + 2x \cdot 5y^2 = 3x^3 + 10xy^2$, (3 степінь);

2) $5a \cdot b^2a + 3b \cdot 2ab^2 = 5a^2b^2 + 6ab^3$, (4 степінь);

3) $-5mn^3m + 4mmm = -5m^2n^3 + 4m^3$, (5 степінь);

4) $5p \cdot 3p \cdot (-p) - p^4qp = -15p^3 - p^5q$, (6 степінь).

441. Перепишіть многочлен у порядку спадання степенів змінної:

1) $7x - 5x^3 + x^4 - 9x^2 + 1 = x^4 - 5x^3 - 9x^2 + 7x + 1$;

2) $8y^3 - 5 + 7y^6 - 9y^4 + y^2 = 7y^6 - 9y^4 + 8y^3 + y^2 - 5$.

442. Перепишіть многочлен у порядку зростання степенів змінної:

1) $3m^2 - 3m + m^3 - 8 = -8 - 3m + 3m^2 + m^3$; **2)** $7a^2 - 9a^5 + 4a^3 + 5 - a^4 = 5 + 7a^2 + 4a^3 - a^4 - 9a^5$.

443. Знайдіть значення:

1) Двочлена $3x^2 - 1$, якщо $x = -1; 2$;

якщо $x = -1$, то $3x^2 - 1 = 3 \cdot (-1)^2 - 1 = 3 - 1 = 2$;

якщо $x = 2$, то $3x^2 - 1 = 3 \cdot 2^2 - 1 = 12 - 1 = 11$;

2) Тричлена $5m + 9n^2 - 1$, якщо $m = -2$, $n = \frac{1}{3}$.

якщо $m = -2$, $n = \frac{1}{3}$, то $5 \cdot (-2) + 9 \cdot (\frac{1}{3})^2 - 1 = -10 + 1 - 1 = -10$.

444. Обчисліть значення многочлена:

1) $64x^3 - x^2 + 1$, якщо $x = \frac{1}{4}$;

$64x^3 - x^2 + 1 = 64 \cdot (\frac{1}{4})^3 - (\frac{1}{4})^2 + 1 = 1 - \frac{1}{16} + 1 = 2 - \frac{1}{16} = 1\frac{15}{16}$;

2) $4mn - 3m + 2n - 4mn$, якщо $m = 4$, $n = -3$.

$4mn - 3m + 2n - 4mn = -3m + 2n = -3 \cdot 4 + 2 \cdot (-3) = -12 - 6 = -18$.

445. Обчисліть значення многочлена:

1) $9p^2 - p^3$, якщо $p = \frac{1}{3}$;

$9p^2 - p^3 = 9 \cdot (\frac{1}{3})^2 - (\frac{1}{3})^3 = 9 \cdot \frac{1}{9} - \frac{1}{27} = 1 - \frac{1}{27} = \frac{26}{27}$.

2) $2xy - 4x + 3y + 4x$, якщо $x = -1$, $y = 2$.

$2xy - 4x + 3y + 4x = 2xy + 3y = 2 \cdot (-1) \cdot 2 + 3 \cdot 2 = -4 + 6 = 2$.

446. Чи існує таке значення x, для якого значення многочлена $x^2 + 5$ дорівнює нулю; є від'ємним?

$x^2 + 5 > 0$. Такого значення x не існує.

447. Зведіть многочлен до стандартного вигляду і вкажіть його степінь:

1) $3a^2ab - 5a^2b^2b^2 - 6ab \cdot 2a + 5ab \cdot 0{,}4ab - 1{,}5a \cdot 2b \cdot a^2 =$
$= 3a^3b - 5a^2b^4 - 12a^2b + 2a^2b^2 - 3a^3b = -5a^2b^4 - 12a^2b + 2a^2b^2$, (6 степінь);

2) $3xy^2 \cdot 4x^3y + 5x^3y \cdot 2y \cdot (-x) - 10x^3y^3 \cdot \frac{1}{2}x - 7xy \cdot (-3xy^3) =$
$= 12x^4y^3 - 10x^4y^2 - 5x^4y^3 + 21x^2y^4 = 7x^4y^3 - 10x^4y^2 + 21x^2y^4$, (7 степінь).

448. Зведіть многочлен до стандартного вигляду і вкажіть його степінь:

1) $3a^2b^3 - ab^3 - a^3a - a^2b^2 \cdot b + 0{,}5ab \cdot 2b^2 + 4ab \cdot 0{,}5ab^2 = 3a^2b^3 - ab^3 - a^4 - a^2b^3 + ab^3 + 2a^2b^3 =$
$= 4a^2b^3 - a^4$; (5 степінь)

2) $7x \cdot 2y^3 - 5x \cdot 3xy \cdot (-x) + \frac{1}{2}y \cdot (-14xy) - 3yx \cdot 4y^2 = 14xy^3 + 15x^3y - 7xy^2 - 12xy^3 =$
$= 2xy^3 + 15x^3y - 7xy^2$ (4 степінь).

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

449. Зведіть многочлен $5xy^3 + x^2y^2 + 748{,}75 - 2x^3y - 3xy^3 - x^2y^2$ до стандартного вигляду і знайдіть його значення, якщо $x = \frac{1}{2}$, $y = -1$. Відтак дізнаєтеся в кілометрах відстань від Києва до столиці Литви – міста Вільнюс.

$5xy^3 + x^2y^2 + 748{,}75 - 2x^3y - 3xy^3 - x^2y^2 = 2xy^3 + 748{,}75 - 2x^3y$.

Якщо $x = \frac{1}{2}$, $y = -1$, то $2xy^3 + 748{,}75 - 2x^3y = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-1)^3 + 748{,}75 - 2 \cdot (\frac{1}{2})^3 \cdot (-1) =$

$= -1 + 748{,}75 + 2 \cdot \frac{1}{8} = 747{,}75 + \frac{1}{4} = 747{,}75 + 0{,}25 = 748$ (км).

450. Доведіть, що многочлен $a^2 + b^2 + 1$ для будь-яких значень змінних a і b набуває лише додатних значень.

$a^2 + b^2 + 1 > 0$, оскільки $a^2 \geq 0$; $b^2 \geq 0$; $1 > 0$.

451. Замість «зірочки» замініть такий одночлен, щоб утворився многочлен четвертого степеня:

1) $x^3 + 3x^2 + * - 2 = x^3 + 3x^2 + x^4 - 2$;

2) $m^6 - 4m^4 + mn + * = m^6 - 4m^4 + mn + (-m^6)$;

3) $a^3b - 3a^4b^3 + 3a^2 + * = a^3b - 3a^4b^3 + 3a^2 + 3a^4b^3$;

4) $pq^3 - p^2q^2 + p^2q^3 + * - p^3q = pq^3 - p^2q^2 + p^2q^3 + (-p^2q^3) - p^3q$.

452. Замість «зірочки» замініть такий одночлен, щоб після зведення многочлена до стандартного вигляду отримати многочлен, що не містить змінної x:

1) $3x - 12 + 5x + 15 - 9x + * = -x + 3 + * = -x + 3 + x = 3$;

2) $5xy^2 - y^3 + 7y^2 + 7y^2x - 5 + * = 12xy^2 - y^3 + 7y^2 - 5 + * = 12xy^2 - y^3 + 7y^2 - 5 - 12xy^2 =$

$= -y^3 + 7y^2 - 5$.

453. Дано многочлен $5x^3 + 2x^2 - x + 7$. Утворіть з нього новий многочлен, замінивши змінну x на одночлен:

1) $5m^3 + 2m^2 - m + 7$;

2) $5(-x)^3 + 2(-x)^2 - (-x) + 7 = -5x^3 + 2x^2 + x + 7$;

3) $5(2a)^3 + 2(2a)^2 - 2a + 7 = 5 \cdot 8^3 + 2 \cdot 4a^2 - 2a + 7 = 40a^3 + 8a^2 - 2a + 7$;

4) $5(3b^2)^3 + 2(3b^2)^2 - 3b^2 + 7 = 5 \cdot 27b^6 + 2 \cdot 9b^4 - 3b^2 + 7 = 135b^6 + 18b^4 - 3b^2 + 7$.

454. Дано многочлен $3a^3 - 5a^2 + a - 8$. Утворіть з нього новий многочлен, замінивши змінну a на даний одночлен, та зведіть до стандартного вигляду:

1) $3x^3 - 5x^2 + x - 8$;

2) $3(-a)^3 - 5(-a)^2 + (-a) - 8 = -3a^3 - 5a^2 - a - 8$;

3) $3(2b)^3 - 5(2b)^2 + 2b - 8 = 3 \cdot 8b^3 - 5 \cdot 4b^2 + 2b - 8 = 24b^3 - 20b^2 + 2b - 8$;

4) $3(3c^2)^3 - 5(3c^2)^2 + 3c^2 - 8 = 3 \cdot 27c^6 - 5 \cdot 9c^4 + 3c^2 - 8 = 81c^6 - 45c^4 + 3c^2 - 8$.

455. Оберіть ті многочлени, значення яких є додатним для будь-яких значень змінних; є від'ємними для будь-яких значень змінних:

1) $a^4 + 3a^2 + 5 > 0$;

3) $-p^2 - 7 < 0$;

4) $-m^2 - m^2n^2 - n^2 - 9 < 0$;

6) $x^8 + y^6 + c^4 + 1 > 0$.

456. Розкрийте дужки та спростіть вираз:

1) $x + 5 + (2x - 7) = x + 5 + 2x - 7 = 3x - 2$;

2) $2y - 1 - (3y - 8) = 2y - 7 - 3y + 8 = -y + 1$;

3) $7 - (2x + 9) + (3x - 11) = 7 - 2x - 9 + 3x - 11 = x - 13$.

457. Складіть числовий вираз і знайдіть його значення:

1) сума квадратів чисел 3,1 і -2,7;

$3{,}1^2 + (-2{,}7)^2 = 9{,}61 + 7{,}29 = 16{,}9$;

2) квадрат різниці чисел -3,8 і -3,7;

$((-3{,}8 - (-3{,}7))^2 = (-0{,}1)^2 = 0{,}01$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

3) куб суми чисел 1,52 і -1,5.
$((1{,}52 + (-1{,}5))^3 = 0{,}02^3 = 0{,}000008$.

458. Замініть пропуски степенем з основою x так, щоб одержати тотожність:
1) $x^3 \cdot (\ldots)^2 = x^{13}$; $\Rightarrow x^3 \cdot (x^5)^2 = x^{13}$;
2) $(\ldots)^3 \cdot x^7 = x^{19}$. $\Rightarrow (x^4)^3 \cdot x^1 = x^{19}$.

459. Життєва математика:
1) У зв'язку зі збільшенням кількості замовлень конвеєр невеликого підприємства з пакування продукції в листопаді спожив на 20% більше електроенергії, ніж у жовтні. Скільки кВт·год спожив конвеєр у листопаді, якщо в жовтні його споживання становило 1250 кВт·год?
1250 · 1,2 = 1500 (кВт · год) – спожив у листопаді;
2) *Практична діяльність.* Дізнайтеся, скільки коштує 1 кВт·год електроенергії для підприємства, та визначте суму, яку підприємство заплатило за використану для пакування продукції електроенергію в жовтні, а яку — у листопаді.
Зараз (станом на 11.2024 року) на ринку електроенергії для підприємств встановлено «плаваючий» тариф, який залежить від цін на ринку електроенергії та від проміжку часу. Для спрощення розрахунків, приймемо середню вартість електроенергії на рівні 8 грн/кВт · год.
1250 · 8 = 10000 (грн) – у жовтні;
1500 · 8 = 12000 (грн) – у листопаді.

460. Розкрийте дужки та спростіть вираз:
1) d – (d – 1) = d – d + 1 = 1;
2) –(a + 10) + a = –a – 10 + a = –10;
3) p + (–p + a) = p – p + a = a;
4) (t + 4) – (t – 5) = t + 4 – t + 5 = 9;
5) –(10 – x) + (–x + 7) = –10 + x – x + 7 = –3;
6) –(b – 5 + a) – (2 – b) = –b + 5 – a – 2 + b = 3 – a.

461. Знайдіть усі натуральні значення n, для яких справджується нерівність $\frac{7}{12} < \frac{n}{63} < \frac{11}{18}$:

12	2
6	2
3	3
1	

63	3
21	3
7	7
1	

18	2
9	3
3	3
1	

12 = 2 · 2 · 3; 63 = 3 · 3 · 7; 18 = 2 · 3 · 3.
НСК(12; 63; 18) = 2 · 2 · 3 · 3 · 7 = 252.
$\frac{147}{252} < \frac{4n}{252} < \frac{154}{252}$;
4n = 148, 149, 150, 151, 152, 153.
n = 148 : 4 = 37; 150 : 4 = 37,5; 152 : 4 = 38.
Відповідь: n = 37, 38.

§11. Додавання і віднімання многочленів

462. *(Усно.)* Прочитайте многочлен, який одержимо після розкриття дужок:
1) a + (b – 5) = a + b – 5;
2) y + (3 – m + t) = y + 3 – m + t;
3) x – (p – 1) = x – p + 1;
4) c – (–b^2 + 1) = c + b^2 – 1.

463. Знайдіть суму многочленів:
1) $(2x^2 + 3x^3 - 1) + (5x^3 + 3x^2 + 7) = 2x^2 + 3x^3 - 1 + 5x^3 + 3x^2 + 7 = 8x^3 + 5x^2 + 6$;
2) $(a^3 + 3a^2 + 1) + (2a^2 - 5) + (6 - 5a^2) = a^3 + 3a^2 + 1 + 2a^2 - 5 + 6 - 5a^2 = a^3 + 2$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

464. Знайдіть суму многочленів:

1) $(3m^3 + 5m^2 - 7) + (2m^3 + 6) = 3m^3 + 5m^2 - 7 + 2m^3 + 6 = 5m^3 + 5m^2 - 1$;

2) $(b^2 + 3b - 1) + (2b - 3b^2) + (2b^2 + 7) = b^2 + 3b - 1 + 2b - 3b^2 + 2b^2 + 7 = 5b + 6$.

465. Знайдіть різницю многочленів:

1) $(4p^3 + 7p^2 - p) - (2p^2 + p) = 4p^3 + 7p^2 - p - 2p^2 - p = 4p^3 + 5p^2 - 2p$;

2) $(m^2 + 2m - 1) - (m^3 + 2m - 1) = m^2 + 2m - 1 - m^3 - 2m + 1 = -m^3 + m^2$.

466. Знайдіть різницю многочленів:

1) $(2a^3 - 3a^2 + 7) - (a^3 - 5a^2 - 8) = 2a^3 - 3a^2 + 7 - a^3 + 5a^2 + 8 = a^3 + 2a^2 + 15$;

2) $(c^4 + c^3 - 2) - (c^3 + 2c^2 - 2) = c^4 + c^3 - 2 - c^3 - 2c^2 + 2 = c^4 - 2c^2$.

467. Знайдіть суму і різницю виразів:

1) $(x + y) + (x - y) = x + y + x - y = 2x$;
$(x + y) - (x - y) = x + y - x + y = 2y$;

2) $(x - y) + (-x + y) = x - y - x + y = 0$;
$(x - y) - (-x + y) = x - y + x - y = 2x - 2y$;

3) $(-x - y) + (y - x) = -x - y + y - x = -2x$;
$(-x - y) - (y - x) = -x - y - y + x = -2y$;

4) $(x - y) + (y - x) = x - y + y - x = 0$;
$(x - y) - (y - x) - x - y - y + x = 2x - 2y$.

468. Знайдіть суму і різницю виразів:

1) $(2a + b) + (2a - b) = 2a + b + 2a - b = 4a$;
$(2a + b) - (2a - b) = 2a + b - 2a + b = 2b$;

2) $(2a - b) + (-2a + b) = 2a - b - 2a + b = 0$;
$(2a - b) - (-2a + b) = 2a - b + 2a - b = 4a - 2b$;

3) $(-2a - b) + (2a + b) = -2a - b + 2a + b = 0$;
$(-2a - b) - (2a + b) = -2a - b - 2a - b = -4a - 2b$;

4) $(2a - b) + (b - 2a) = 2a - b + b - 2a = 0$;
$(2a - b) - (b - 2a) = 2a - b - b + 2a = 4a - 2b$.

469. Знайдіть суму і різницю многочленів та зведіть до многочлена стандартного вигляду:

1) $(3x^2 - 2x + 1) + (3x^2 - 4) = 3x^2 - 2x + 1 + 3x^2 - 4 = 6x^2 - 2x - 3$;
$(3x^2 - 2x + 1) - (3x^2 - 4) = 3x^2 - 2x + 1 - 3x^2 + 4 = -2x + 5$;

2) $(2x + 1) + (-3x^2 - 2x - 1) = 2x + 1 - 3x^2 - 2x - 1 = -3x^2$;
$(2x + 1) - (-3x^2 - 2x - 1) = 2x + 1 + 3x^2 + 2x + 1 = 3x^2 + 4x + 2$;

3) $(a + 5b) + (3a - 5b) = a + 5b + 3a - 5b = 4a$;
$(a + 5b) - (3a - 5b) = a + 5b - 3a + 5b = -2a + 10b$;

4) $(m^2 - 2mn - n^2) + (m^2 + n^2) = m^2 - 2mn - n^2 + m^2 + n^2 = 2m^2 - 2mn$;
$(m^2 - 2mn - n^2) - (m^2 + n^2) = m^2 - 2mn - n^2 - m^2 - n^2 = -2mn - 2n^2$.

470. Запишіть суму і різницю першого і другого многочленів та зведіть її до многочлена стандартного вигляду:

1) $(5y^2 + 2y - 10) + (3y^2 - y + 7) = 5y^2 + 2y - 10 + 3y^2 - y + 7 = 8y + y - 3$;
$(5y^2 + 2y - 10) - (3y^2 - y + 7) = 5y^2 + 2y - 10 - 3y^2 + y - 7 = 2y^2 + 3y - 17$;

2) $(5m^3 - m + 3) + (4m^2 + m - 4) = 5m^3 - m + 3 + 4m^2 + m - 4 = 5m^3 + 4m^2 - 1$;
$(5m^3 - m + 3) - (4m^2 + m - 4) = 5m^3 - m + 3 - 4m^2 - m + 4 = 5m^3 - 4m^2 - 2m + 7$;

3) $(5p^2 - 2pq - 7q^2) + (3p^2 + 2pq + 5q^5) = 5p^2 - 2pq - 7q^2 + 3p^2 + 2pq + 5q^2) = 8p^2 - 2q^2$;
$(5p^2 - 2pq - 7q^2) - (3p^2 + 2pq + 5q^5) = 5p^2 - 2pq - 7q^2 - 3p^2 - 2pq - 5q^2 = 2p^2 - 4pq - 12q^2$.

471. Спростіть вираз:

1) $(1 + 2p) + (p^2 - p) = 1 + 2p + p^2 - p = p^2 + p + 1$;

2) $(5a^2 + a^3) - (-a + 5a^2) = 5a^2 + a^3 + a - 5a^2 = a^3 + a$;

3) $(x^2 - 5x) + (5x - 13) = x^2 - 5x + 5x - 13 = x^2 - 13$;

4) $(3b^3 - 5b^2) - (5 + 3b^3 - 2b^2) = 3b^3 - 5b^2 - 5 - 3b^3 + 2b^2 = -3b^2 - 5$.

472. Перетворіть на многочлен стандартного вигляду:

1) $(5ab^2 - 12ab - 7a^2b) - (15ab + 8a^2b) = 5ab^2 - 12ab - 7a^2b - 15ab - 8a^2b =$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$= 5ab^2 - 27ab - 15a^2b;$

2) $(\frac{3}{5}a^3b^2 - \frac{3}{4}ab^2) - (\frac{5}{8}b^2a - \frac{7}{10}b^2a^3) = \frac{3}{5}a^3b^2 - \frac{3}{4}ab^2 + \frac{5}{8}ab^2 + \frac{7}{10}a^3b^2 =$

$= \frac{6}{10}a^3b^2 + \frac{7}{10}a^3b^2 - \frac{6}{8}ab^2 + \frac{5}{8}ab^2 = \frac{13}{10}a^3b^2 - \frac{1}{8}ab^2 = 1\frac{3}{10}a^3b^2 - \frac{1}{8}ab^2;$

3) $(x + y - z) - (-2x + 3y - z) - (-5y + 4z + x) = x + y - z + 2x - 3y + z + 5y - 4z - x =$

$= 2x + 3y - 4z;$

4) $(2m - 3n) - (4m - 3mn + 3m^2) - (5mn - 5n^2 - 3n) =$

$= 2m - 3n - 4m + 3nn - 3m^2 - 5mn + 5n^2 + 3n = -3m^2 + 5n^2 - 2m - 2mn.$

473. Спростіть вираз:

1) $(15x^2 - 3xy) - (12x^2 - 5xy + y^2) = 15x^2 - 3xy - 12x^2 + 5xy - y^2 = 3x^2 + 2xy - y^2;$

2) $(5a^2b - 12ab + 14ab^2) - (-5ab + 14ab^2 - 7a^2b) =$

$= 5a^2b - 12ab + 14ab^2 + 5ab - 14ab^2 + 7a^2b = 12a^2b - 7ab;$

3) $(m + n - 2p) - (-2m + p - 3n) - (4n + 3m - 4p) =$

$= m + n - 2p + 2m - p + 3n - 4n - 3m + 4p = p.$

474. Розв'яжіть рівняння:

1) $5x + 2x^2 - (2x^2 - 10) = 25;$

$5x + 2x^2 - 2x^2 + 10 = 25;$

$5x = 25 - 10;$

$5x = 15;$

$x = 3$

2) $5 - x^3 - (2x + 7 - x^3) = -8;$

$5 - x^3 - 2x - 7 + x^3 = -8;$

$-2x = -8 + 2;$

$-2x = -6;$

$x = 3$

475. Розв'яжіть рівняння:

1) $5x^2 + 7x - (2x + 5x^2 - 8) = 8;$

$5x^2 + 7x - 2x - 5x^2 + 8 = 8;$

$7x - 2x = 8 - 8;$

$5x = 0;$

$x = 0$

2) $2 - 3x^3 - (5x - 3x^3) = -13;$

$2 - 3x^3 - 5x + 3x^3 = -13;$

$2 - 5x = -13;$

$-5x = -15;$

$x = 3$

476. Подайте многочлен у вигляді суми двох многочленів, один з яких містить змінну x, а другий її не містить:

1) $xa + b - m - xb = (xa - xb) + (m - m);$

2) $xa^2 - 17a + 5x + 10b = (xa^2 + 5x) + (-17a + 10b).$

477. Запишіть многочлен $5x^2 - 9x^3 + 7x - x^4 - 1$ у вигляді суми двочлена і тричлена. Знайдіть два розв'язки задачі.

1) $5x^2 - 9x^3 + 7x - x^4 - 1 = (5x^2 - 9x^3) + (7x - x^4 - 1).$

2) $5x^2 - 9x^3 + 7x - x^4 - 1 = (5x^2 - x^4) + (-9x^3 + 7x - 1).$

478. Для якого значення x:

1) значення різниці одночлена 5x і многочлена $3x - 5x^2 + 12$ дорівнює значенню многочлена $7x + 5x^2 - 18$;

$5x - (3x - 5x^2 + 12) = 7x + 5x^2 - 18;$

$5x - 3x + 5x^2 - 12 = 7x + 5x^2 - 18;$

$2x + 5x^2 - 7x - 5x^2 = -18 + 12;$

$-5x = -6;$

$x = 1,2.$

2) значення різниці многочленів $5x^3 + 3x^2 - x$ і $2x^3 - 2x^2 + x$ дорівнює значенню многочлена $5x^2 + 3x^3 + 14$?

$(5x^3 + 3x^2 - x) - (2x^3 - 2x^2 + x) = 5x^2 + 3x^3 + 14;$

$5x^3 + 3x^2 - x - 2x^3 + 2x^2 - x = 5x^2 + 3x^3 + 14;$

$3x^3 + 5x^2 - 2x = 5x^2 + 3x^3 + 14;$

$3x^3 + 5x^2 - 2x - 5x^2 - 3x^3 = 14;$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$-2x = 14;$
$x = -7.$

479. Для якого значення змінної y:

1) сума многочленів $2y^3 - 3y + y^2$ та $5y - 2y^3 - y^2 + 7$ дорівнює 19:

$(2y^3 - 3y + y^2) + (5y - 2y^3 - y^2 + 7) = 19;$
$2y^3 - 3y + y^2 + 5y - 2y^3 - y^2 + 7 = 19;$
$2y + 7 = 19;$
$2y = 12;$
$y = 6.$

2) різниця двочлена $5y^2 - 7y$ і тричлена $2y^2 - 8y + 9$ дорівнює двочлену $3y^2 - 3y$:

$(5y^2 - 7y) - (2y^2 - 8y + 9) = 3y^2 - 3y;$
$5y^2 - 7y - 2y^2 + 8y - 9 = 3y^2 - 3y;$
$3y^2 + y - 3y^2 + 3y = 9;$
$4y = 9;$
$y = 2{,}25.$

480. Подайте многочлен у вигляді різниці двох многочленів, перший з яких містить змінну y, а другий її не містить:

1) $-ya + yx + x - y - a + 1 = (-ya + yx - y) - (-x + a - 1);$
2) $-p^2 + y^2 + 2p - 7y - 1 = (y^2 - 7y) - (p^2 - 2p + 1).$

481. Який многочлен стандартного вигляду потрібно записати замість пропусків, щоб одержати тотожність:

1) $-(-4p + q) = 4p - q;$
2) $-(-4m^2 + p^2 - 5) = 4m^2 - p^2 + 5;$
3) $(7m^2 - 2m^2n + 2mn^2) + 2m^2n - 5mn^2 = 7n^2 - 3nm^2;$
4) $7a^2b + 9a^3 + (a^2b - 9a^3) = 8a^2b;$
5) $3 + 2a^2 - 5a + (7a^2 - 15 + 5a) = 9a^2 - 12;$
6) $(9x^2 - 4xy + 5) - (4x^2 - 2xy) = 5 + 5x^2 - 2xy.$

482. Знайдіть многочлен стандартного вигляду, підставивши який замість M, матимемо тотожність:

1) $-M = 5a - b^2 + 7;$
$M = -(5a - b^2 + 7) = -5a + b^2 - 7;$

2) $M + (3a^2 - 2ab) = 5a^2 + 3ab - b^2;$
$M = (5a^2 + 3ab - b^2) - (3a^2 - 2ab);$
$M = 5a^2 + 3ab - b^2 - 3a^2 + 2ab;$
$M = 2a^2 + 5ab - b^2;$

3) $M - (3mn - 4n^2) = m^2 - 4mn + n^2;$
$M = (m^2 - 4mn + n^2) + (3mn - 4n^2);$
$M = m^2 - 4mn + n^2 + 3mn - 4n^2;$
$M = m^2 - mn - 3n^2;$

4) $(7a^2 - b^2 - 9ba) - M = 0;$
$M = 7a^2 - b^2 - 9ba.$

483. Велосипедистка була у дорозі 4 год. За першу годину вона проїхала x км, а за кожну наступну – на 3 км більше, ніж за попередню. Яку відстань проїхала велосипедистка:

1) за другу годину:
$(x + 3)$ км;
2) за третю годину:
$(x + 3) + 3 = (x + 6)$ км;
3) за перші три години:
$x + (x + 3) + (x + 6) = (3x + 9)$ км;
4) за весь час руху:
$(3x + 9) + (x + 6 + 3) = (4x + 18)$ км.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

484. Бригада робітників викопала криницю за 5 днів. За перший день вони викопали a метрів, а за кожний наступний – на 2 метри менше, ніж за попередній. Скільки метрів криниці викопала бригада:

1) за другий день:

Якщо за перший день бригада викопала a метрів, то за другий: (a – 2) м;

2) за третій день:

якщо за другий день бригада викопала (a – 2) метрів, то за третій: (a – 2) – 2 = (a – 4) (м);

3) за перших два дні:

якщо за перший день бригада викопала a метрів, за другий — (a – 2) м, то разом за два дні: a + (a – 2) = 2a – 2 (м);

4) за останніх три дні:

за четвертий день бригада викопала (a – 4) – 2 = (a – 6) (м);

за п'ятий день — (a – 6) – 2 = (a – 8) (м).

Тоді за останні три дні бригада викопала (a – 4) + (a – 6) + (a – 8) = (3a – 18) (м).

485. Доведіть тотожність:

1) $(x - y) + (y - p) - (x - p) = x - y + y - p - x + p = 0$;

2) $(a^2 + b^2 - c^2) - (b^2 + a^2 - c^2) - (a^2 - b^2) = a^2 + b^2 - c^2 - b^2 + a^2 + c^2 - a^2 + b^2 = a^2 + b^2$.

486. Доведіть тотожність:

$(a^3 + a^2 - a) + (2a^2 - 5a + 3a^3) - (4a^3 - 6a + 2a^2) =$

$= a^3 + a^2 - a + 2a^2 - 5a + 3a^3 - 4a^3 + 6a - 2a^2 = a^2$.

487. Доведіть, що для будь-яких натуральних значень n значення виразу (15 – 7n) – (7 – 11n) є кратним числу 4.

(15 – 7n) – (7 – 11n) = 15 – 7n – 7 + 11n = 4n + 8 = 4(n + 2) — ділиться на 4.

488. Доведіть, що для будь-яких натуральних значень m значення виразу $(m^2 - 4m + 1) - (m^2 - 9m - 14)$ ділиться на 5.

$(m^2 - 4m + 1) - (m^2 - 9m - 14) = m^2 - 4m + 1 - m^2 + 9m + 14 = 5m + 15 = 5(m + 3)$ — значення виразу кратне 5 при будь-якому натуральному m, отже воно ділиться на 5.

489. Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінних.

$(\frac{1}{8}a^2b + \frac{3}{5}ab) - (\frac{7}{10}ab - \frac{3}{4}ba^2) - (\frac{7}{8}a^2b - \frac{1}{10}ab - 2) = \frac{1}{8}a^2b + \frac{3}{5}ab - \frac{7}{10}ab + \frac{3}{4}a^2b - \frac{7}{8}a^2b + \frac{1}{10}ab + 2 =$

$= \frac{1}{8}a^2b + \frac{6}{10}ab - \frac{7}{10}ab + \frac{6}{8}a^2b - \frac{7}{8}a^2b + \frac{1}{10}ab + 2 = 2.$

490. Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної.

$(7x^5 - 4x^4 + x^3 - 8) - (3x^5 - 4x^4 + 4x^3) - (4x^5 - 3x^3 + 7) =$

$= 7x^5 - 4x^4 + x^3 - 8 - 3x^5 + 4x^4 - 4x^3 - 4x^5 + 3x^3 - 7 = -15.$

491. Знайдіть значення виразу:

1) $(b^2 + 3b - 8) - (7b^2 - 5b + 7) + (5b^2 - 8b + 10) =$

$= b^2 + 3b - 8 - 7b^2 + 5b - 7 + 5b^2 - 8b + 10 = -b^2 - 5.$

Якщо b = –2 , то $-b^2 - 5 = (-2)^2 - 5 = -4 - 5 = -9$;

2) $17x^2 - (3x^2 - 2xy + 3y^2) - (14x^2 + 3xy - 4y^2) =$

$= 17x^2 - 3x^2 + 2xy - 3y^2 - 14x^2 - 3xy + 4y^2 = -xy + y^2.$

Якщо x = –0,1 , y = 10, то $-xy + y^2 = -(-0{,}1) \cdot 10 + 10^2 = 101$.

492. Знайдіть значення виразу:

1) $(m^2 - 2m - 8) - (0{,}1m^2 - 5m + 9) + (4m - 0{,}9m^2 + 5) =$

$= m^2 - 2m - 8 - 0{,}1m^2 + 5m - 9 + 4m - 0{,}9m^2 + 5 = 7m - 12.$

Якщо $m = \frac{1}{7}$, то $7m - 12 = 7 \cdot \frac{1}{7} - 12 = -11$;

2) $7a^2 - (3ab - 2a^2) + (4ab - 9a^2) = 7a^2 - 3ab + 2a^2 + 4ab - 9a^2 = ab.$

Якщо $a = -\frac{1}{8}$, b = –32, то $ab = -\frac{1}{8} \cdot (-32) = 4$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

493. Подайте многочлен $3m^2n - 5mn + 4n^2 - 9n - 7$ у вигляді різниці двох многочленів так, щоб усі члени обох многочленів мали додатні коефіцієнти.

$3m^2n - 5mn + 4n^2 - 9n - 7 = (3m^2n + 4n^2) - (5mn + 9n + 7)$.

494. Нехай $a = 7m^2 + 5mn - n^2$, $b = -6m^2 + 2mn + 3n^2$, $c = m^2 - 2n^2$. Підставте ці многочлени замість a, b, c у вираз і спростіть його:

1) Якщо $a = 7m^2 + 5mn - n^2$, $b = -6m^2 + 2mn + 3n^2$, $c = m^2 - 2n^2$ то

$a + b + c = 7m^2 + 5mn - n^2 - 6m^2 + 2nm + 3n^2 + m^2 - 2n^2 = 2m^2 + 7mn$;

2) Якщо $= 7m^2 + 5mn - n^2$, $b = -6m^2 + 2mn + 3n^2$, $c = m^2 - 2n^2$ то

$a - b - c = 7m^2 + 5mn - n^2 - (-6m^2 + 2mn + 3n^2) - (m^2 - 2n^2) =$

$= 7m^2 + 5mn - n^2 + 6m^2 - 2mn - 3n^2 - m^2 + 2n^2 = 12m^2 + 3mn - 2n^2$.

495. Доведіть, що при будь-якому значенні x різниця многочленів $0{,}5x^4 + x^3 - 0{,}2x^2 - 5$ і $0{,}3x^4 + x^3 - 0{,}7x^2 - 9$ набуває додатного значення. Якого найменшого значення набуває ця різниця і при якому значенні x?

$(0{,}5x^4 + x^3 - 0{,}2x^2 - 5) - (0{,}3x^4 + x^3 - 0{,}7x^2 - 9) =$

$= 0{,}5x^4 + x^3 - 0{,}2x^2 - 5 - 0{,}3x^4 - x^3 + 0{,}7x^2 + 9 = 0{,}2x^4 + 0{,}5x^2 + 4$.

Оскільки $0{,}2x^4 \geq 0$ і $0{,}5x^2 \geq 0$ для всіх значень x, то значення виразу $0{,}2x^4 + 0{,}5x^2 + 4$ при будь-якому значенні x додатне. Найменшого значення 4 ця різниця набуває при $x = 0$.

496. Доведіть, що сума:

1) трьох послідовних натуральних чисел ділиться на 3;

Нехай x, x + 1, x + 2 — три послідовні натуральні числа, тоді сума

$c + (c + 1) + (x + 2) = 3x + 3 = 3(x + 1)$ — кратна 3;

2) чотирьох послідовних натуральних чисел при діленні на 4 дає в остачі 2.

Нехай x, x + 1 , x + 2, x + 3 — чотири послідовні натуральні числа, тоді сума

$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) = 4x + 6 = 4(x + 1) + 2$ — при діленні на 4 дає в остачі 2.

497. Запис $\overline{xy}$ означає натуральне число, у якому x десятків і y одиниць. Доведіть, що:

1) сума чисел $\overline{xy}$ і $\overline{yx}$ кратна числу 11.

$xy + yx = 10x + y + 10y + x = 11x + 11y = 11(x + y)$ — ділиться на 11 без остачі;

2) різниця чисел $\overline{xy}$ і $\overline{yx}$, де $x > y$, кратна числу 9.

$xy - yx = (10x + y) - (10y + x) = 10x + y - 10y - x = 9x - 9y = 9(x - y)$ — ділиться на 9 без остачі.

498. Запис $\overline{xyz}$ означає число, у якому x сотень, y десятків і z одиниць. Подайте у вигляді многочлена:

1) $\overline{xyz} = 100 \cdot x + 10 \cdot y + z = 100x + 10y + z$;

2) $\overline{zyx} = 100 \cdot z + 10 \cdot y + x = 100z + 10y + x$;

3) $\overline{xyz} + \overline{zy} = (100x + 10y + z) + (10z + y) = 100x + 11y + 11z$;

4) $\overline{yxz} - \overline{yx} = (100y + 10x + z) - (10y + x) = 100y + 10x + z - 10y - x = 90y + 9x + z$.

499. Обчисліть значення виразу:

$(0{,}018 + 0{,}982) : (4 \cdot 0{,}5 - 0{,}2) = 1 : (2 - 0{,}2) = 1 : 1{,}8 = 1 : \frac{18}{10} = 1 \cdot \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$.

500. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $-8x \cdot 1{,}5y = -12xy$.

Якщо $x = \frac{4}{7}$, $y = -1\frac{3}{4}$, то $-12xy = -12 \cdot \frac{4}{7} \cdot (-1\frac{3}{4}) = 12 \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{7}{4} = 12$;

2) $-2a \cdot (-3{,}5b) \cdot 5c = 35abc$.

Якщо $a = -1$, $b = -\frac{2}{5}$, $c = \frac{3}{7}$, то $35abc = 35 \cdot (-1) \cdot (-\frac{2}{5}) \cdot \frac{3}{7} = 35 \cdot \frac{6}{35} = 6$.

501. Подайте вираз 2^{60} у вигляді степеня з основою:

1) $2^{60} = (2^2)^{30} = 4^{30}$; **2)** $2^{60} = (2^3)^{20} = 8^{20}$; **3)** $2^{60} = (2^4)^{15} = 16^{15}$; **4)** $2^{60} = (2^5)^{12} = 32^{12}$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

502. **1)** Для 13–річного підлітка мінімальна потреба в молочних продуктах (молоко, кефір, ряжанка) складає 15 % від норми рідини на день. Скільки рідких молочних продуктів має вживати підліток згаданого віку щоденно, якщо потреба його організму в рідині складає 2 літри на день?

$2 \cdot 0{,}15 = 0{,}3$ л = 300 мл.

Відповідь: 300 мл.

503. Розкрийте дужки:

1) $-0{,}6d(-5b + 4p - 0{,}3x) = 3db - 2{,}4dp + 0{,}18dx$;

2) $10(0{,}9x - 2{,}3y + 0{,}1z) = 9x - 23y + z$;

3) $(-0{,}3a + 5b - 2c) \cdot (-20) = 6a - 100b + 40c$;

4) $\left(-\frac{1}{6}n + \frac{1}{2}m - 1\frac{1}{3}x\right) \cdot 12 = -\frac{12}{6}n + \frac{12}{2}m - \frac{4 \cdot 12}{3}x = -2n + 6m - 16x$.

504. Знайдіть цифри a і b, якщо число $\overline{9a6b2}$ кратне числу 36. Укажіть усі можливі розв'язки.

Якщо число кратне 36, то воно кратне 4 і 9. Щоб вихідне число ділилося на 4, потрібно, щоб число, утворене двома останніми цифрами, ділилося на 4. Тоді це можуть бути числа $\overline{b2}$ = 12, 32, 52, 72 і 92. Щоб число ділилося на 9, необхідно, щоб сума цифр ділилася на 9:

$9 + a + 6 + b + 2 = (17 + a + b) : 9$.

Якщо b = 1, то маємо: $17 + a + 1 = 18 + a$; a = 0, a = 9; шукані числа — 90612, 99612;

якщо b = 3, то маємо: $17 + a + 3 = 20 + a$; a = 7; шукане число — 97632;

якщо b = 5, то маємо: $17 + a + 5 = 22 + a$; a = 5; шукане число — 95652;

якщо b = 7, то маємо: $17 + a + 7 = 24 + a$; a = 3; шукане число — 93672;

якщо b = 9, то маємо: $17 + a + 9 = 26 + a$; a = 1; шукане число — 91692.

Відповідь: 90612, 91692, 93672, 95652, 97632, 99612.

§ 12. Множення одночлена на многочлен

505. *(Усно.)* Виконайте множення:

1) $x(a - 3) = xa - 3x$; **2)** $-p(x + y) = -px - py$;

3) $m(a - b + 2) = ma - mb + 2m$; **4)** $-y(x - 3 + p) = -yx + 3y - yp$.

506. Виконайте множення:

1) $a(b - 2) = ab - 2a$; **2)** $m(a + c) = ma + mc$;

3) $p(a - b - 3) = pa - pb - 3p$; **4)** $-b(a - c + 3) = -ba + bc - 3b$.

507. Виконайте множення одночлена на многочлен:

1) $7a^2(3 - a) = 7a^2 \cdot 3 - 7a^2 \cdot a = 21a^2 - 7a^3$;

2) $-5x^2(x^3 + 4x) = 5x^2 \cdot x^3 + (-5x^2) \cdot 4x = -5x^5 - 20x^3$;

3) $-3c^3(c - 2c^2) = -3c^3 \cdot c + (-3c^3) \cdot (-2c^2) = -3c^4 + 6c^5$;

4) $2a^4(a^5 - a^3 - 1) = 2a^4 \cdot a^5 - 2a^4 \cdot a^3 - 2a^4 \cdot 1 = 2a^9 - 2a^7 - 2a^4$;

5) $(3x^2 - 5x - 3) \cdot 2x = 3x^2 \cdot 2x - 5x \cdot 2x - 3 \cdot 2x = 6x^3 - 10x^2 - 6x$;

6) $(c^3 + c - 4) \cdot (-3c) = c^3 \cdot (-3c) + c \cdot (-3c) - 4 \cdot (-3c) = -3c^4 - 3c^2 + 12c$.

508. Перетворіть добуток на многочлен:

1) $4xy(x^2 - 2xy - y^2) = 4xy \cdot x^2 - 4xy \cdot 2xy - 4xy \cdot y^2 = 4x^3y - 8x^2y^2 - 4xy^3$;

2) $-a^2b(ab^2 - b^2 + a^2) = -a^2b \cdot ab^2 + (-a^2b)(-b^2) + (-a^2b) \cdot a^2 = -a^3b^3 + a^2b^3 - a^4b$;

3) $(2mn - 3m^2 - 5n^2) \cdot (-4m^2) = 2mn \cdot (-4m^2) - 3m^2 \cdot (-4m^2) - 5n^2 \cdot (-4m^2) =$
$= -8m^3n + 12m^4 + 20m^2n^2$;

4) $(-2x^2y + 3xy - x^2) \cdot xy^2 = -2x^2y \cdot xy^2 + 3xy \cdot xy^2 - x^2 \cdot xy^2 = -2x^3y^3 + 3x^2y^3 - x^3y^2$;

5) $(2{,}8a^2b - 3{,}7a^3b - 0{,}8b) \cdot 10ab^2 = 2{,}8a^2b \cdot 10ab^2 - 3{,}7a^3b \cdot 10ab^2 - 0{,}8b \cdot 10ab^2 =$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$= 28a^3b^3 - 37a^4b^3 - 8ab^3$;

6) $-1{,}8a^2b^6(5a^2b - 1{,}5a + 2b^3) = -1{,}8a^2b^6 \cdot 5a^2b + (-1{,}8a^2b^6) \cdot (-1{,}5a) + (-1{,}8a^2b^6) \cdot (-2b^3) =$
$= -9a^4b^7 + 2{,}7a^3b^6 + 3{,}6a^2b^9$.

509. Подайте добуток у вигляді многочлена:

1) $4a(a^2 - 2a + 3) = 4a^3 - 8a^2 + 12a$;

2) $-3b^2(4b^3 - 2b^2 + 3b - 8) = -12b^5 + 6b^4 - 9b^3 + 24b^2$;

3) $(3x^2 - 4x + 12) \cdot (-0{,}1x^3) = -0{,}3x^5 + 0{,}4x^4 - 1{,}2x^3$;

4) $(p^2 - 9p^3 + 7p - 1) \cdot 3p^4 = 3p^6 - 27p^7 + 21p^5 - 3p^4$;

5) $7ab(2a^2b - 3ab^2 - 3a^3) = 14a^3b^2 - 21a^2b^3 - 21a^4b$;

6) $-6m^2n(m^2n - 3mn^2 - 4n^3) = -6m^4n^2 + 18m^3n^3 + 24m^2n^4$;

7) $(9a^2b - 8ab^3 - a^2b^2) \cdot (-3a^2b^3) = -27a^4b^4 + 24a^3b^6 + 3a^4b^5$;

8) $(p^2q^3 - 2pq^4 + 3p^3) \cdot 5p^3q^2 = 5p^5q^5 - 10p^4q^6 + 15p^6q^2$.

510. Виконайте множення:

1) $\frac{1}{7}a^2b\,(1{,}4a^2 - 2{,}1b^3) = \frac{1}{7}a^2b \cdot \frac{14}{10}a^2 - \frac{1}{7}a^2b \cdot \frac{21}{10}b^3 = \frac{1}{5}a^4b - \frac{3}{10}a^2b^4$;

2) $-\frac{2}{3}x^2y^3 \cdot (1{,}2y^5 - \frac{9}{10}xy) = -\frac{2}{3}x^2y^3 \cdot \frac{12}{10}y^5 + (-\frac{2}{3}x^2y^3) \cdot (-\frac{9}{10}xy) = -0{,}8x^2y^8 + 0{,}6x^3y^4$;

3) $(1\frac{1}{5}mn^2 - 1\frac{1}{15}m^2) \cdot (-\frac{5}{6}m^2n) = -\frac{6}{5}mn^2 \cdot (-\frac{5}{6}m^2n) + \frac{16}{15}m^2 \cdot \frac{5}{6}m^2n = m^3n^3 - \frac{8}{9}m^4n$;

4) $(1\frac{1}{4}m - \frac{5}{6}n) \cdot 2\frac{2}{5}m^2n^7 = \frac{5}{4}m \cdot \frac{12}{5}m^2n^7 - \frac{5}{6}n \cdot \frac{12}{5}m^2n^7 = 3m^3n^7 - 2m^2n^8$.

511. Виконайте множення:

1) $\frac{1}{4}m^2n(2{,}4mn - 2{,}8m^2) = \frac{1}{4}m^2n \cdot \frac{24}{10}mn - \frac{1}{4}m^2n \cdot \frac{28}{10}m^2 = \frac{3}{5}m^3n^2 - \frac{7}{10}m^4n$;

2) $-\frac{2}{5}ab^3(1{,}5ab - \frac{5}{6}b^2) = -\frac{2}{5}ab^3 \cdot \frac{15}{10}ab - (-\frac{2}{5})ab^3 \cdot \frac{5}{6}b^2 = -\frac{3}{5}a^2b^4 + \frac{1}{3}ab^5$;

3) $(1\frac{1}{2}x^2y - \frac{9}{10}xy^4) \cdot \frac{2}{3}xy^3 = \frac{3}{2}x^2y \cdot \frac{2}{3}xy^3 - \frac{9}{10}xy^4 \cdot \frac{2}{3}xy^3 = x^3y^4 - \frac{3}{5}x^2y^7$;

4) $(1{,}5a - \frac{4}{7}b) \cdot (-\frac{1}{14}a^2b^5) = \frac{15}{10}a \cdot (-\frac{1}{14}a^2b^5) - \frac{4}{7}b \cdot (-\frac{1}{14}a^2b^5) = -\frac{3}{28}a^3b^5 + \frac{2}{49}a^2b^6$.

512. Подайте у вигляді многочлена:

1) $5(x - 3) - 2(x - 3) = 5x - 15 - 2x + 6 = 3x - 9$;

2) $5(7a - 1) - 7(5a + 3) = 35a - 5 - 35a - 21 = -26$;

3) $2b(b - 3) - 5b(b + 7) = 2b^2 - 6b - 5b^2 - 35b = -3b^2 - 41b$;

4) $7y^2(3y - 2) + 4y^2(y + 5) = 21y^3 - 14y^2 + 4y^3 + 20y^2 = 25y^3 + 6y^2$.

513. Спростіть вираз:

1) $5(3 - 2a) + 7(3a - 1) = 15 - 10a + 21a - 7 = 11a + 8$;

2) $3(2x - 8) - 3(2x - 5) = 6x - 24 - 6x + 15 = -9$;

3) $3m(m - 2) - 5m(7 - m) = 3m^2 - 6m - 35m + 5m^2 = 8m^2 - 41m$;

4) $2a^2(3a - 5) + 4a^2(a + 3) = 6a^3 - 10a^2 + 4a^3 + 12a^2 = 10a^3 + 2a^{12}$.

514. Перетворіть вираз на многочлен:

1) $5m(m - n) + 3n(n - m) = 5m^2 - 5mmn + 3n^2 - 3mn = 5mn^2 + 3n^2 - 8mn$;

2) $2a(2b - 3a) - 3a(5b - 7a) = 4ab - 6a^2 - 15ab + 21a^2 = 15a^2 - 11ab$;

3) $a(3a^2 - 2b) - b(5a^2 - 2a) = 3a^3 - 2ab - 5a^2b + 2ab = 3a^3 - 5a^2b$;

4) $0{,}2mn(m^2 - n^2 + 3) - 0{,}5m(nm^2 - n^3) = 0{,}2m^3n - 0{,}2mn^3 + 0{,}6mn - 0{,}5m^3n + 0{,}5mn^3 =$
$= -0{,}3m^3n + 0{,}3mn^3 + 0{,}6mn$.

515. Виконайте дії:

1) $3a(a - b) + 5b(a + b) = 3a^2 - 3ab + 5ab + 5b^2 = 3a^2 + 2ab + 5b^2$;

2) $3y(x - y) + y(2y - 3x) = 3xy - 3y^2 + 2y^2 - 3xy = -y^2$;

3) $p(p^2 - 2a) - a(a^2 - 2p) = p^3 - 2ap - a^3 + 2ap = p^3 - a^3$;

4) $3xy(x^2 - y^2 + 7) - 5xy(y^2 + x^2) = 3x^3y - 3xy^3 + 21xy - 5xy^3 - 5x^3y = -2x^3y - 8xy^3 + 21xy$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

516. Розв'яжіть рівняння:

1) $6 + 2(5x + 4) = 24$
$6 + 10x + 8 = 24$
$10x = 24 - 6 - 8$
$10x = 10$
$x = 1$

2) $3(5x - 1) = 4(4x - 8)$
$15x - 3 = 16x - 32$
$15x - 16x = -32 + 3$
$-x = -29$
$x = 29$

3) $7 - 4(y - 1) = (3y - 2)(-2)$
$7 - 4y + 4 = -6y + 4$
$-4y + 6y = 4 - 7 - 4$
$2y = -7$
$y = -3,5$

4) $3(y - 2) - 5(y + 7) = -7(y - 1)$
$3y - 6 - 5y - 35 = -7y + 7$
$-2y + 7y = 7 + 6 + 35$
$5y = 48$
$y = 9,6$

517. Розв'яжіть рівняння:

1) $5(2x - 1) = 3(4x + 5)$
$10x - 5 = 12x + 15$
$10x - 12x = 15 + 5$
$-2x = 20$
$x = -10$

2) $9 - 5(y + 2) = (7y - 5) \cdot (-3)$
$9 - 5y - 10 = -21y + 15$
$-5y + 21y = 15 - 9 + 10$
$16y = 16$
$y = 1$

518. Знайдіть корінь рівняння:

1) $x(x - 3) - 9 = 12 + x^2$
$x^2 - 3x - 9 = 12 + x^2$
$x^2 - 3x - x^2 = 12 + 9$
$-3x = 21$
$x = -7$

2) $3x - 2x^2 = 2x(5 - x) + 14$
$3x - 2x^2 = 10x - 2x^2 + 14$
$3x - 2x^2 - 10x + 2x^2 = 14$
$-7x = 14$
$x = -2$

519. Знайдіть корінь рівняння:

1) $7 - x(x - 2) = 5 - x^2$
$7 - x^2 + 2x = 5 - x^2$
$-x^2 + 2x + x^2 = 5 - 7$
$2x = -2$
$x = -1$

2) $3x(x - 5) = 3x^2 - 5x + 20$
$3x^2 - 15x = 3x^2 - 5x + 20$
$3x^2 - 15x - 3x^2 + 5x = 20$
$-10x = 20$
$x = -2$

520. Запишіть замість зірочки такий одночлен, щоб виконувалася рівність:

1) $(a + b) \cdot m = am + bm$;
2) $-n \cdot (x - y) = -nx + ny$;
3) $x^2 \cdot (a - b + c) = ax^2 - bx^2 + cx^2$;
4) $-ab \cdot (c - n + p) = -abc + abn - abp$;
5) $y^2 \cdot (x^2 - xy) = x^2y^2 - xy^3$;
6) $(p - 1) \cdot pq^2 = p^2q^2 - pq^2$.

521. Доведіть, що при будь-якому значенні a вираз набуває одного й того самого значення.

$a(3a + 1) - a^2(a + 2) + (a^3 - a^2) - (a + 1) = 3a^2 + a - a^3 - 2a^2 + a^3 - a^2 - a - 1 = -1$.

522. Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної.

$x(5x^2 - x + 2) - (5x - 2 + 4x^3) + x(x^2 - x - 3) = 5x^3 - x^2 + 2x - 5x + 2 - 4x^3 - x^3 + x^2 + 3x = 2$
— вираз не залежить від значення змінної x.

523. Доведіть, що вираз тотожно дорівнює нулю:

1) $a(b - c) + b(c - a) + c(a - b) = ab - ac + bc - ab + ac - bc = 0$;
2) $a(b + c - bc) - b(c + a - ac) + c(b - a) = ab + ac - abc - bc - ab + abc + bc - ac = 0$.

524. Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:

1) $-7a^5b(2b^4 + ab^5 - 3a^2b^6 + a^3b^7) = -14a^5b^5 - 7a^6b^6 + 21a^7b^7 - 7a^8b^8$;
2) $(3x^3 + 5x^2 - 2a - 3a^2)xay = 3x^4ay + 5x^3ay - 2xa^2y - 3a^3xy$;
3) $-4pm^3(m^4 - 2p^3m + 7p^6m^7 + 11p^7m^3) = -4pm^7 + 8p^4m^4 - 28p^7m^{10} - 44p^8m^6$;
4) $\left(-\frac{1}{2}a^2b^9 + \frac{1}{6}ab^7 - \frac{1}{3}a^3b^6\right) \cdot (-12a^3b^7) = 6a^5b^{16} - 2a^4b^{14} + 4a^6b^{13}$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

525. Доведіть, що при будь-якому значенні змінної a вираз набуває від'ємних значень.

$2a^2(a-5) - a(-6a + 2a^2 + 3a^3) - 4 = 2a^3 - 10a^2 + 6a^2 - 2a^3 - 3a^4 - 4 = -3a^4 - 4a^2 - 4$ — вираз набуває від'ємних значень для всіх a.

526. Доведіть, що при будь-якому значенні змінної m вираз набуває лише додатних значень.

$5(m^2 - 3m + 1) - 3m(m - 5) = 5m^2 - 15m + 5 - 3m^2 + 15m = 2m^2 + 5$ — вираз набуває лише додатних значень.

527. Перетворіть на многочлен стандартного вигляду:

1) $3a(5a^2 - 3ab + ab^2 - b^2) \cdot b = 3ab(5a^2 - 3ab + ab^3 - b^2) = 15a^3b - 9a^2b^2 + 3a^2b^4 - 3ab^3$;

2) $-xy \cdot (x^2y - 2x^2y^2 + 3xy^3 + x^3) \cdot x^2 = -x^3y \cdot (x^2y - 2x^2y^2 + 3xy^3 + x^3) =$
$= -x^5y^2 + 2x^5y^3 - 3x^4y^4 - x^6y.$

528. Спростіть вираз і знайдіть його значення. Знайдіть суму всіх отриманих значень і дізнаєтеся, скільки разів представники України вигравали у пісенному конкурсі «Євробачення».

1) $4a - 2(5a - 1) + (8a - 2) = 4a - 10a + 2 + 8a - 2 = 2a.$

Якщо $a = -3{,}5$, то $2a = 2 \cdot (-3{,}5) = -7$;

2) $10(2 - 3x) + 12x - 9(x + 1) = 20 - 30x + 12x - 9x - 9 = -27x + 11.$

Якщо $x = -\frac{1}{27}$, то $-27x + 11 = -27 \cdot (-\frac{1}{27}) + 11 = 1 + 11 = 12$;

3) $a(3a - 4b) - b(3b - 4a) = 3a^2 - 4ab - 3b^2 + 4ab = 3a^2 - 3b^2.$

Якщо $a = -5$, $b = 5$, то $3a^2 - 3b^2 = 3 \cdot (-5)^2 - 3 \cdot 5^2 = 0$;

4) $3xy(5x^2 - y^2) - 5xy(3x^2 - y^2) = 15x^3y - 3xy^3 - 15x^3y + 5xy^3 = 2xy^3.$

Якщо $x = \frac{1}{8}$, $y = -2$, то $2xy^3 = 2 \cdot \frac{1}{8} \cdot (-2)^3 = -2$.

$-7 + 12 + 0 + (-2) = 12 - 9 = 3$ (рази).

529. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $7a(2a - 0{,}1) - 0{,}1a(10a - 7) = 14a^2 - 0{,}7a - a^2 + 0{,}7a = 13a^2$

Якщо $a = \frac{1}{13}$, то $13a^2 = 13 \cdot (\frac{1}{13})^2 = \frac{1}{13}$

2) $4x(2x - 5y) - 2y(4y - 10x) = 8x^2 - 20xy - 8y^2 + 20xy = 8x^2 - 8y^2$

Якщо $x = -15$, $y = 15$, то $8x^2 - 8y^2 = 8 \cdot (-15)^2 - 8 \cdot 15^2 = 8 \cdot 15^2 - 8 \cdot 15^2 = 0$

530. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{5x - 9}{4} + \frac{5x - 7}{4} = 1$

$5x - 9 + 5x - 7 = 4$

$10x = 4 + 9 + 7$

$10x = 20$

$x = 2$

2) $\frac{3x - 1}{14} - \frac{x}{7} = -2$

$3x - 1 - 2x = -28$

$3x - 2x = -28 + 1$

$x = -27$

3) $\frac{x - 6}{3} + \frac{2x + 3}{3} = 2x$

$x - 6 + 2x + 3 = 6x$

$3x - 6x = 6 - 3$

$-3x = 3$

$x = -1$

4) $\frac{2 - x}{5} - \frac{x}{15} = \frac{1}{3}$

$6 - 3x - x = 5$

$-3x - x = 5 - 6$

$-4x = -1$

$x = \frac{1}{4}$

5) $2x(1 - 3x) + 5x(3 - x) = 17x - 11x^2$

$2x - 6x^2 + 15x - 5x^2 = 17x - 11x^2$

$-11x^2 + 17x - 17x - 11x^2 = 0$

$0 = 0$

x – будь яке число.

6) $(7x^3 + 2x^2 - 4x - 5) - (6x^3 - x^2 + 2x) = 3x^2 - (6x - x^3)$

$7x^3 + 2x^2 - 4x - 5 - 6x^3 + x^2 - 2x = 3x^2 - 6x - x^3$

$x^3 + 3x^2 - 6x - 5 - 3x^2 + 6x + x^3 = 0$

$-5 \neq 0$. Не має розв'язків.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

531. Розв'яжіть рівняння:

1) $\frac{7x+3}{6} - \frac{5x+1}{2} = 0$

$7x - 3 - 15x - 3 = 0$

$-8x = 6$

$x = -\frac{3}{4}$

2) $\frac{x-3}{5} - \frac{x}{4} = 1$

$4x - 12 - 5x = 20$

$-x = 20 + 12$

$x = -32$

3) $\frac{4x+1}{6} - \frac{10x+1}{6} = x$

$4x + 1 + 10x + 1 = 6x$

$14x - 6x = -1 - 1$

$8x = -2$

$x = -\frac{1}{4}$

4) $\frac{x+2}{15} = \frac{1}{3} - \frac{x}{5}$

$x + 2 = 5 - 3x$

$x + 3x = 5 - 2$

$4x = 3$

$x = \frac{3}{4}$

5) $3x(2 + x) - 4(1 - x^2) = 7x^2 + 6x$

$6x + 3x^2 - 4 + 4x^2 = 7x^2 + 6x$

$7x^2 - 7x^2 + 6x - 6x = 4$

$0 \neq 4$. Не має розв'язків.

6) $(x^2 + 4x - 8) - (7x - 2x^2 - 5) = 3x^2 - (3x + 3)$

$x^2 + 4x - 8 - 7x + 2x^2 + 5 = 3x^2 - 3x - 3$

$3x^2 - 3x - 3x^2 + 3x = -3 + 3$

$0 = 0$. x – будь яке число.

532. Для якого значення змінної:

1) значення виразу $2(3y + 1)$ у 4 рази більше за значення виразу $3y - 2$;

$2(3y + 1) = 4(3y - 2)$

$6y + 2 = 12y - 8$

$6y - 12y = -8 - 2$

$-6y = -10$

$y = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

2) добуток виразів $3x$ і $2x + 1$ дорівнює сумі виразів $x(4x - 1)$ і $2(x^2 - 3)$?

$3x \cdot (2x + 1) = x(4x - 1) + 2(x^2 - 3)$

$6x^2 + 3x = 4x^2 - x + 2x^2 - 6$

$6x^2 - 4x^2 - 2x^2 + 3x + x = -6$

$4x = -6$

$x = -1{,}5$

533. Для виготовлення одного тістечка потрібно на 4 г цукру більше, ніж для виготовлення одного пиріжка або одного пончика. За день у кондитерському цеху було виготовлено 80 тістечок, 50 пончиків і 50 пиріжків. При цьому на всі тістечка пішло на 80 г цукру більше, ніж на всі пончики і пиріжки разом. Скільки грамів цукру йде на виготовлення одного тістечка?

Нехай для виготовлення одного тістечка потрібно x г цукру, тоді для виготовлення одного пончика чи одного пиріжка — $(x - 4)$ г цукру. Для виготовлення 80 тістечок витратили $80x$ г цукру, а для виготовлення 50 пончиків і 50 пиріжків — відповідно $50(x - 4)$ г і $50(x - 4)$ г цукру.

Складемо рівняння:

$80x - 50(x - 4) - 50(x - 4) = 80$

$80x - 50x + 200 - 50x + 200 = 80$

$80x - 50x - 50x = 80 - 200 - 200$

$20x = 320$

$x = 16$

Отже, для приготування одного тістечка потрібно 16 г цукру.

Відповідь: 16 г.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

534. За 8 олівців, 4 ручки і блокнот заплатили 265 грн. Олівець на 17 грн 50 коп. дешевший за ручку і на 32 грн 50 коп. дешевший за блокнот. Скільки коштують окремо олівець, ручка і блокнот?

Нехай олівець коштує x коп., тоді ручка і блокнот відповідно коштують (x + 1750) коп. і (x + 3250) коп. Складемо рівняння:

$8x + 4(x + 1750) + (x + 3250) = 26500$

$8x + 4x + 7000 + x + 3250 = 26500$

$13x = 16250$

$x = 1250$

Олівець коштує 1250 коп. = 12 грн 50 коп., ручка — 1250 + 1750 = 3000 (коп.) = 30 грн, а блокнот — 1250 + 3250 = 4500 (коп.) = 45 грн.

Відповідь. 12 грн 50 коп., 30 грн, 45 грн.

535. Одна котушка бавовняних ниток коштує 5 грн 40 коп., а льняних – 6 грн 50 коп. Бабуся для плетіння серветок придбала бавовняних ниток на 6 котушок більше, ніж льняних, витративши на всю покупку 175 грн 20 коп. Скільки котушок бавовняних і скільки котушок льняних ниток придбала бабуся?

Нехай бабуся придбала x котушок льняних ниток, тоді бавовняних ниток вона придбала (x + 6) котушок. За усі льняні нитки вона заплатила 6,5x грн, за всі бавовняні — 5,4(x + 6)грн.

Складемо рівняння:

$6{,}5x + 5{,}4(x + 6) = 175{,}2$

$65x + 54x + 324 = 1752$

$119x = 1428$

$x = 12$

Отже, бабуся придбала 12 котушок льняних ниток і 12 + 6 = 18 (котушок) бавовняних.

Відповідь: 12 і 18 котушок.

536. Човен плив 3,5 год за течією річки і 2,5 год проти течії. Відстань, яку він проплив за течією річки, на 30 км більша за відстань, яку він проплив проти течії. Знайдіть власну швидкість човна, якщо швидкість течії 2 км/год.

Нехай швидкість човна дорівнює x км/год, тоді його швидкість за течією дорівнює (x + 2) км/год, а проти течії — (x – 2) км/год. За течією човен подолав $(x + 2) \cdot 3{,}5 = (3{,}5x + 7)$ (км), а проти течії — $(x – 2) \cdot 2{,}5 = (2{,}5x – 5)$ (км).

Складемо рівняння:

$3{,}5x + 7 = 2{,}5x – 5 + 30$

$3{,}5x – 2{,}5x = – 5 + 30 – 7$

$x = 18$

Відповідь. 18 км/год.

537. Якими одночленами треба замінити зірочки, щоб одержати тотожність:

1) $5ax^2 \cdot (x + 7) = 5ax^3 + 35ax^2$;

2) $(9a^2 + 6a^2) \cdot 3a = 27a^3 + 18a^3$;

3) $(m^2 – 4mc^2) \cdot 3mc^2 = 3m^3c^2 – 12m^2c^4$;

4) $(5 – 7y) \cdot x^2y^3 = 5x^2y^3 – 7x^2y^4$.

538. Які одночлени треба вписати в клітинки, щоб одержати тотожність:

1) $3a^2(3a^3 – 4) = 9a^5 – 12a^2$;

2) $(1 + 2ab) \cdot 5ab^2 = 5ab^2 + 10a^2b^3$;

3) $(2m – 2m^2a) \cdot 7m = 14m^2 – 14m^3a$;

4) $(7x^2a – 9xa^2) \cdot 2xa^4 = 14x^3a^5 – 18x^2a^6$.

539. Спростіть вираз (n – натуральне число):

1) $x^{n+3}(x^{n+4} – x) – x^{2n+7} = x^{2n+7} – x^{n+4} – x^{2n+7} = –x^{n+4}$;

2) $y^n(y^{n+2} – y^n – y^2) – y^2(y^{2n} – y^n) = y^{2n+2} – y^{2n} – y^{2+n} – y^{2n+2} + y^{2+n} = –y^{2n}$;

3) $z^n(z^2 – 1) – z^2(z^n + 2) – 2(z^n – z^2) = z^{n+2} – z^n – z^{n+2} – 2z^2 – 2z^n + 2z^2 = –3z^n$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

540. У яких координатних чвертях розташовуються точки A(4; –8), B(–5; –7), C(1; 17), D(–9; 8)?

Точка A(4; –8) знаходиться у четвертій чверті, B(–5; –7) — у третій, C(1; 17) — у першій, а D(–9; 8) — у другій.

541. Спростіть:

1) $(-3a^2b^3)^2 \cdot (\frac{1}{3}ab^2)^3 = 9a^4b^6 \cdot \frac{1}{27}a^3b^6 = \frac{1}{3}a^7b^{12}$;

2) $(0{,}1mn^7)^2 \cdot (-10m^2n^3)^3 = 0{,}01m^2n^{14} \cdot (-1000m^6n^9) = -10m^8n^{23}$.

542. Використовуючи властивості степенів, знайдіть значення виразу:

1) $\frac{24^{17} \cdot 6^{16}}{48^{16} \cdot 3^{17}} = \frac{24^{16} \cdot 2^{16} \cdot 3^{16} \cdot 24}{48^{16} \cdot 3^{16} \cdot 3} = \frac{48^{16} \cdot 8}{48^{16}} = 8$;

2) $\frac{35^9 \cdot 2^7}{5^7 \cdot 14^8} = \frac{35^7 \cdot 2^7 \cdot 35^2}{5^7 \cdot 7^7 \cdot 2^7 \cdot 14} = \frac{35^7 \cdot 35 \cdot 35}{35^7 \cdot 14} = \frac{35 \cdot 5}{2} = 87{,}5$.

543. У багатьох країнах світу, зокрема і в Україні, температуру вимірюють за шкалою Цельсія. А в деяких країнах, наприклад у США, основною шкалою для вимірювання температури є шкала Фаренгейта. Щоб значення температури за Фаренгейтом t_F перетворити у градуси Цельсія t_C, користуються формулою

$t_C = (t_F - 32) : 1{,}8$.

1) Запишіть формулу, за якою значення температури у градусах Цельсія t_C можна перетворити у значення температури за шкалою Фаренгейта t_F.

$t_F = 1{,}8t_C + 32$.

2) Уявіть, що ваш термометр вимірює температуру тіла по Фаренгейту. Заповніть таблицю, перетворивши значення температури за Фаренгейтом у значення температури за Цельсієм.

t_F	95	95,9	96,8	97,7	98,6	99,5	100,4	101,3	102,2
t_C	35	35,5	36	36,5	37	37,5	38	38,5	39

$t_C = (95 - 32) : 1{,}8 = 35$

544. Винесіть за дужки спільний множник:

1) 7a – 7b = 7(a – b); **2)** –2y – 2x = –2(y + x); **3)** 9n + 9m = 9(n + m);

4) bx + by = b(x + y); **5)** 3m – mx = m(3 – x); **6)** 7t + 7 = 7(t + 1);

7) 5ap + 5pb = 5p(a + b); **8)** 4ax – 4bx = 4x(a – b).

545. Відомо, що для деяких натуральних значеннь a і b значення виразу 6a + b кратне числу 7. Доведіть, що при тих самих значеннях a і b значення виразу 6b + a також кратне числу 7.

За умовою 6a + b кратне 7. Розглянемо суму чисел: 6a + b і 6b + a.

6a + b + 6b + a = 7a + 7b = 7(a + b) ділиться на 7.

Сума ділиться на 7, доданок 6a + b ділиться на 7, отже, і доданок 6b + a теж ділиться на 7.

§ 13. Розкладання многочлена способом винесення

546. *(Усно.)* Знайдіть спільний множник у виразі:

1) 5x + 5y = 5(x + y); **2)** 7a – 7 = 7(a – 1);

3) ab + at = a(b + t); **4)** ma – pm = m(a – p).

547. *(Усно.)* Розкладіть на множники:

1) am + an = a(m + n); **2)** 12x – 12y = 12(x – y);

3) tm – tc = t(m – c); **4)** 2c + 2m = 2(c + m).

548. Винесіть за дужки спільний множник:

1) 5a + 5c = 5(a + c); **2)** 7x – 7u = 7(x – u);

3) ap – ab = a(p – b); **4)** mx + yx = x(m + y).

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

549. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $2u - 2p = 2(u - p)$; **2)** $7x + 7y = 7(x + y)$;

3) $at + bt = t(a + b)$; **4)** $ma - mc = m(a - c)$.

550. *(Усно.)* Чи правильно виконано розкладання на множники:

1) $7a + 7 = 7a$, ні; **2)** $5m - 5 = 5(m - 5)$, ні;

3) $2a - 2 = 2(a - 1)$, так; **4)** $7xy - 14x = 7x(y - 2)$, так;

5) $5mn + 5n = 5m(n + 3)$, ні; **6)** $7ab + 8cb = 15b(a + c)$, ні.

551. Запишіть суму у вигляді добутку:

1) $3a + 12b = 3(a + 4b)$; **2)** $-6a - 9x = -3(2a + 3x)$;

3) $17a + 17 = 17(a + 1)$; **4)** $-ab - a = -a(b + 1)$;

5) $14a - 21x = 7(2a - 3x)$; **6)** $8b - 8 = 8(b - 1)$.

552. Розкладіть на множники:

1) $4m - 16a = 4(m - 4a)$; **2)** $-12m + 18a = 6(-2m + 3a)$;

3) $14m - 14 = 14(m - 1)$; **4)** $-xb - b = -b(x + 1)$;

5) $8p + 8 = 8(p + 1)$; **6)** $20b - 30c = 10(2b - 3c)$.

553. Розкладіть на множники:

1) $5ab + 5xb = 5b(a + x)$; **2)** $2xy - 8y = 2y(x - 4)$;

3) $-5ab + 5a = 5a(-b + 1)$; **4)** $7a + 21ay = 7a(1 + 3y)$;

5) $9x^2 - 27x = 9x(x - 3)$; **6)** $3a - 9a^2 = 3a(1 - 3a)$;

7) $m^2 - ma = m(m - a)$; **8)** $12ax - 4a^2 = 4a(3x - a)$;

9) $-18xy + 24y^2 = 6y(-3x + 4y)$; **10)** $a^2b - ab^2 = ab(a - b)$;

11) $pm - p^2m = pm(1 - p)$; **12)** $-x^2y^2 - xy = -xy(xy + 1)$.

554. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $7ax - 7bx = 7x(a - b)$; **2)** $3ab + 9a = 3a(b + 3)$;

3) $6xm - 8xn = 2x(3m - 4n)$; **4)** $15xy + 5x = 5x(3y + 1)$;

5) $9m^2 - 18m = 9m(m - 2)$; **6)** $15m - 30m^2 = 15m(1 - 2m)$;

7) $9xy + 6x^2 = 3x(3y + 2x)$; **8)** $a^2b - ab = ab(a - 1)$;

9) $-p^2q - pq^2 = -pq(p + q)$.

555. Розкладіть на множники:

1) $x^3 - x^2 = x^2(x - 1)$; **2)** $a^4 + a^2 = a^2(a^2 + 1)$;

3) $m^3 - m^5 = m^3(1 - m^2)$; **4)** $a^3 + a^7 = a^3(1 + a^4)$;

5) $3b^2 - 9b^3 = 3b^2(1 - 3b)$; **6)** $7a^3 + 6a = a(7a^2 + 6)$;

7) $4y^2 + 12y^4 = 4y^2(1 + 3y^2)$; **8)** $5m^5 + 15m^2 = 5m^2(m^3 + 3)$;

9) $-16a^4 - 20a = -4a(4a^3 + 5)$.

556. Розкладіть на множники:

1) $m^4 - m^2 = m^2(m^2 - 1)$; **2)** $a^4 + a^5 = a^4(1 + a)$;

3) $6a - 12a^3 = 6a(1 - 2a^2)$; **4)** $18p^3 - 12p^2 = 6p^2(3p - 2)$;

5) $14b^3 + 7b^4 = 7b^3(2 + b)$; **6)** $-25m^3 - 20m = -5m(5m^2 + 4)$.

557. Запишіть суму $6x^2y + 15x$ у вигляді добутку і знайдіть його значення, якщо $x = -0{,}5$, $y = 5$.

$6x^2y + 15x = 3x(2xy + 5)$.

Якщо $x = -0{,}5$, $y = 5$, то $3x(2xy + 5) = 3 \cdot (-0{,}5) \cdot (2 \cdot (-0{,}5) \cdot 5 + 5)) = -1{,}5 \cdot 0 = 0$.

558. Запишіть вираз $12a^2b - 8a$ у вигляді добутку і знайдіть його значення.

$12a^2b - 8a = 4a(3ab - 2)$.

Якщо $a = 2$, $b = \frac{1}{3}$, то $4a(3ab - 2) = 4 \cdot 2 \cdot (3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} - 2) = 8 \cdot 0 = 0$.

559. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $a^4 + a^3 - a^2 = a^2(a^2 + a - 1)$; **2)** $m^9 - m^2 + m^7 = m^2(m^7 - 1 + m^5)$;

3) $b^6 + b^5 - b^9 = b^5(b + 1 - b^4)$; **4)** $-y^7 - y^{12} - y^3 = -y^3(y^4 + y^9 + 1)$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

560. Подайте у вигляді добутку:

1) $p^7 + p^3 - p^4 = p^3(p^4 + 1 - p)$;
2) $a^{10} - a^5 + a^8 = a^5(a^5 - 1 + a^3)$;
3) $b^7 - b^5 - b^2 = b^2(b^5 - b^3 - 1)$;
4) $-m^8 - m^2 - m^4 = -m^2(m^6 + 1 + m^2)$.

561. Обчисліть зручним способом:

1) $132 \cdot 27 + 132 \cdot 73 = 132(27 + 73) = 132 \cdot 100 = 13200$;
2) $119 \cdot 37 - 19 \cdot 37 = 37(119 - 19) = 37 \cdot 100 = 3700$.

562. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 - 2x = 0$
$x(x - 2) = 0$
$x = 0$ або $x - 2 = 0$
$x = 0$ або $x = 2$

2) $x^2 + 4x = 0$
$x(x + 4) = 0$
$x = 0$ або $x + 4 = 0$
$x = 0$ або $x = -4$

563. Знайдіть корені рівняння:

1) $x^2 + 3x = 0$
$x(x + 3) = 0$
$x = 0$ або $x + 3 = 0$
$x = 0$ або $x = -3$

2) $x^2 - 7x = 0$
$x(x - 7) = 0$
$x = 0$ або $x - 7 = 0$
$x = 0$ або $x = 7$

564. Розкладіть многочлен на множники:

1) $4a^3 + 2a^2 - 8a = 2a(2a^2 + a - 4)$;
2) $9b^3 - 3b^2 - 27b^5 = 3b^2(3b - 1 - 9b^3)$;
3) $16m^2 - 24m^6 - 32m^3 = 8m^2(2 - 3m^4 - 4m)$;
4) $-5b^3 - 20b^2 - 25b^5 = -5b^2(b + 4 + 5b^3)$.

565. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $5c^8 - 5c^7 + 10c^4 = 5c^4(c^4 - c^3 + 2)$;
2) $9m^4 + 27m^3 - 81m = 9m(m^3 + 3m^2 - 9)$;
3) $8p^7 - 4p^5 + 10p^3 = 2p^3(4p^4 - 2p^2 + 5)$;
4) $21b - 28b^4 - 14b^3 = 7b(3 - 4b^3 - 2b^2)$.

566. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $7m^4 - 21m^2n^2 + 14m^3 = 7m^2(m^2 - 3n^2 + 2m)$;
2) $12a^2b - 18ab^2 + 30ab^3 = 6ab(2a - 3b + 5b^2)$;
3) $8x^2y^2 - 4x^3y^5 + 12x^4y^3 = 4x^2y^2(2 - xy^3 + 3x^2y)$;
4) $-5p^4q^2 - 10p^2q^4 + 15p^3q^3 = 5p^2q^2(-p^2 - 2q^2 + 3pq)$.

567. Розкладіть многочлен на множники:

1) $12a - 6a^2x^2 - 9a^3 = 3a(4 - 2ax^2 - 3a^2)$;
2) $12b^2y - 18b^3 - 30b^4y = 6b^2(2y - 3b - 5b^2y)$;
3) $16bx^2 - 8b^2x^3 + 24b^3x = 86x(2x - bx^2 + 3b^2)$;
4) $60m^4n^3 - 45m^2n^4 + 30m^3n^5 = 15m^2n^3(4m^2 - 3n + 2mn^2)$.

568. Обчисліть зручним способом:

1) $843 \cdot 743 - 743^2 = 743(843 - 743) = 743 \cdot 100 = 74300$;
2) $1103^2 - 1103 \cdot 100 - 1103 \cdot 3 = 1103(1103 - 100 - 3) = 1103 \cdot 1000 = 1\,103\,000$.

569. Знайдіть значення виразу:

1) $4{,}23a - a^2 = a(4{,}23 - a)$.
Якщо $a = 5{,}23$, то $a(4{,}23 - a) = 5{,}23(4{,}23 - 5{,}23) = 5{,}23 \cdot (-1) = -5{,}23$;
2) $x^2y + x^3 = x^2(y + x)$. Якщо $x = 2{,}51$, $y = -2{,}51$ то $x^2(y + x) = 2{,}51^2(-2{,}51 + 2{,}51) = 0$;
3) $am^5 - m^6 = m^5(a - m)$. Якщо $m = -1$, $a = -5$, то $m^5(a - m) = (-1)^5(-5 + 1) = 4$;
4) $-xy - x^2 = -x(y + x)$. Якщо $x = 2{,}7$, $y = 7{,}3$, то $-x(y + x) = -2{,}7(7{,}3 + 2{,}7) = -27$.

570. Знайдіть значення виразу:

1) $9{,}11a + a^2 = a(9{,}11 + a)$.
Якщо $a = -10{,}11$, то $a(9{,}11 + a) = -10{,}11(9{,}11 - 10{,}11) = -10{,}11 \cdot (-1) = 10{,}11$;

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

2) $5ax^2 + 5a^2x = 5ax(x + a)$.

Якщо $a = \frac{2}{5}$, $x = \frac{3}{5}$, то $5ax(x + a) = 5 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} (\frac{2}{5} + \frac{3}{5}) = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$.

571. Розкладіть многочлен на множники:

1) $2p(x - y) + q(x - y) = (x - y)(2p + q)$;

2) $a(x + y) - (x + y) = (x + y)(a - 1)$;

3) $(a - 7) - b(a - 7) = (a - 7)(1 - b)$;

4) $5(a + 1) + (a + 1)^2 = (a + 1)(1 + a + 1) = (a + 1)(a + 2)$;

5) $(x + 2)^2 - x(x + 2) = (x + 2)(x + 2 - x) = 2(x + 2)$;

6) $-5m(m - 2) + 4(m - 2)^2 = (m - 2)(-5m + 4(m - 2)) = (m - 2)(-5m + 4m - 8) = (m - 2)(-m - 8)$.

572. Подайте вираз у вигляді добутку:

1) $a(x - y) + b(y - x) = a(x - y) - b(x - y) = (x - y)(a - b)$;

2) $p(b - 5) - n(5 - b) = p(b - 5) + n(b - 5) = (b - 5)(p + n)$;

3) $7x(2b - 3) + 5y(3 - 2b) = 7x(2b - 3) - 5y(2b - 3) = (2b - 3)(7x - 5y)$;

4) $(x - y)^2 - a(y - x) = (x - y)^2 + a(x - y) = (x - y)(x - y + a)$;

5) $5(x - 3)^2 - (3 - x) = 5(x - 3)^2 + (x - 3) = (x - 3)(5(x - 3) + 1) = (x - 3)(5x - 15 + 1) = (x - 3)(5x - 14)$;

6) $(a + 1)(2b - 3) - (a + 3)(3 - 2b) = (a + 1)(2b - 3) + (a + 3)(2b - 3) = (2b - 3) \cdot (a + 1 + a + 3) = (2b - 3)(2a + 4)$.

573. Розкладіть на множники:

1) $3x(b - 2) + y(b - 2) = (b - 2)(3x + y)$;

2) $(m^2 - 3) - x(m^2 - 3) = (m^2 - 3)(1 - x)$;

3) $a(b - 9) + c(9 - b) = a(b - 9) - c(b - 9) = (b - 9)(a - c)$;

4) $7(a + 2) + (a + 2)^2 = (a + 2)(7 + a + 2) = (a + 2)(a + 9)$;

5) $(c - m)^2 - 5(m - c) = (c - m)^2 + 5(c - m) = (c - m)(c - m + 5)$;

6) $-(x + 2y) - 5(x + 2y)^2 = (x + 2y)(-1 - 5(x + 2y)) = (x + 2y)(-1 - 5x - 10y)$.

574. Знайдіть корені рівняння:

1) $4x^2 - x = 0$

$x(4x - 1) = 0$

$x = 0$ або $4x - 1 = 0$

$x = 0$ або $x = \frac{1}{4}$

2) $7x^2 + 28x = 0$

$7x(x + 4) = 0$

$7x = 0$ або $x + 4 = 0$

$x = 0$ або $x = -4$

3) $\frac{1}{9}x^2 + x = 0$

$x^2 + 9x = 0$

$x(x + 9) = 0$

$x = 0$ або $x + 9 = 0$

$x = 0$ або $x = -9$

4) $\frac{2}{11}x^2 - \frac{3}{11}x = 0$

$x(\frac{2}{11}x - \frac{3}{11}) = 0$

$x = 0$ або $\frac{2}{11}x - \frac{3}{11} = 0$

$x = 0$ або $\frac{2}{11}x = \frac{3}{11}$

$x = 0$ або $x = \frac{3}{11} : \frac{2}{11}$

$x = 0$ або $x = 1{,}5$

575. Розв'яжіть рівняння:

1) $12x^2 + x = 0$

$x(12x + 1) = 0$

$x = 0$ або $12x + 1 = 0$

$x = 0$ або $x = -\frac{1}{12}$

2) $0{,}2x^2 - 2x = 0$

$x(0{,}2x - 2) = 0$

$x = 0$ або $0{,}2x - 2 = 0$

$x = 0$ або $x = 10$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

3) $\frac{1}{14}x^2 - x = 0$

$x(\frac{1}{14}x - 1) = 0$

$x = 0$ або $\frac{1}{14}x - 1 = 0$

$x = 0$ або $\frac{1}{14}x = 1$

$x = 0$ або $x = 14$

4) $1\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x = 0$

$x(1\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}) = 0$

$x = 0$ або $1\frac{1}{3}x + \frac{2}{3} = 0$

$x = 0$ або $\frac{4}{3}x = -\frac{2}{3}$

$x = 0$ або $x = -\frac{1}{2}$

576. Розв'яжіть рівняння:

1) $x(3x + 2) - 5(3x + 2) = 0$

$(3x + 2)(x - 5) = 0$

$3x + 2 = 0$ або $x - 5 = 0$

$3x = -2$ або $x = 5$

$x = -\frac{2}{3}$ або $x = 5$

2) $2x(x - 2) - 5(2 - x) = 0$

$2x(x - 2) + 5(x - 2) = 0$

$(x - 2)(2x + 5) = 0$

$x - 2 = 0$ або $2x + 5 = 0$

$x = 2$ або $x = -2{,}5$

577. Розв'яжіть рівняння:

1) $x(4x + 5) - 7(4x + 5) = 0$

$(4x + 5)(x - 7) = 0$

$4x + 5 = 0$ або $x - 7 = 0$

$4x = -5$ або $x = 7$

$x = -1\frac{1}{4}$ або $x = 7$

2) $7(x - 3) - 2x(3 - x) = 0$

$7(x - 3) + 2x(x - 3) = 0$

$(x - 3)(7 + 2x) = 0$

$x - 3 = 0$ або $7 + 2x = 0$

$x = 3$ або $x = -3{,}5$

578. Доведіть, що значення виразу:

1) $17^3 + 17^2$ кратне числу 18;

$17^3 + 17^2 = 17^2(17 + 1) = 17^2 \cdot 18$ — кратне 18;

2) $9^{14} - 81^6$ кратне числу 80.

$9^{14} - 81^6 = 9^{14} - (9^2)^6 = 9^{14} - 9^{12} = 9^{12}(9^2 - 1) = 9^{12} \cdot 80$ — кратне 80.

579. Доведіть, що значення виразу:

1) $39^9 - 39^8$ ділиться на 38;

$39^9 - 39^8 = 39(39 - 1) = 39 \cdot 38$ — кратне 38;

2) $49^5 - 7^8$ ділиться на 48.

$49^5 - 7^8 = (7^2)^5 - 7^8 = 7^{10} - 7^8 = 7^8(7^2 - 1) = 7^8 \cdot 48$ — кратне 48.

580. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $(5m - 10)^2 = (5(m - 2))^2 = 5^2(m - 2)^2 = 25(m - 2)^2$;

2) $(18a + 27b)^2 = (9(2a + 3b))^2 = 9^2(2a + 3b)^2 = 81(2a + 3b)^2$.

581. Знайдіть корені рівняння:

1) $x(x - 3) = 7x - 21$

$x(x - 3) - 7(x - 3) = 0$

$(x - 3)(x - 7) = 0$

$x - 3 = 0$ або $x - 7 = 0$

$x = 3$ або $x = 7$

2) $2x(x - 5) = 20 - 4x$

$2x(x - 5) + 4(x - 5) = 0$

$(x - 5)(2x + 4) = 0$

$x - 5 = 0$ або $2x + 4 = 0$

$x = 5$ або $x = -2$

582. Розв'яжіть рівняння:

1) $x(x - 2) = 4x - 8$

$x(x - 2) - 4(x - 2) = 0$

$(x - 2)(x - 4) = 0$

$x - 2 = 0$ або $x - 4 = 0$

$x = 2$ або $x = 4$

2) $3x(x - 4) = 28 - 7x$

$3x(x - 4) - 28 + 7x = 0$

$3x(x - 4) + 7(x - 4) = 0$

$(3x + 7)(x - 4) = 0$

$3x + 7 = 0$ або $x - 4 = 0$

$x = -2\frac{1}{3}$ або $x = 4$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

583. Доведіть, що число:
1) $10^4 + 5^3$ ділиться на 9;
$10^4 + 5^3 = (5 \cdot 2)^4 + 5^3 = 5^4 2^4 + 5^3 = 5^3(5 \cdot 2^4 + 1) = 5^3 \cdot 81$ — кратне 9;
2) $4^{15} - 4^{14} + 4^{13}$ ділиться на 13;
$4^{15} - 4^{14} + 4^{13} = 4^{13}(4^2 - 4 + 1) = 4^{13} \cdot 13$ — кратне 13;
3) $27^3 - 3^7 + 9^3$ ділиться на 25;
$27^3 - 3^7 + 9^3 = (3^3)^3 - 3^7 + (3^2)^3 = 3^9 - 3^7 + 3^6 = 3^6(3^3 - 3 + 1) = 3^6 \cdot 25$ — кратне 25;
4) $21^3 + 14^3 - 7^3$ ділиться на 34.
$21^3 + 14^3 - 7^3 = (7 \cdot 3)^3 + (7 \cdot 2)^3 - 7^3 = 7^3 \cdot 3^3 + 7^3 \cdot 2^3 - 7^3 = 7^3(3^3 + 2^3 - 1) = 7^3 \cdot 34$ — кратне 34.

584. Спростіть вираз і знайдіть його значення:
1) $-3x^2 + 7x^2 - 4x^2 + 3x^2 = 3x^2$. Якщо $x = 0{,}1$, то $3x^2 = 3 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}03$;
2) $8m + 5n - 7m + 15n = m + 20n$. Якщо $m = 7$, $n = -1$, то $m + 20n = 7 + 20 \cdot (-1) = -13$.

585. Запишіть замість зірочок такі коефіцієнти одночленів, щоб рівність перетворилася на тотожність:
1) $2m^2 - 4mn + n^2 + (m^2 - 5mn - 6n^2) = 3m^2 - 9mn - 5n^2$;
2) $7x^2 - 10y^2 - xy - (8x^2 - 2xy - 13y^2) = -x^2 + 3y^2 + xy$.

586. Довжина прямокутника втричі більша за його ширину. Якщо довжину прямокутника зменшити на 5 см, то його площа зменшиться на 40 см^2. Знайдіть довжину і ширину прямокутника.
Нехай ширина прямокутника дорівнює x см, тоді довжина — 3см.
Складемо рівняння:
$x(3x - 5) + 40 = 3x \cdot x$
$3x^2 - 5x + 40 = 3x^2$
$3x^2 - 5x - 3x^2 = -40$
$-5x = -40$
$x = 8$
Початкова довжина прямокутника дорівнює $3 \cdot 8 = 24$ (см).
Відповідь: 8 см; 24 см.

587. Ширина проїзної частини 16 м. Швидкість руху Марічки 1,5 м/с. Чи встигне вона перейти пішохідний перехід на зелений сигнал світлофора, який триває 25 с? Чи встигне Марічка перевести через проїзну частину бабусю, швидкість якої 0,8 м/с?
1) 16 : 1,5 = 10,666 (с) – потрібно часу Марічці, щоб перейти перехід;
2) 16 : 0,8 = 20 (с) – потрібно часу Марічці, щоб перевести бабусю.
Відповідь: Марічка встигне перейти сама і перевести бабусю.

588. Відомо, що $a < b < c$. Чи можуть одночасно виконуватися нерівності $|a| > |c|$ і $|b| < c$?
Можуть одночасно виконуватись, наприклад: $a = -2$, $b = 0$, $c = 1$.
Тоді $-2 < 0 < 1$ і $|-2| > |0|$; $|0| < |1|$.

§ 14. Множення многочлена на многочлен

589. *(Усно.)* Знайдіть добуток:
1) $(x + y)(a + t) = xa + xt + ya + yt$;
2) $(a - 2)(b + 1) = ab + a - 2b - 2$;
3) $(7 - p)(b - c) = 7b - 7c - pb + pc$;
4) $(1 - m)(2 - d) = 2 - d - 2m + md$.

590. Виконайте множення:
1) $(a - b)(x + m) = ax + am - bx - bm$;
2) $(c + n)(a + y) = ca + cy + na + ny$;
3) $(p - t)(c - y) = pc - py - tc + ty$;
4) $(a + 3)(b - 2) = ab - 2a + 3b - 6$.

591. Перемножте дужки:
1) $(c - 7)(x + 1) = cx + c - 7x - 7$;
2) $(a + b)(p + y) = ap + ay + bp + by$;
3) $(b + 2)(y - 4) = by - 4b + 2y - 8$;
4) $(c - b)(a - x) = ca - cx - ba + bx$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

592. Спростіть вираз:

1) $(a + 3)(a + 2) = a^2 + 2a + 3a + 6 = a^2 + 5a + 6$;

2) $(y - 2)(y + 4) = y^2 + 4y - 2y - 8 = y^2 + 2y - 8$;

3) $(2 - p)(p + 1) = 2p + 2 - p^2 - p = -p^2 + p + 2$;

4) $(b - 5)(2b + 1) = 2b^2 + b - 10b - 5 = 2b^2 - 9b - 5$;

5) $(3a - 4)(2a + 1) = 6a^2 + 3a - 8a - 4 = 6a^2 - 5a - 4$;

6) $(5y - 3)(1 - 2y) = 5y - 10y^2 - 3 + 6y = -10y^2 + 11y - 3$.

593. Спростіть вираз:

1) $(y + 2)(y - 3) = y^2 - 3y + 2y - 6 = y^2 - y - 6$;

2) $(a - 3)(a - 2) = a^2 - 2a - 3a + 6 = a^2 - 5a + 6$;

3) $(4 - p)(p + 3) = 4p + 12 - p^2 - 3p = -p^2 + p + 12$;

4) $(5a - 2)(a + 3) = 5a^2 + 15a - 2a - 6 = 5a^2 + 13a - 6$;

5) $(4b - 3)(2b - 1) = 8b^2 - 4b - 6b + 3 = 8b^2 - 10b + 3$;

6) $(7m - 2)(1 + 2m) = 7m + 14m^2 - 2 - 4m = 14m^2 + 3m - 2$.

594. Подайте вираз у вигляді многочлена стандартного вигляду:

1) $(2 + 4x)(2y - 1) = 4y - 2 + 8xy - 4x$;

2) $(x^2 + a)(x - a^2) = x^3 - a^2x^2 + ax - a^3$;

3) $(4p - 2m)(3p + 5m) = 12p^2 + 20mp - 6mp - 10m^2 = 12p^2 + 14mp - 10m^2$;

4) $(2x^2 - 1)(3x + 1) = 6x^3 + 2x^2 - 3x - 1$;

5) $(7x^2 - 4x)(3x - 2) = 21x^3 - 14x^2 - 12x^2 + 8x = 21x^3 - 26x^2 + 8x$;

6) $(b - 2)(3b^3 - 4b^2) = 3b^4 - 4b^3 - 6b^3 + 8b^2 = 3b^4 - 10b^3 + 8b^2$;

7) $(m^2 - 2m)(3m - 7m^2) = 3m^3 - 7m^4 - 6m^2 + 14m^3 = -7m^4 + 17m^3 - 6m^2$;

8) $(n^3 - 2n^2)(n + 7) = n^4 + 7n^3 - 2n^3 - 14n^2 = n^4 + 5n^3 - 14n^2$.

595. Спростіть вираз:

1) $(3m^2 - p)(m^2 + p) = 3m^4 + 3m^2p - m^2p - p^2 = 3m^4 + 2m^2p - p^2$;

2) $(5a^2 + b)(b^2 - 4a^2) = 5a^2b^2 - 20a^4 + b^3 - 4a^2b$;

3) $(12a^2 - 3)(5a - 7a^2) = 60a^3 - 84a^4 - 15a + 21a^2$;

4) $(2a^3 - 3a^2)(a + 5) = 2a^4 + 10a^3 - 3a^3 - 15a^2 = 2a^4 + 7a^3 - 15a^2$.

596. Виконайте множення:

1) $(m - n)(a + b - 1) = ma + mb - m - na - nb + n$;

2) $(3 - a)(p + 5 - m) = 3p + 15 - 3m - ap - 5a + am$;

3) $(a + x - 3)(n + 2) = an + 2a + xn + 2x - 3n - 6$;

4) $(c - d - 7)(x + y) = cx - cy - dx - dy - 7x - 7y$.

597. Перетворіть вираз на многочлен:

1) $(a + b)(m - 2 + p) = am - 2a + ap + bm - 2b + bp$;

2) $(5 - x)(m - n - p) = 5m - 5n - 5p - xm + xn + xp$;

3) $(x + y - 2)(a - m) = xa - xm + ya - ym - 2a + 2m$;

4) $(p + q + 3)(-a - x) = -pa - px - qa - qx - 3a - 3x$.

598. Виконайте дії:

1) $(2x + 7)(2x - 4) + 28 = 4x^2 - 8x + 14x - 28 + 28 = 4x^2 + 6x$;

2) $5m^2 + (3 - 5m)(m + 2) = 5m^2 + 3m + 6 - 5m^2 - 10m = -7m + 6$;

3) $(a + 7)(a - 2) - a(a + 5) = a^2 - 2a + 7a - 14 - a^2 - 5a = -14$;

4) $(2b + 1)(3b - 1) - (6b^2 - 1) = 6b^2 - 2b + 3b - 1 - 6b^2 + 1 = b$.

599. Спростіть вираз:

1) $(2p - 1)(3p + 5) - 6p^2 = 6p^2 + 10p - 3p - 5 - 6p^2 = 7p - 5$;

2) $12 + (3m - 2)(5m + 6) = 12 + 15m^2 + 18m - 10m - 12 = 15m^2 + 8m$;

3) $(m + 3)(m - 5) - m(m - 2) = m^2 - 5m + 3m - 15 - m^2 + 2m = -15$;

4) $(3a - 2)(4a + 1) - (12a^2 - 2) = 12a^2 + 3a - 8a - 2 - 12a^2 + 2 = -5a$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

600. Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду і знайдіть його значення:

1) $(2a - 3)(3a + 5) - 6a^2$, якщо $a = 13{,}5$;

$(2a - 3)(3a + 5) - 6a^2 = 6a^2 + 10a - 9a - 15 - 6a^2 = a - 15 = 13{,}5 - 15 = -1{,}5$;

2) $(5x - 1)(1 - 2x) - 7x$, якщо $x = -2$.

$(5x - 1)(1 - 2x) - 7x = 5x - 10x^2 - 1 + 2x - 7x = -10x^2 - 1 = -10 \cdot (-2)^2 - 1 = -41$.

601. Спростіть вираз і обчисліть його значення:

1) $(7x + 3)(2x - 1) - 14x^2$, якщо $x = -8$;

$(7x + 3)(2x - 1) - 14x^2 = 14x^2 - 7x + 6x - 3 - 14x^2 = -x - 3 = -(-8) - 3 = 5$;

2) $(2a + 4)(1 - 3a) + 10a$, якщо $a = -1$.

$(2a + 4)(1 - 3a) + 10a = 2a - 6a^2 + 4 - 12a + 10a = -6a^2 + 4 = -6 \cdot (-1)^2 + 4 = -6 + 4 = -2$.

602. Виконайте дії:

1) $x(x - 5) + (x + 4)(x + 2) = x^2 - 5x + x^2 + 2x + 4x + 8 = 2x^2 + x + 8$.

2) $(m + 3)(m - 4) - m(m - 1) + 5 = m^2 - 4m + 3m - 12 - m^2 + m + 5 = -7$;

3) $(a + 3) \cdot a - (a + 1) + (4 - a)(4 + a) = a^2 + 3a - a - 1 + 16 - a^2 = 2a + 15$;

4) $(y + 2)(y - 3) - 2y(1 - y) = y^2 - 3y + 2y - 6 - 2y + 2y^2 = 3y^2 - 3y - 6$.

603. Спростіть вираз:

1) $(5x - 1)(4x + 7) - 4x(5x - 8) = 20x^2 + 35x - 4x - 7 - 20x^2 + 32x = 33x - 7$;

2) $(a + 3)(a - 2) - a(a + 9) + 6 = a^2 - 2a + 3a - 6 - a^2 - 9a + 6 = -8a$;

3) $2x(3x - 1) + (x - 9)(5x - 6) = 6x^2 - 2x + 5x^2 - 6x - 45x + 54 = 11x^2 - 53x + 54$;

4) $(2x + 3)(5x - 4) - 2x(x - 3) - 13(x - 1) = 10x^2 - 8x + 15x - 12 - 2x^2 + 6x - 13x + 13 =$
$= 8x^2 + 1$.

604. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x - 1)(x + 2) - x^2 = -8$;

$x^2 + 2x - x - 2 - x^2 = -8$;

$2x - x = -8 + 2$;

$x = -6$.

Відповідь: -6.

2) $(3x + 1)(5 - 2x) + 6x^2 = 5$;

$15x - 6x^2 + 5 - 2x + 6x^2 = 5$;

$13x = 5 - 5$;

$13x \neq 0$;

$x = 0$.

Відповідь: 0.

605. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x + 3)(2x - 1) - 2x^2 = 7$;

$2x^2 - x + 6x - 3 - 2x^2 = 7$;

$5x = 10$;

$x = 10 : 5$;

$x = 2$.

Відповідь: 2.

2) $10x^2 + (5x - 1)(4 - 2x) = -4$;

$10x^2 + 20x - 10x^2 - 4 + 2x = -4$;

$22x = 0$;

$x = 0$.

Відповідь: 0.

606. Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:

1) $(a^2 + ab - b^2)(a - b) = a^3 - a^2b + a^2b - ab^2 - ab^2 + b^3 = a^3 - 2ab^2 + b^3$;

2) $(x^2 - xy - y^2)(x + y) = x^3 + x^2y - x^2y - xy^2 - xy^2 - y^3 = x^3 - 2xy^2 - y^3$;

3) $(m - n)(-m^2 - 3mn + n^2) = -m^3 - 3m^2n + mn^2 + m^2n + 3mn^2 - n^3 =$
$= -m^3 + 2m^2n + 4mn^2 - n^3$;

4) $(p - 2)(p^2 + 3p - 4) = p^3 + 3p^2 - 4p - 2p^2 - 6p + 8 = p^3 + p^2 - 10p + 8$;

5) $(9 - 4m - m^2)(m - 2) = 9m - 18 - 4m^2 + 8m - m^3 + 2m^2 = -m^3 - 2m^2 + 17m - 18$;

6) $(y^2 - 3y - 7)(4y - 2) = 4y^3 - 2y^2 - 12y^2 + 6y - 28y + 14 = 4y^3 - 14y^2 - 22y + 14$.

607. Виконайте множення та спростіть одержаний вираз:

1) $(a + b)(-a^2 + ab - b^2) = -a^3 + a^2b - ab^2 - a^2b + ab^2 - b^3 = -a^3 - b^3$;

2) $(x - y)(-x^2 - xy + y^2) = -x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y + xy^2 - y^3 = -x^3 + 2xy^2 - y^3$.

3) $(7a^2 + a - 1)(a + 1) = 7a^3 + 7a^2 + a^2 + a - a - 1 = 7a^3 + 8a^2 - 1$;

4) $(2m^2 - 3m - 2)(m + 5) = 2m^3 + 10m^2 - 3m^2 - 15m - 2m - 10 = 2m^3 + 7m^2 - 17m - 10$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

608. Перетворіть на многочлен стандартного вигляду:

1) $(3m + 2n)(9m^2 - 6mn + 4n^2) = 27m^3 - 18m^2n + 12mn^2 + 18m^2n - 12mn^2 + 8n^3 =$
$= 27m^3 + 8n^3$;

2) $(4x^2 + 10xy + 25y^2)(2x - 5y) = 8x^3 - 20x^2y + 20x^2y - 50xy^2 + 50xy^2 - 125y^3 = 8x^3 - 125y^3$;

3) $(-x^2 + 3xa - a^2)(x + 2a) = -x^3 - 2ax^2 + 3ax^2 + 6a^2x - a^2x - 2a^3 = -x^3 + ax^2 + 5a^2x - 2a^3$;

4) $(3m - x)(5mx - m^2 + x^2) = 15m^2x - 3m^3 + 3mx^2 - 5mx^2 + m^2x - x^3 =$
$= -3m^3 + 16m^2x - 2mx^2 - x^3$.

609. Подайте добуток у вигляді многочлена:

1) $(3x - y)(9x^2 + 3xy + y^2) = 27x^3 + 9x^2y + 3xy^2 - 9x^2y - 3xy^2 - y^3 = 27x^3 - y^3$;

2) $(9a^2 - 2ab - b^2)(3a + 2b) = 27a^3 + 18a^2b - 6a^2b - 4ab^2 - 3ab^2 - 2b^3 =$
$= 27a^3 + 12a^2b - 7ab^2 - 2b^3$.

610. Виконайте дії:

1) $9m^2 - (3m - 2)(3m + 7) = 9m^2 - (9m^2 + 21m - 6m - 14) =$
$= 9m^2 - 9m^2 - 21m + 6m + 14 = -15m + 14$;

2) $18y - (3y + 1)(6y + 4) = 18y - (18y^2 + 12y + 6y + 4) = 18y - 18y^2 - 18y - 4 = -18y^2 - 4$;

3) $(a + 4)a - (a + 2)(a - 2) = a^2 + 4a - a^2 + 4 = 4a + 4$;

4) $(b + 7)(b + 1) - (b + 8)(b - 1) = b^2 + b + 7b + 7 - (b^2 - b + 8b - 8) =$
$= b^2 + 8b + 7 - b^2 - 7b + 8 = b + 15$.

611. Спростіть вираз:

1) $8x - (x + 5)(x + 3) = 8x - (x^2 + 3x + 5x + 15) = 8x - x^2 - 8x - 15 = -x^2 - 15$;

2) $a(a + 8) - (a + 2)(a - 5) = a^2 + 8a - (a^2 - 5a + 2a - 10) = a^2 + 8a - a^2 + 3a + 10 = 11a + 10$;

3) $12x^2 + 5 - (4x + 7)(3x - 1) = 12x^2 + 5 - (12x^2 - 4x + 21x - 7) =$
$= 12x^2 + 5 - 12x^2 + 4x - 21x + 7 = -17x + 12$;

4) $(x + 1)(x - 5) - (x + 3)(x - 7) = x^2 - 5x + x - 5 - (x^2 - 7x + 3x - 21) =$
$= x^2 - 4x - 5 - x^2 + 4x + 21 = 16$.

612. Перетворіть на многочлен стандартного вигляду:

1) $a^2(a - 2)(a + 5) = a^2(a^2 + 5a - 2a - 10) = a^4 + 5a^3 - 2a^3 - 10a^2 = a^4 + 3a^3 - 10a^2$;

2) $-5m^2(m - 1)(2 - m) = -5m^2(2m - m^2 - 2 + m) = -15m^3 + 5m^4 + 10m^2$;

3) $-4x^3(2x - 3)(x - x^2) = -4x^3(2x^2 - 2x^3 - 3x + 3x^2) = -20x^5 + 8x^6 + 12x^4$;

4) $0{,}2b^2(5b + 10)(b^2 - 2) = 0{,}2b^2(5b^3 - 10b + 10b^2 - 20) = b^5 - 2b^3 + 2b^4 - 4b^2$.

613. Розкрийте дужки і спростіть одержаний вираз:

1) $m^2(m - 4)(m + 2) = m^2(m^2 + 2m - 4m - 8) = m^4 - 2m^3 - 8m^2$;

2) $-a^2(2a - 3)(3a + 7) = -a^2(6a^2 + 14a - 9a - 21) = -6a^4 - 5a^3 + 21a^2$;

3) $-5b^3(2b + b^2)(b - 1) = -5b^3(b^2 + 2b)(b - 1) = -5b^3(b^3 - b^2 + 2b^2 - 2b) = -5b^6 - 5b^5 + 10b^4$;

4) $0{,}5x^2(2x - 6)(x^2 + x) = 0{,}5x^2(2x^3 + 2x^2 - 6x^2 - 6x) = 0{,}5x^2(2x^3 - 4x^2 - 6x) = x^5 - 2x^4 - 3x^3$.

614. Доведіть тотожність:

1) $(m - 3)(m + 7) - 10 = (m + 8)(m - 4) + 1$;

$(m - 3)(m + 7) - 10 = (m^2 + 7m - 3m - 21) - 10 = m^2 + 4m - 21 - 10 = m^2 + 4m - 31$

$(m + 8)(m - 4) + 1 = (m^2 - 4m + 8m - 32) + 1 = m^2 + 4m - 32 + 1 = m^2 + 4m - 31$

2) $(2x - 1)(3x + 5) + 9x = (3x - 1)(2x + 5) + 3x$.

$(2x - 1)(3x + 5) + 9x = (6x^2 + 10x - 3x - 5) + 9x = 6x^2 + 7x - 5 + 9x = 6x^2 + 16x - 5$

$(3x - 1)(2x + 5) + 3x = (6x^2 + 15x - 2x - 5) + 3x = 6x^2 + 13x - 5 + 3x = 6x^2 + 16x - 5$

615. Доведіть, що для кожного значення змінної a:

1) значення виразу $(a - 8)(a + 3) - (a - 7)(a + 2)$ дорівнює -10;

$(a - 8)(a + 3) - (a - 7)(a + 2) = (a^2 + 3a - 8a - 24) - (a^2 + 2a - 7a - 14) =$
$= (a^2 - 5a - 24) - (a^2 - 5a - 14) = a^2 - 5a - 24 - a^2 + 5a + 14 = -10$.

2) значення виразу $(a^2 - 2)(a^2 + 5) - (a^2 - 4)(a^2 + 4) - 3a^2$ дорівнює 6.

$(a^2 - 2)(a^2 + 5) - (a^2 - 4)(a^2 + 4) - 3a^2 = (a^4 + 5a^2 - 2a^2 - 10) - (a^4 - 16) - 3a^2 =$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$= (a^4 + 3a^2 - 10) - (a^4 - 16) - 3a^2 = a^4 + 3a^2 - 10 - a^4 + 16 - 3a^2 = 6.$

616. Доведіть, що значення виразу не залежить від значення змінної:

1) $(m - 7)(m + 1) - (m + 2)(m - 8) = m^2 + m - 7m - 7 - m^2 + 8m - 2m + 16 = 9;$

2) $a^2(a^2 - 1) - (a^2 - 2)(a^2 + 3) + 2a^2 = a^4 - a^2 - a^4 - 3a^2 + 2a^2 + 6 + 2a^2 = 6.$

617. Доведіть, що для будь-якого значення змінної a значення виразу $(a + 7)(a - 3) - 4(a - 8)$ є додатним числом.

$(a + 7)(a - 3) - 4(a - 8) = a^2 - 3a + 7a - 21 - 4a + 32 = a^2 + 11$ – додатне число.

618. Запишіть вираз у вигляді многочлена:

1) $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2;$

2) $(p + 2a)^2 = p^2 + 4ap + 4a^2;$

3) $(4x - 3y)^2 = 16x^2 - 24xy + 9y^2;$

4) $(7a + 2b)^2 = 49a^2 + 28ab + 4b^2.$

619. Перетворіть вираз на многочлен:

1) $(2a - 3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2;$

2) $(4x + 5y)^2 = 16x^2 + 40xy + 25y^2.$

620. Спростіть вираз і обчисліть його значення:

1) $(2x^2 - x)(3x^2 + x) - (x^2 + x)(6x^2 - 2x)$, якщо $x = -2;$

$(2x^2 - x)(3x^2 + x) - (x^2 + x)(6x^2 - 2x) = 6x^4 + 2x^3 - 3x^3 - x^2 - 6x^4 + 2x^3 - 6x^2 + 2x^2 =$

$= -5x^3 + x^2 = -5 \cdot (-2)^3 + (-2)^2 = 40 + 4 = 44.$

2) $(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2) - 8b^3$, якщо $a = 3$, $b = -2015.$

$(a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2) - 8b^3 = a^3 - 2a^2b + 4ab^2 + 2a^2b - 4ab^2 + 8b^3 - 8b^3 = a^3 = 3^3 = 27.$

621. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $(x - 9)(x + 9) - (x - 3)(x + 27)$, якщо $x = 1\frac{1}{8};$

$(x - 9)(x + 9) - (x - 3)(x + 27) = x^2 - 81 - x^2 - 27x + 3x + 81 = -24x = -24 \cdot 1\frac{1}{8} =$

$= -24 \cdot \frac{9}{8} = -27.$

2) $8a^3 - (2a - 3b)(4a^2 + 6ab + 9b^2)$, якщо $a = -\frac{7}{8}$, $b = \frac{1}{3}.$

$8a^3 - (2a - 3b)(4a^2 + 6ab + 9b^2) = 8a^3 - (8a^3 + 12a^2b + 18ab^2 - 12a^2b - 18ab^2 - 27b^3) =$

$= 8a^3 - 8a^3 + 27b^3 = 27b^3 = 27 \cdot (\frac{1}{3})^3 = 27 \cdot \frac{1}{27} = 1.$

622. Знайдіть корені рівняння:

1) $4x - (x + 2)(x - 3) = (5 - x)(x + 3);$

$4x - (x^2 - 3x + 2x - 6) = 5x + 15 - x^2 - 3x;$

$4x - x^2 + x + 6 = 5x + 15 - x^2 - 3x;$

$5x - 2x = 15 - 6;$

$3x = 9;$

$x = 3.$

Відповідь: 3.

2) $2x(x + 1) - (x + 2)(x - 3) = x^2 + 7;$

$2x^2 + 2x - (x^2 - 3x + 2x - 6) = x^2 + 7;$

$2x^2 + 2x - x^2 + x + 6 = x^2 + 7;$

$3x = 7 - 6;$

$3x = 1;$

$x = \frac{1}{3}.$

Відповідь: $\frac{1}{3}.$

623. Розв'яжіть рівняння:

1) $x(2x - 5) - x^2 = 2 - (x - 1)(2 - x);$

$2x^2 - 5x - x^2 = 2 - (2x - x^2 - 2 + x);$

$x^2 - 5x = 2 - 2x + x^2 + 2 - x;$

$-5x + 2x + x = 2 + 2;$

$-2x = 4;$

$x = -2.$

Відповідь: $-2.$

2) $2x^2 - (x + 1)(x + 19) = (x + 3)(x - 2) + 8;$

$2x^2 - (x^2 + 19x + x + 19) = (x^2 - 2x + 3x - 6) + 8;$

$2x^2 - x^2 - 20x - 19 = x^2 + x - 6 + 8;$

$-20x - x = 19 - 6 + 8;$

$-21x = 21;$

$x = -1.$

Відповідь: $-1.$

624. Замість «зірочки» запишіть такі одночлени, щоб рівність стала тотожністю:

1) $(x - 1)(* + 3) = x^2 + * - * \Rightarrow (x - 1)(x + 3) = x^2 + 3x - x - 3 = x^2 + 2x - 3;$

2) $(y + 2)(y - *) = * + y - * \Rightarrow (y + 2)(y - 1) = y^2 + 2y - y - 2 = y^2 + y - 2.$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

625. Доведіть, що для будь-якого натурального значення n значення виразу:
1) $(n + 2)(n + 3) - n(n - 1)$ є кратним числу 6;
$(n + 2)(n + 3) - n(n - 1) = n^2 + 3n + 2n + 6 - n^2 + n = 6n + 6 = 6(n + 1)$ — кратно 6;
2) $(n - 5)(n + 8) + (n + 1)(2n - 5) + 46$ при діленні на 3 дає в остачі 1.
$(n - 5)(n + 8) + (n + 1)(2n - 5) + 46 = n^2 + 8n - 5n - 40 + 2n^2 - 5n - 5 + 2n + 46 = 3n^2 + 1$ — при діленні на 3 дає в остачі 1.

626. Знайдіть три послідовних натуральних числа, якщо квадрат меншого з них на 44 менший від добутку двох інших.
n; n + 1; n + 2 — три послідовних числа;
$n^2 + 44 = (n + 1)(n + 2)$;
$n^2 + 44 = n^2 + 2n + n + 2$;
$3n = 42$; $n = 14$.
Відповідь: 14, 15, 16.

627. Дано два добутки $27 \cdot 18$ і $12 \cdot 42$. На яке одне й те саме число потрібно зменшити кожен із чотирьох множників, щоб значення нових добутків стали між собою рівними?
$(27 - 2) \cdot (18 - 2) = (12 - 2) \cdot (42 - 2)$;
$400 = 400$, необхідно зменшити на 2.

628. Дано два добутки $22 \cdot 15$ і $27 \cdot 12$. На яке одне й те саме число потрібно збільшити кожен із чотирьох множників, щоб значення нових добутків стали між собою рівними?
$(22 + 3) \cdot (15 + 3) = (27 + 3) \cdot (12 + 3)$;
$450 = 450$, необхідно збільшити на 3.

629. Виконайте множення:
1) $(a^2 - 2a + 1)(a^2 + 3a - 7) = a^4 + 3a^3 - 7a^2 - 2a^3 - 6a^2 + 14a + a^2 + 3a - 7 =$
$= a^4 + a^3 - 12a^2 + 17a - 7$;
2) $(7 - 2b + 3b^2)(2b^2 - 2b - 1) = 14b^2 - 14b - 7 - 4b^3 + 4b^2 + 2b + 6b^4 - 6b^3 - 3b^2 =$
$= 6b^4 - 10b^3 + 15b^2 - 12b - 7$.

630. Виконайте множення:
1) $(x^2 - x - 1)(x^2 + 3x + 5) = x^4 + 3x^3 + 5x^2 - x^3 - 3x^2 - 5x - x^2 - 3x - 5 =$
$= x^4 + 2x^3 + x^2 - 8x - 5$.
2) $(7 - a - 2a^2)(a^2 + 3a - 1) = 7a^2 + 21a - 7 - a^3 - 3a^2 + a - 2a^4 - 6a^3 + 2a^2 =$
$= -2a^4 - 7a^3 + 6a^2 + 22a - 7$.

631. Знайдіть чотири послідовних цілих числа, якщо добуток двох більших з них на 78 більший за добуток двох менших.
n; n + 1; n + 2; n + 3 — послідовні цілі числа;
$(n + 2)(n + 3) - 78 = n(n + 1)$;
$n^2 + 3n + 2n + 6 - 78 = n^2 + n$;
$3n + 2n - n = -6 + 78$;
$4n = 72$;
$n = 18$.
Відповідь: 18; 19; 20; 21.

632. Знайдіть чотири послідовних натуральних числа, якщо добуток двох менших з них на 102 менший від добутку двох більших.
n; n + 1; n + 2; n + 3 — послідовні цілі числа;
$n(n + 1) + 102 = (n + 2)(n + 3)$;
$n^2 + n + 102 = n^2 + 3n + 2n + 6$;
$-4n = -96$;
$n = 24$.
Відповідь: 24; 25; 26; 27.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

633. Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:

1) $(a + 2)(a - 1)(a + 3) = (a^2 - a + 2a - 2)(a + 3) = (a^2 + a - 2)(a + 3) =$
$= a^3 + 3a^2 + a^2 + 3a - 2a - 6 = a^3 + 4a^2 + a - 6;$

2) $(a - 4)(a - 7)(a + 1) = (a^2 - 7a - 4a + 28)(a + 1) = (a^2 - 11a + 28)(a + 1) =$
$= a^3 + a^2 - 11a^2 - 11a + 28a + 28 = a^3 - 10a^2 + 17a + 28.$

634. Виконайте множення:

1) $(x + 1)(x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) = x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x + x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 = x^5 + 1;$

2) $(b - 1)(b^4 + b^3 + b^2 + b + 1) = b^5 + b^4 + b^3 + b^2 + b - b^4 - b^3 - b^2 - b - 1 = b^5 - 1.$

635. Периметр прямокутника дорівнює 60 см. Якщо його довжину збільшити на 1 см, а ширину зменшити на 3 см, то його площа зменшиться на 45 см^2. Знайдіть довжину і ширину цього прямокутника.

x — довжина прямокутника;
$(30 - x)$ — ширина прямокутника;
$x(30 - x)$ — площа прямокутника;
$(x + 1)$ — довжина прямокутника;
$30 - x - 3 = (27 - x)$ — ширина прямокутника;
$(x + 1)(27 - x)$ — площа прямокутника.
$x(30 - x) - 45 = (x + 1)(27 - x);$
$30x - x^2 - 45 = -x^2 + 27x + 27 - x;$
$30x - 26x = -x^2 + 27 + 45 + x^2;$
$4x = 72;$
$x = 18.$
18 см — довжина; 12 см — ширина.
Відповідь: 18 см; 12 см.

636. Швидкість автомобіля – 70 км/год, а мотоцикла – 50 км/год. Шлях від села до міста мотоцикл долає на 2 год довше, ніж автомобіль. Знайдіть відстань від села до міста.

x год — час, за який долає відстань автомобіль;
$(x + 2)$ год — час, за який долає відстань мотоцикл.
Рівняння:
$70x = 50(x + 2);$
$70x = 50x + 100;$
$20x = 100;$
$x = 5.$
Відстань від села до міста: $70 \cdot 5 = 350$ км.
Відповідь: 350 км.

637. Знайдіть додатнє число, яке після піднесення до квадрата:

1) збільшується в 4 рази;
Нехай шукане число дорівнює x. Складемо рівняння:
$x^2 = 4x;$
$x^2 - 4x = 0;$
$x(x - 4) = 0;$
$x = 0$ або $x - 4 = 0;$
$x = 0$ або $x = 4.$
Додатнє число — 4.
Відповідь: 4.

2) зменшується в 5 разів.
Нехай шукане число дорівнює a. Складемо рівняння:
$a^2 = \frac{a}{5};$
$5a^2 = a;$
$5a^2 - a = 0;$
$a(5a - 1) = 0;$
$a = 0$ або $5a - 1 = 0;$
$a = 0$ або $a = \frac{1}{5}.$
Додатнє число — $\frac{1}{5}$.
Відповідь: $\frac{1}{5}$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

638. У першій каністрі було втричі більше бензину, ніж у другій. Коли з першої каністри перелили 2 л у другу, то об'єм бензину другої каністри становив $\frac{5}{7}$ від об'єму першої. Скільки бензину було в кожній каністрі спочатку?

	Було, л	Стало, л
1 каністра	3x	(3x – 2)
2 каністра	x	(x + 0)

У першій каністрі 3x л, а в другій x л бензину.
Рівняння:
$x + 2 = \frac{5}{7}(3x - 2)$;
$7x + 14 = 15x - 10$;
$7x - 15x = -10 - 14$;
$-8x = -24$;
$x = 3$.
У другій каністрі 3 л, а в першій 9 л.
Відповідь: у 1-й – 9 л, у 2-й – 3 л.

639. Подайте вираз у вигляді різниці двох многочленів, один з яких містить змінну x, а другий її не містить:
1) $(5x^2 - 8b + a) - (b^2 - 5x + 1) - (2b - x^2 + 7x) = 5x^2 - 8b + a - b^2 + 5x - 1 - 2b + x^2 - 7x =$
$= (6x^2 - 2x) - (b^2 + 10b - a + 1)$.
2) $(8mx^2 + 7mn^2 - p) - (x^2 + mx^2 + 2p) - 17x = 8mx^2 + 7mn^2 - p - x^2 - mx^2 - 2p - 17x =$
$= (7mx^2 - x^2 - 17x) - (-7mn^2 + 3p)$.

640. Заробітна плата Тетяни пропорційна кількості відпрацьованих годин. За місяць вона відпрацювала 170 год і отримала 8500 грн. Скільки годин має відпрацювати Тетяна в наступному місяці, щоб отримати 9250 грн?
170 годин відповідають 8500 грн. Потрібно знайти кількість годин x, щоб отримати 9250 грн. Складемо пропорцію:
$\frac{170}{8500} = \frac{x}{9250} \Rightarrow x = \frac{170 \cdot 9250}{8500} = 185$
Відповідь: Тетяна має відпрацювати 185 год.

641. Обчисліть:
$2\frac{124}{125} \cdot 4\frac{2}{129} + 3\frac{1}{125} \cdot 5\frac{2}{129} - \frac{12}{129}$.
Нехай $\frac{1}{125} = a$; $\frac{2}{129} = b$; $2\frac{124}{125} = 3 - \frac{1}{125} = 3 - a$;
$4\frac{2}{129} = 4 + b$; $3\frac{3}{125} = 3 + a$; $5\frac{2}{129} = 5 + b$; $\frac{12}{129} = 6b$;
Отримаємо:
$(3 - a)(4 + b) + (3 + a)(5 + b) - 6b = 12 + 3b - 4a - ab + 15 + 3b + 5a + ab - 6b =$
$= a + 27 = \frac{1}{125} + 27 = 27\frac{1}{125}$.

§ 15. Розкладання многочлена на множники способом групування

642. У многочлені $ca - 2c + 5a - 10$ назвіть групу зі спільним множником a і групу зі спільним множником 2.
$ca - 2c + 5a - 10 = (ca + 5a) - (2c + 10) = a(c + 5) - 2(c + 5)$
$a(c + 5)$ – група зі спільним множником a; $2(c + 5)$ – група зі спільним множником 2.

643. Закінчіть розкладання многочлена на множники:
$xy + yt - 2x - 2t = (xy + 2x) + (yt - 2t) = x(y - 2) + t(y - 2) = (y - 2)(x + t)$.

644. Закінчіть розкладання многочлена на множники:
$ab - cd - ad + cb = (ab - ad) + (cb - cd) = a(b - d) + c(b - d) = (b - d)(a + c)$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

645. Подайте вираз у вигляді добутку многочленів:

1) $a(b + c) + 3b + 3c = a(b + c) + 3(b + c) = (b + c)(a + 3)$;

2) $p(x - y) + 7x - 7y = p(x - y) + 7(x - y) = (x - y)(p + 7)$;

3) $m(t - 5) + t - 5 = (t - 5)(m + 1)$;

4) $b(m - c) + c - m = (m - c)(b - 1)$.

646. Розкладіть на множники:

1) $c(x - y) + 3x - 3y = c(x - y) + 3(x - y) = (x - y)(c + 3)$;

2) $a(c + m) + 9c + 9m = a(c + m) + 9(c + m) = (c + m)(a + 9)$;

3) $x(c + 5) + c + 5 = (c + 5)(x + 1)$;

4) $y(p - 3) + 3 - p = y(p - 3) - (p - 3) = (p - 3)(y - 1)$.

647. Розкладіть многочлен на множники:

1) $ax + ay + 6x + 6y = a(x + y) + 6(x + y) = (x + y)(a + 6)$;

2) $5m - 5n + pm - pn = 5(m - n) + p(m - n) = (m - n)(5 + p)$;

3) $9p + mn + 9n + mp = 9(p + n) + m(p + n) = (p + n)(9 + m)$;

4) $ab + ac - b - c = a(b + c) - (b + c) = (b + c)(a - 1)$;

5) $1 - by - yb = (1 - y) + (b - by) = (1 - y) + b(1 - y) = (1 - y)(1 + b)$;

6) $ma + 2a - 2m - 4 = a(m + 2) - 2(m + 2) = (m + 2)(a - 2)$.

648. Подайте у вигляді добутку многочленів:

1) $ab + 5a + bm + 5m = a(b + 5) + m(b + 5) = (b + 5)(a + m)$;

2) $mp - b + bp - m = m(p - 1) + b(p - 1) = (p - 1)(m + b)$;

3) $am - b + m - ab = m(a + 1) - b(a + 1) = (a + 1)(m - b)$;

4) $cm - 3dm + cp - 3dp = m(c - 3d) + p(c - 3d) = (c - 3d)(m + p)$.

649. Запишіть вираз $ab - ac + 2b - 2c$ у вигляді добутку та знайдіть його значення, якщо $a = -1$; $b = 5{,}7$; $c = 6{,}7$.

$ab - ac + 2b - 2c = a(b - c) + 2(b - c) = (b - c)(a + 2) = (5{,}7 - 6{,}7) \cdot (-1 + 2) = -1 \cdot 1 = -1$.

650. Запишіть вираз $5x - 5y + xt - yt$ у вигляді добутку та знайдіть його значення, якщо $x = 7{,}2$; $y = 6{,}2$; $t = -4{,}5$.

$5x - 5y + xt - yt = 5(x - y) + t(x - y) = (x - y)(5 + t) = (7{,}2 - 6{,}2) \cdot (5 - 4{,}5) = 1 \cdot 0{,}5 = 0{,}5$.

651. Подайте вираз у вигляді добутку многочленів:

1) $a^3 + a^2 + a + 1 = a^2(a + 1) + (a + 1) = (a + 1)(a^2 + 1)$;

2) $b^5 - b^3 - b^2 + 1 = b^2(b^2 - 1) - (b^2 - 1) = (b^2 - 1)(b^2 - 1)$;

3) $c^4 + 3c^3 - c - 3 = c^3(c + 3) - (c + 3) = (c + 3)(c^3 - 1)$;

4) $a^6 - 5a^4 - 3a^2 + 15 = a^4(a^2 - 5) - 3(a^2 - 5) = (a^2 - 5)(a^4 - 3)$;

5) $m^2 - mn - 8m + 8n = (m^2 - mn) + (-8m + 8n) = m(m - n) - 8(m - n) = (m - n)(m - 8)$;

6) $ab - 9b + b^2 - 9a = (ab - 9a) + (b^2 - 9b) = a(b - 9) + b(b - 9) = (b - 9)(a + b)$;

7) $7t - ta + 7a - t^2 = (7t - t^2) + (7a - ta) = t(7 - t) + a(7 - t) = (7 - t)(t + a)$;

8) $xy - ty - y^2 + xt = xy + xt + (-ty - y^2) = x(y + t) - y(t + y) = (y + t)(x - y)$.

652. Розкладіть многочлен на множники:

1) $x^2 + bx - b^2y - bxy = (x^2 + bx) + (-b^2y - bxy) = x(x + b) - by(b + x) = (x + b)(x - by)$;

2) $a^2b + c^2 - abc - ac = (a^2b - abc) + (c^2 - ac) = ab(a - c) + c(c - a) = (a - c)(ab - c)$;

3) $7a^3m + 14a^2 - 6bm - 3am^2b = 7a^2(am + 2) - 3bm(2 + am) = (am + 2)(7a^2 - 3bm)$;

4) $21x + 8tm^3 - 24m^2 - 7xtm = (21x - 7xtm) + (8tm^2 - 24m^2) = 7x(3 - tm) + 8m^2(tm - 3) = (7x - 8m^2)(3 - tm)$.

653. Подайте многочлен у вигляді добутку:

1) $b^2 + xb - x^2y - xby = b^2 + xb + (-x^2y - xby) = b(b + x) - xy(x + b) = (b + x)(b - xy)$;

2) $m^2 + 7m - bm - 7b = m(m + 7) - b(m + 7) = (m + 7)(m - b)$;

3) $4a - ax + 4x - x^2 = a(4 - x) + x(4 - x) = (4 - x)(a + x)$;

4) $ma - mb - m^2 + ab = (ma - m^2) + (-mb + ab) = m(a - m) + b(a - m) = (a - m)(m + b)$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

654. Обчисліть значення виразу найзручнішим способом:

1) $157 \cdot 37 + 29 \cdot 157 + 143 \cdot 42 + 24 \cdot 143 = 157 \cdot (37 + 29) + 143 \cdot (42 + 24) =$
$= 157 \cdot 66 + 143 \cdot 66 = 66 \cdot (157 + 143) = 66 \cdot 300 = 19\,800;$

2) $9\frac{2}{3} \cdot 5\frac{1}{2} - 16 \cdot 4{,}5 + 10\frac{1}{3} \cdot 5\frac{1}{2} - 16 = 5\frac{1}{2} \cdot (9\frac{2}{3} + 10\frac{1}{3}) - 16 \cdot (4{,}5 + 1) = 5\frac{1}{2} \cdot 20 - 5{,}5 \cdot 16 =$
$= \frac{11}{2} \cdot 20 - 5{,}5 \cdot 16 = 5{,}5 \cdot 20 - 5{,}5 \cdot 16 = 5{,}5 \cdot (20 - 16) = 5{,}5 \cdot 4 = 22.$

655. Знайдіть значення виразу, попередньо розклавши вираз на множники:

1) $5m^2 - 5mn - 7m + 7n$, якщо $m = 1{,}4$; $n = -5{,}17$;
$5m^2 - 5mn - 7m + 7n = 5m(m - n) - 7(m - n) = (m - n)(5m - 7) =$
$= (1{,}4 + 5{,}17) \cdot (5 \cdot 1{,}4 - 7) = 0.$

2) $3a^3 - 2b^3 - 6a^2b^2 + ab$, якщо $a = \frac{1}{3}$; $b = \frac{2}{3}$.
$3a^3 - 2b^3 - 6a^2b^2 + ab = 3a^2(a - 2b^2) + b(a - 2b^2) = (a - 2b^2)(3a^2 + b) =$
$= (\frac{1}{3} - 2 \cdot \frac{4}{9}) \cdot (3 \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{3}) = (\frac{1}{3} - \frac{8}{9}) \cdot 1 = -\frac{5}{9}.$

656. Знайдіть значення виразу, попередньо розклавши вираз на множники:

1) $27x^3 + x^2 + 27x + 1$, якщо $x = -\frac{1}{27}$;
$27x^3 + x^2 + 27x + 1 = 27x(x^2 + 1) + (x^2 + 1) = (x^2 + 1)(27x + 1) =$
$= ((-\frac{1}{27})^2 + 1)(27 \cdot (-\frac{1}{27}) + 1) = 0.$

2) $5p + px^2 - p^2x - 5x$, якщо $p = 2{,}5$; $x = 2{,}4$.
$5p + px^2 - p^2x - 5x = 5(p - x) - px(p - x) = (p - x)(5 - px) =$
$= (2{,}5 - 2{,}4) \cdot (5 - 2{,}4 \cdot 2{,}5) = 0{,}1 \cdot (5 - 6) = 0{,}1 \cdot (-1) = -0{,}1.$

657. Запишіть вираз у вигляді добутку:

1) $45x^3y^4 - 9x^5y^3 - 15x^2y^2 + 3x^4y = (45x^3y^4 - 15x^2y^2) + (-9x^5y^3 + 3x^4y) =$
$= 15x^2y^2(3xy^2 - 1) - 3x^4y(3xy^2 - 1) = (3xy^2 - 1)(15x^2y^2 - 3x^4y) = 3x^2y(5y - x^2)(3xy^2 - 1).$

2) $2{,}1mn^2 - 2{,}8mp^2 - 2{,}7n^3 + 3{,}6np^2 = 0{,}7m(3n^2 - 4p^2) - 0{,}9n(3n^2 - 4p^2) =$
$= (3n^2 - 4p^2)(0{,}7m - 0{,}9n).$

658. Розкладіть на множники:

1) $8m^2c - 6m^2x - 16cx^3 + 12x^4 = 8x(m^2 - 2x^3) - 6x(m^2 - 2x^3) = (m^2 - 2x^3)(8c - 6x);$

2) $1{,}2xy^3 + 1{,}6x^3y^2 - 2x^7y - 1{,}5x^5y^2 = 0{,}3xy^2(4y - 5x^4) + 0{,}4x^3y(4y - 5x^4) =$
$= (4y - 5x^4)(0{,}3xy^2 + 0{,}4x^3y) = xy(4y - 5x^4)(0{,}3y + 0{,}4x^2).$

659. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 - 5x + 40 = 8x;$
$x^2 - 5x + 40 - 8x = 0;$
$x(x - 5) - 8(x - 5) = 0;$
$(x - 5)(x - 8) = 0;$
$x - 5 = 0$; $x = 5$ або
$x - 8 = 0$; $x = 8.$
Відповідь: 5; 8.

2) $5y^3 + 2y^2 + 5y + 2 = 0.$
$y^2(5y + 2) + (5y + 2) = 0;$
$(5y + 2)(y^2 + 1) = 0;$
$5y + 2 = 0$, $y^2 + 1 > 0;$
$5y = -2$; $y = -\frac{2}{5}.$
Відповідь: $-\frac{2}{5}.$

660. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 + 7x - 7 = x;$
$x^2 + 7x - 7 - x = 0;$
$x(x + 7) - (x - 1) = 0;$
$(x + 7)(x - 1) = 0;$
$x + 7 = 0$; $x = -7$ або
$x - 1 = 0$; $x = 1.$
Відповідь: -7; 1.

2) $7y^3 + y^2 + 7y + 1 = 0.$
$y^2(7y + 1) + (7y + 1) = 0;$
$(7y + 1)(y^2 + 1) = 0;$
$7y + 1 = 0$, $y^2 + 1 > 0;$
$7y = -1$; $y = -\frac{1}{7}.$
Відповідь: $-\frac{1}{7}.$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

661. Розкладіть на множники:

1) $at^2 - ap + t^3 - tp - bt^2 + bp = (at^2 - ap) + (t^3 - tp) + (-bt^2 + bp) =$
$= a(t^2 - p) + t(t^2 - p) - b(t^2 - p) = (t^2 - p)(a + t - b);$

2) $ax^2 + ay^2 - mx^2 - my^2 + m - a = (ax^2 - mx^2) + (ay^2 - my^2) + (m - a) =$
$= x^2(a - m) + y^2(a - m) + (a - m) = (a - m)(x^2 + y^2 - 1);$

3) $mb - m + 7 - 7b - 7m^2 + m^3 = (m^3 - 7m^2) + (mb - 7b) + (-m + 7) =$
$= m^2(m - 7) + b(m - 7) + (m - 7) = (m - 7)(m^2 + b - 1);$

4) $6ax + 3ay - az - 6bx - 3by + bz = (6ax - 6bx) + (3ay - 3by) + (bz - az) =$
$= 6x(a - b) + 3y(a - b) - z(a - b) = (a - b)(6x + 3y - z).$

662. Розкладіть на множники:

1) $a^2b + a + ab^2 + b + 9ab + 9 = (a^2b + a) + (ab^2 + b) + (9ab + 9) =$
$= a(ab + 1) + b(ab + 1) + 9(ab + 1) = (ab + 1)(a + b + 9);$

2) $8ax + 4bx - 4x + 10am + 5bm - 5m = (8ax + 4bx - 4x) + (10am + 5bm - 5m) =$
$= 4x(2a + b - 1) + 5m(2a + b - 1) = (4x + 5m)(2a + b - 1).$

663. Розкладіть на множники тричлен:

1) $x^2 + 5x + 4 = (x^2 + 4x) + (x + 4) = x(x + 4) + (x + 4) = (x + 4)(x + 1);$

2) $x^2 - 5x + 4 = (x^2 - 4x) + (4 - x) = x(x - 4) - (x - 4) = (x - 4)(x - 1);$

3) $x^2 + x - 6 = x^2 - 2x + 3x - 6 = x(x - 2) + 3(x - 2) = (x - 2)(x + 3);$

4) $a^2 + 4ab + 3b^2 = a^2 + 3ab + ab + 3b^2 = a(a + 3b) + b(a + 3b) = (a + 3b)(a + b).$

664. Розкладіть на множники:

1) $x^2 - 6x + 5 = x^2 - x - 5x + 5 = x(x - 1) - 5(x - 1) = (x - 1)(x - 5);$

2) $x^2 - x - 6 = x^2 - 2x + 3x - 6 = x(x - 2) + 3(x - 2) = (x - 2)(x + 3);$

3) $x^2 + 2x - 15 = (x^2 + 5x) + (-3x - 15) = x(x + 5) - 3(x + 5) = (x + 5)(x - 3);$

4) $a^2 + 5ab + 6b^2 = (a^2 + 3ab) + (2ab + 6b^2) = a(a + 3b) + 2b(a + 3b) = (a + 3b)(a + 2b).$

665. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $0{,}8(a - 5) - 0{,}6(2 - a)$, якщо $a = -5$;

$0{,}8(a - 5) - 0{,}6(2 - a) = 0{,}8a - 4 - 1{,}2 + 0{,}6a = 1{,}4a - 5{,}2 = 1{,}4 \cdot (-5) - 5{,}2 =$
$= -7 - 5{,}2 = -12{,}2.$

2) $\frac{4}{7}(7x - 14y) - \frac{2}{9}(18x - 27y)$, якщо $x = 2024$, $y = -\frac{1}{2}$.

$\frac{4}{7}(7x - 14y) - \frac{2}{9}(18x - 27y) = 4x - 8y - 4x + 6y = -2y = -2 \cdot (-\frac{1}{2}) = 1.$

666. Знайдіть корінь рівняння:

1) $6x(x - 1) - 2x(3x - 5) = -8;$
$6x2 - 6x - 6x2 + 10x = -8;$
$10x - 6x = -8;$
$4x = -8;\ x = -2.$
Відповідь: -2.

2) $5(2 - x^2) - 4x(x - 1) = 3x(1 - 3x);$
$10 - 5x^2 - 4x^2 + 4x = 3x - 9x^2;$
$4x - 3x = -10;$
$x = -10.$
Відповідь: -10.

667. Головна редакторка видавництва дала термінову роботу двом набірникам тексту. Перший набирає сторінку за 4 хв, другий — за 6 хв. У якому відношенні вони мають розподілити між собою роботу, щоб виконати її якомога швидше?

Щоб виконати роботу якомога швидше, її потрібно розподілити між набірниками пропорційно до їхньої продуктивності. Продуктивність першого складає $\frac{1}{4}$ сторінки за хвилину, а другого - $\frac{1}{6}$. Знайдемо відношення їхніх продуктивностей:

$\frac{1}{4} : \frac{1}{6} = \frac{1}{4} \cdot \frac{6}{1} = \frac{3}{2}$

Отже, роботу слід розподілити у відношенні 3 : 2, тобто перший набірник має виконати 3 частини роботи, а другий — 2 частини.

Відповідь: 3 : 2.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

668. Подайте вираз у вигляді многочлена:

1) $(x - 3)(x + 3) = x^2 + 3x - 3x + 9 = x^2 + 6x + 9$;

2) $(y - 2)(y - 2) = y^2 - 2y - 2y + 4 = y^2 - 4y + 4$;

3) $(7 - m)(7 - m) = m^2 - 7m - 7m + 49 = m^2 - 14m + 49$;

4) $(5 + a)(5 + a) = a^2 + 5a + 5a + 25 = a^2 + 10a + 25$.

669. Чи існують такі натуральні значення змінних x і y, для яких $x^5 + y^5 = 33^6$?

$33^6 = 33 \cdot 33^5 = 32 \cdot 33^5 + 1 \cdot 33^5 = 25 \cdot 33^5 + 33^5 = 66^5 + 33^5$. Отже, такими натуральними числами можуть бути, наприклад, числа x = 66, y = 33.

ДОМАШНЯ САМОСТІЙНА РОБОТА №3

1. Укажіть вираз, що не є многочленом.

Вираз $\frac{a}{a-5}$ не є многочленом.

А. $\frac{a}{a-5}$; ☺ Б. $x^2 - 2x + 7$; В. $-b - 19$; Г. $6c^2$.

2. k(n − m) = ...

k(n − m) = kn − km.

А. kn − m; Б. n − km; В. kn + km; **Г. kn − km.** ☺

3. 4c + 8 = ...

4c + 8 = 4(c + 2).

А. 2(c + 4); **Б. 4(c + 2);** ☺ В. 8(c + 1); Г. 4(c − 2)

4. Якому з многочленів дорівнює вираз (x − 5)(x + 2)?

$(x - 5)(x + 2) = x^2 - 5x + 2x - 10 = x^2 - 3x - 10$.

А. $x^2 + 3x - 10$; **Б. $x^2 - 3x - 10$;** ☺ В. $x^2 + 3x + 10$; Г. $x^2 - 3x - 3$.

5. Подайте вираз $(3m^2 - m) + (4m^2 - 5) - (7m^2 + 3)$ у вигляді многочлена стандартного вигляду.

$(3m^2 - m) + (4m^2 - 5) - (7m^2 + 3) = 3m^2 - m + 4m^2 - 5 - 7m^2 - 3 = -m - 8$.

А. $14m^2 - m - 2$; Б. −m − 2; **В. −m − 8;** ☺ Г. 8 − m.

6. Розкладіть вираз am − an − 2m + 2n на множники.

am − an − 2m + 2n = a(m − n) − 2(m − n) = (m − n)(a − 2).

А. (m − n)(a − 2); ☺ Б. (m − n)(a + 2);

В. (m + n)(a − 2); Г. (m − a)(n − 2).

7. Для якого значення x значення різниці одночлена 8x і многочлена $3x - 4x^2 + 2$ дорівнює значенню многочлена $3x + 4x^2 - 4$?

$8x - (3x + 4x^2 + 2) = 3x + 4x^2 - 4$;

$8x - 3x - 4x^2 - 2 = 3x + 4x^2 - 4$;

$5x + 4x^2 - 2 - 3x - 4x^2 + 4 = 0$;

2x + 2 = 0;

2x = −2;

x = −1.

А. 2; Б. 1; **В. −1;** ☺ Г. 0.

8. Обчисліть $297 \cdot 397 - 397^2$ найзручнішим способом.

$297 \cdot 397 - 397^2 = 397(297 - 397) = 397 \cdot (-100) = -39700$.

А. 39 700; **Б. −39 700;** ☺ В. −29 700; Г. 29 700.

9. Знайдіть значення виразу (x − 5)(x + 2) − (x − 7)(x + 4), якщо x = 10,2.

$(x - 5)(x + 2) - (x - 7)(x + 4) = x^2 - 5x + 2x - 10 - (x^2 - 7x + 4x - 28) =$

$= x^2 - 3x - 10 - x^2 + 3x + 28 = 18$.

А. 18,2; **Б. 18;** ☺ В. 28,2; Г. 7,8.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

10. Розв'яжіть рівняння $x^2 + 7x = 2(x + 7)$.

$x^2 + 7x = 2(x + 7)$;
$x(x + 7) - 2(x + 7) = 0$;
$(x - 2)(x + 7) = 0$;
$x - 2 = 0$ або $x + 7 = 0$;
$x = 2$ або $x = -7$.

А. −7; 2; ☺ Б. −7; В. 2; Г. −2; 7.

11. Значення виразу $27^4 - 3^9$ є кратним числу ...

$27^4 - 3^9 = (3^3)^4 - 3^9 = 3^{12} - 3^9 = 3^9(3^3 - 1) = 3^9 \cdot 26 = 3^9 \cdot 2 \cdot 13$.

Це число кратне 13.

А. 7; Б. 11; **В. 13;** ☺ Г. 17.

12. Знайдіть найбільше із чотирьох послідовних парних чисел, якщо добуток першого і третього чисел на 44 менший від добутку двох інших.

Нехай перше із заданих чисел дорівнює x, тоді друге — $x + 2$, третє — $x + 4$ і четверте — $x + 6$.

Складемо рівняння:

$x(x + 4) + 44 = (x + 2)(x + 6)$;
$x^2 + 4x + 44 = x^2 + 2x + 6x + 12$;
$4x = 32$;
$x = 8$.

Тоді найбільше число дорівнює $8 + 6 = 14$.

А. 10; Б. 6; В. 18; **Г. 14.** ☺

13. Установіть відповідність між виразами (1–3) та многочленами, які їм тотожно дорівнюють (А–Г).

Вираз:

1) $(3x^3 + x^2 - 2x) - (2x^3 - 4x^2 - 2x + 6)$
2) $2x^2(3x - 5) - 5x(x^2 - 3x)$
3) $(x^2 + 6x)(x - 1)$

Многочлени:

А. $x^3 + 5x^2$
Б. $x^3 + 5x^2 - 6$
В. $x^3 + 5x^2 - 6x$
Г. $x^3 + 5x - 6$

1) $(3x^3 + x^2 - 2x) - (2x^3 - 4x^2 - 2x + 6) = 3x^3 + x^2 - 2x - 2x^3 + 4x^2 + 2x - 6 = x^3 + 5x^2 - 6$.
2) $2x^2(3x - 5) - 5x(x^2 - 3x) = 6x^3 - 10x^2 - 5x^3 + 15x^2 = x^3 + 5x^2$.
3) $(x^2 + 6x)(x - 1) = x^3 - x^2 + 6x^2 - 6x = x^3 + 5x^2 - 6x$.

Відповідь: 1 – Б; 2 – А; 3 – В.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ ДО §§ 10-15

1. Виконайте множення:

1) $m(a - b + 3) = ma - mb + 3b$; **2)** $-p(x + y - 4) = -px - py + 4p$.

2. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $7a - 7b = 7(a - b)$; **2)** $xm + ym = m(x + y)$.

3. Виконайте множення:

1) $(a + 2)(x - 3) = ax + 2x - 3a - 6$; **2)** $(b - 5)(c - m) = bc - 5c - bm + 5m$.

4. Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:

1) $(2x^2 - x) + (3x - 5) - (x^2 - 5) = 2x^2 - x + 3x - 5 - x^2 + 5 = x^2 + 2x$;
2) $-2xy(x^2 - 3xy + y^2) = -2x^3y + 6x^2y^2 - 2xy^3$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

5. Розкладіть многочлен на множники:
1) $9a^2 - 12ab = 3a(3a - 4b)$;
2) $7x - 7y + ax - ay = 7(x - y) + a(x - y) = (7 + a)(x - y)$.

6. Спростіть вираз $(x + 5)(x - 2) - x(x + 3)$.
$(x + 5)(x - 2) - x(x + 3) = x^2 + 5x - 2x - 10 - x^2 - 3x = -10$.

7. Розв'яжіть рівняння $(2x + 3)(3x - 7) = x(6x - 3) - 17$.
$(2x + 3)(3x - 7) = x(6x - 3) - 17$
$6x^2 - 14x + 9x - 21 = 6x^2 - 3x - 17$
$-14x + 9x + 3x = -17 + 21$
$-2x = 4$
$x = -2$

8. Розкладіть многочлен на множники:
1) $9m^3 - 3m^4 - 27m^8 = 3m^3(3 - m - 9m^5)$;
2) $m^2 + 2n - 2m - mn = m(m - n) - 2(m - n) = (m - 2)(m - n)$.

9. Знайдіть чотири послідовних цілих числа, добуток двох менших з яких на 90 менший від добутку двох більших.
Нехай найменше із заданих чисел x, тоді наступні $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$.
Складемо рівняння:
$x(x + 1) + 90 = (x + 2)(x + 3)$;
$x^2 + x + 90 = x^2 + 2x + 3x + 6$;
$2x + 3x - x = 90 - 6$;
$4x = 84$;
$x = 21$.
Тоді наступними числами є $21 + 1 = 22$, $21 + 2 = 23$, $21 + 3 = 24$.
Відповідь: 21, 22, 23, 24.

10. Доведіть, що сума п'яти послідовних натуральних чисел ділиться на 5.
Нехай найменше із заданих чисел x, тоді наступні $x + 1$, $x + 2$, $x + 3$, $x + 4$.
Знайдемо суму цих п'яти чисел:
$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + (x + 4) = 5x + 10 = 5(x + 2)$ — ділиться на 5.

11. Розв'яжіть рівняння $x^2 - 5x = 4x - 20$.
$x^2 - 5x = 4x - 20$;
$x^2 - 5x - 4x + 20 = 0$;
$x(x - 5) - 4(x - 5) = 0$;
$(x - 4)(x - 5) = 0$;
$x - 4 = 0$ або $x - 5 = 0$;
$x = 4$ або $x = 5$.

12. Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:
1) $(x^2 - 2x + 5)(x^2 + 3x - 1) = x^4 + 3x^3 - x^2 - 2x^3 - 6x^2 + 2x + 5x^2 + 15x - 5 =$
$= x^4 + x^3 - 2x^2 + 17x - 5$;
2) $(a + 3)(a - 5)(a - 1) = (a^2 + 3a - 5a - 15)(a - 1) = (a^2 - 2a - 15)(a - 1) =$
$= a^3 - a^2 - 2a^2 + 2a - 15a + 15 = a^3 - 3a^2 - 13a + 15$.

§16. Квадрат суми і квадрат різниці

670. *(Усно.)* Які з виразів є квадратами суми двох виразів, а які — квадратами різниці:

Квадратами суми є:
5) $(x + 3)^2$;
8) $(x + y)^2$;

Квадратами різниці є:
2) $(a - b)^2$;
7) $(4 - p)^2$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

671. *(Усно.)* Які з рівностей є правильними:
1) $(b-2)^2 = b^2 - 2^2$; не правильна
2) $(a+3)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2$; правильна
3) $(x+5)^2 = x^2 + x \cdot 5 + 5^2$; не правильна
4) $(7-y)^2 = 7^2 - 2 \cdot 7 \cdot y + y^2$? правильна

672. Які з рівностей є правильними:
1) $(a+7)^2 = a^2 + 7^2$; не правильна
2) $(x-3)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$; правильна
3) $(2-y)^2 = 2^2 - 2 \cdot y + y^2$; не правильна
4) $(b+3)^2 = b^2 + 2 \cdot b \cdot 3 + 3^2$? правильна

673. Подайте у вигляді многочлена:
1) $(a+m)^2 = a^2 + 2am + m^2$;
2) $(b-x)^2 = x^2 + 2xp + p^2$;
3) $(x+p)^2 = b^2 - 2bx + x^2$;
4) $(m-y)^2 = m^2 - 2my + y^2$.

674. Піднесіть до квадрата:
1) $(b-p)^2 = b^2 - 2bp + p^2$;
2) $(x+t)^2 = x^2 + 2xt + t^2$;
3) $(c-a)^2 = c^2 - 2ca + a^2$;
4) $(y+d)^2 = y^2 + 2yd + d^2$.

675. *(Усно.)* Подайте вираз у вигляді многочлена:
1) $(a+4)^2 = a^2 + 8a + 16$;
2) $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$;
3) $(b+2)^2 = b^2 + 4b + 4$;
4) $(m-5)^2 = m^2 - 10m + 25$.

676. Піднесіть до квадрата:
1) $(x-9)^2 = x^2 - 18x + 81$;
2) $(a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$;
3) $(10-m)^2 = 100 - 20m + m^2$;
4) $(7+y)^2 = 49 + 14y + y^2$;
5) $(c-0{,}2)^2 = c^2 - 0{,}4c + 0{,}04$;
6) $(0{,}8+x)^2 = 0{,}64 + 1{,}6x + x^2$.

677. Перетворіть на многочлен:
1) $(2x+5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$;
2) $(7b-4)^2 = 49b^2 - 56b + 16$;
3) $(10x+3y)^2 = 100x^2 + 60xy + 9y^2$;
4) $(9a-4b)^2 = 81a^2 - 72ab + 16b^2$;
5) $(\frac{1}{3}x+3y)^2 = \frac{1}{9}x^2 + 2xy + 9y^2$;
6) $(5m-0{,}2t)^2 = 25m^2 - 2mt + 0{,}04t^2$.

678. Перетворіть на многочлен:
1) $(a-3)^2 = a^2 - 6a + 9$;
2) $(x+9)^2 = x^2 + 18x + 81$;
3) $(c+0{,}3)^2 = c^2 + 0{,}6c + 0{,}09$;
4) $(2a-5)^2 = 4a^2 - 20a + 25$;
5) $(4y+3)^2 = 16y^2 + 24y + 9$;
6) $(9a-8b)^2 = 81a^2 - 144ab + 64b^2$;
7) $(4b+7a)^2 = 16b^2 + 56ab + 49a^2$;
8) $(\frac{1}{2}m-2n)^2 = \frac{1}{4}m^2 - 2mn + 4n^2$;
9) $(0{,}5p+2q)^2 = 0{,}25p^2 + 2pq + 4q^2$.

679. Виконайте дії:
1) $(3a+1)^2 - 1 = 9a^2 + 6a + 1 - 1 = 9a^2 + 6a$;
2) $12ab + (2a-3b)^2 = 12ab + 4a^2 - 12ab + 9b^2 = 4a^2 + 9b^2$;
3) $(4a+8)^2 - 16(a^2+4) = 16a^2 + 64a + 64 - 16a^2 - 64 = 64a$;
4) $-4y^2 + (5x-2y)^2 - 25x^2 = -4y^2 + 25x^2 - 20xy + 4y^2 - 25x^2 = -20xy$.

680. Спростіть:
1) $20a + (a-10)^2 = 20a + a^2 - 20a + 100 = a^2 + 100$;
2) $(3m+5)^2 - 9m^2 = 9m^2 + 30m + 25 - 9m^2 = 30m + 25$;
3) $(x+4)^2 - 8(x+2) = x^2 + 8x + 16 - 8x - 16 = x^2$;
4) $(2a-7b)^2 - (4a^2 + 49b^2) = 4a^2 - 28ab + 49b^2 - 4a^2 - 49b^2 = -28ab$.

681. Перетворіть вираз на многочлен стандартного вигляду:
1) $(a-2)^2 + a(a+4) = a^2 - 4a + 4 + a^2 + 4a = 2a^2 + 4$;
2) $(b+1)(b+2) + (b-3)^2 = b^2 + 2b + b + 2 + b^2 - 6b + 9 = 2b^2 - 3b + 11$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

682. Спростіть вираз:

1) $(m - 5)^2 - m(m - 10) = m^2 - 10m + 25 - m^2 + 10m = 25$;

2) $(x + 4)^2 + (x + 1)(x - 9) = x^2 + 8x + 16 + x^2 - 9x + x - 9 = 2x^2 + 7$.

683. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x + 3)^2 - x^2 = 12$;

$x^2 + 6x + 9 - x^2 = 12$;

$6x = 12 - 9$;

$6x = 3$;

$x = 0{,}5$.

Відповідь: 0,5;

2) $(y - 2)^2 = y^2 - 2y$.

$y^2 - 4y + 4 - y^2 = -2y$;

$-4y + 2y = -4$;

$-2y = -4$;

$y = 2$.

Відповідь: 2.

684. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x - 4)^2 - x^2 = 24$;

$x^2 - 8x + 16 - x^2 = 24$;

$-8x = 24 - 16$;

$-8x = 8$;

$x = -1$.

Відповідь: –1;

2) $(y + 5)^2 = 5y + y^2$.

$y^2 + 10y + 25 - y^2 = 5y$;

$10y - 5y = -25$;

$5y = -25$;

$y = -5$.

Відповідь: –5.

685. Заповніть у зошиті таблицю за зразком.

Вираз I	Вираз II	Квадрат різниці виразів I і II
$2x$	b	$4x^2 - 4xb + b^2$
$2x$	$7b$	$4x^2 - 28xb + 49b^2$
$3x$	$\frac{1}{3}b$	$9x^2 - 2xb + \frac{1}{9}b^2$
$0{,}5x$	$4b$	$0{,}25x^2 - 4xb + 16b^2$

686. Заповніть у зошиті таблицю за зразком.

Вираз I	Вираз II	Квадрат різниці виразів I і II
$3m$	a	$9m^2 + 6ma + a^2$
$5m$	$2a$	$25m^2 + 20ma + 4a^2$
$\frac{1}{4}m$	$4a$	$\frac{1}{16}m^2 + 2ma + 16a^2$
$0{,}6m$	$5a$	$0{,}36m^2 + 6ma + 25a^2$
$\frac{1}{3}m$	$9a$	$\frac{1}{9}m^2 + 6ma + 81b^2$

687. За формулою квадрата суми або квадрата різниці обчисліть:

1) $(100 + 2)^2 = 10000 + 400 + 4 = 10404$;

2) $41^2 = (40 + 1)^2 = 1600 + 80 + 1 = 1681$;

3) $99^2 = (100 - 1)^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$;

4) $3{,}8^2 = (4 - 0{,}2)^2 = 16 - 1{,}6 + 0{,}04 = 14{,}44$.

688. Обчисліть, використовуючи формули квадрата суми або квадрата різниці:

1) $(40 - 1)^2 = 1600 - 80 + 1 = 1521$;

2) $89^2 = (90 - 1)^2 = 8100 - 180 + 1 = 7921$;

3) $501^2 = (500 + 1)^2 = 250000 + 1000 + 1 = 251001$;

4) $4{,}02^2 = (4 + 0{,}02)^2 = 16 + 0{,}16 + 0{,}0004 = 16{,}1604$.

689. Серед виразів $(x - y)^2$, $(x + y)^2$, $(-y + x)^2$, $(-x - y)^2$ знайдіть ті, що є тотожно рівними виразу:

1) $(y + x)^2 = (x + y)^2 = (-x - y)^2$;

2) $(y - x)^2 = (x - y)^2 = (-y + x)^2$.

690. Подайте у вигляді многочлена:

1) $(-p + 5)^2 = (-(p - 5))^2 = (p - 5)^2 = p^2 - 10p + 25$;

2) $(-a - 7)^2 = (-(a + 7))^2 = (a + 7)^2 = a^2 + 14a + 49$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

3) $(-p-2m)^2=(-(p+2m))^2=(p+2m)^2=p^2+4pm+4m^2$;
4) $(-3b+c)^2=(-(3b-c))^2=(3b-c)^2=9b^2-6bc+c^2$.

691. Перетворіть на многочлен:
1) $(-a+3)^2=(-(a-3))^2=(a-3)^2=a^2-6a+9$;
2) $(-b-5)^2=(-(b+5))^2=(b+5)^2=b^2+10b+25$;
3) $(-4m+p)^2=(-(4b-p))^2=(4b-p)^2=16b^2-8mp+p^2$;
4) $(-a-3b)^2=(-(a+3b))^2=(a+3b)^2=a^2+6ab+9b^2$.

692. Перетворіть на многочлен:
1) $(-9b+4m)^2=(-(9b-4m))^2=(9b-4m)^2=81b^2-72bm+16m^2$;
2) $(-7a-10b)^2=(-(7a+10b))^2=(7a+10b)^2=49a^2+140ab+100b^2$;
3) $(-0{,}5m-0{,}4p)^2=(-(0{,}5m+0{,}4p))^2=(0{,}5m+0{,}4p)^2=0{,}25m^2+0{,}4pm+0{,}16p^2$;
4) $(-1\frac{1}{2}x+6y)^2=(-(-1\frac{1}{2}x-6y))^2=(\frac{3}{2}x-6y)^2=\frac{9}{4}x^2-18xy+36y^2$;
5) $(0{,}04p-50q)^2=0{,}0016p^2-4pq-2500q^2$;
6) $(-0{,}25c-0{,}2d)^2=(-(0{,}25c+0{,}2d))^2=(0{,}25c+0{,}2d)^2=0{,}0625c^2+0{,}1cd+0{,}04d^2$.

693. Подайте у вигляді многочлена:
1) $(-3a+5x)^2=(-(3a-5x))^2=(3a-5x)^2=9a^2-30a+25x^2$;
2) $(-8x-5y)^2=(-(8x+5y))^2=(8x+5y)^2=64x^2+80xy+25y^2$;
3) $(-4b-0{,}5y)^2=(-(4b+0{,}5y))^2=(4b+0{,}5y)^2=16b^2+4by+0{,}25y^2$;
4) $(8x+\frac{1}{16}y)^2=64x^2+xy+\frac{1}{256}y^2$;
5) $(-0{,}02a-10b)^2=(-(0{,}02a+10b))^2=(0{,}02a+10b)^2=0{,}0004a^2+0{,}4ab+100b^2$;
6) $(-0{,}15m+0{,}1n)^2=(-(0{,}15m-0{,}1n))^2=(0{,}15m-0{,}1n)^2=0{,}0225m^2-0{,}03mp+0{,}01n^2$.

694. Виконайте дію:
1) $(a^2-9)^2=a^4-18a^2+81$;
2) $(7-y^3)^2=49-14y^3+y^6$;
3) $(2a+c^4)^2=49a^2+14ac^4+c^8$;
4) $(-5a+b^3)^2=(-(5a-b^3))^2=(5a-b^3)^2=25a^2-10ab^3+b^6$;
5) $(4a^2-5m^3)^2=16a^4-40a^2m^3+25m^6$;
6) $(\frac{1}{3}p^4+9q^3)^2=\frac{1}{9}p^8+6p^4q^3+81q^6$.

695. Піднесіть до квадрата:
1) $(a^2+2a)^2=a^4+4a^3+4a^2$;
2) $(\frac{1}{4}m^3-12m)^2=\frac{1}{16}m^6-6m^4+144m^2$;
3) $(1\frac{1}{3}p^7+3p^2)^2=(\frac{4}{3}p^7+3p^2)^2=\frac{16}{9}p^{14}+8p^9+9p^4$;
4) $(7ab-2b^3)^2=49a^2b^2-28ab^4+4b^6$;
5) $(10p^6+\frac{1}{2}p^4a^3)^2=100p^{12}+10p^{10}a^3+\frac{1}{4}p^8a^6$;
6) $(0{,}2m^2n+15m^3n^4)^2=0{,}04m^4n^2+6m^5n^5+225m^6n^8$.

696. Подайте вираз у вигляді многочлена:
1) $(b^7-5)^2=b^{14}-10b^7+25$;
2) $(a^3+2b^4)^2=a^6+4a^3b^4+4b^8$;
3) $(8x^6-\frac{1}{4}x^2)^2=64x^{12}-4x^8+\frac{1}{16}x^4$;
4) $(6m^3+1\frac{1}{6}m^5)^2=(6m^3+\frac{7}{6}m^5)^2=36m^6+14m^8+\frac{49}{36}m^{10}$;
5) $(7a^2+8ap^3)^2=49a^4+112a^3p^3+64a^2p^6$;
6) $(\frac{1}{2}b^2m^3-\frac{1}{3}b^3m^2)^2=\frac{1}{4}b^4m^6-\frac{1}{3}b^5m^5+\frac{1}{9}b^6m^4$.

697. Спростіть вираз:
1) $(3a-4b)^2-(3a+4b)^2=9a^2-24ab+16b^2-(9a^2+24ab+16b^2)=$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

$= 9a^2 - 24ab + 16b^2 - 9a^2 - 24ab - 16b^2 = -48ab$;

2) $(2a + 3b)^2 + (a - 6b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2 + (a^2 - 12ab + 36b^2) =$
$= 4a^2 + 12ab + 9b^2 + a^2 - 12ab + 36b^2 = 5a^2 + 45b^2$;

3) $a(2a - 1)^2 - 4a(a + 5)^2 = a(4a^2 - 4a + 1) - 4a(a^2 + 10a + 25) =$
$= 4a^3 - 4a^2 + a - 4a^3 - 40a^2 - 100a = -44a^2 - 99a$;

4) $12m^2 - 3(2m - n)^2 + 12mn = 12m^2 - 3(4m^2 - 4mn + n^2) - 12mn =$
$= 12m^2 - 12m^2 + 12mn - 3n^2 - 12mn = -3n^2$.

698. Виконайте дії:

1) $(7a + 9b)^2 - (7a - 9b)^2 = 49a^2 + 126ab + 81b^2 - (49a^2 - 126ab + 81b^2) =$
$= 49a^2 + 126ab + 81b^2 - 49a^2 + 126ab - 81b^2 = 252ab$;

2) $(10a - 3b)^2 + (6a + 5b)^2 = 100a^2 - 60ab + 9b^2 + 36a^2 + 60ab + 25b^2 = 136a^2 + 34b^2$;

3) $18x^2 - 12xy - 2(3x - y)^2 = 18x^2 - 12xy - 2(9x^2 - 6xy + y^2) =$
$= 18x^2 - 12xy - 18x^2 + 12xy - 2y^2 = -2y^2$;

4) $a(9a - 1)^2 - 81a(a - 2)^2 = a(81a^2 - 18a + 1) - 81a(a^2 - 4a + 4) =$
$= 81a^3 - 18a^2 + a - 81a^3 + 324a^2 - 324a = 306a^2 - 323a$.

699. Які одночлени потрібно записати замість «зірочки», щоб утворилася тотожність:

1) $(b + 2a)^2 = b^2 + 4ab + 4a^2$; **2)** $(2b - 3)^2 = 4b^2 - 12b + 9 = 4b^2 + 9 - 12b$;

3) $(3a^4 + 5)^2 = 9a^8 + 30a^4 + 25$; **4)** $(5x^2 - 3m) = 25x^4 - 30x^2m + 9m^2$.

700. Замініть «зірочку» одночленом так, щоб одержати тотожність:

1) $(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49$; **2)** $(4p^3 + 3)^2 = 16p^6 + 24p^3 + 9 = 16p^6 + 9 + 24p^3$.

701. Подайте вираз у вигляді многочлена стандартного вигляду:

1) $(x - 2)(x + 1)^2 = (x - 2)(x^2 + 2x + 1) = x^3 + 2x^2 + x - 2x^2 - 4x - 2 = x^3 - 3x - 2$;

2) $(x + 1)(x - 5)^2 = (x + 1)(x^2 - 10x + 25) = x^3 - 10x^2 + 25x + x^2 - 10x + 25 =$
$= x^3 - 9x^2 + 15x + 25$.

702. Доведіть тотожність:

1) $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$;

$(a + b)^2 + (a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 = 2a^2 + 2b^2 = 2(a^2 + b^2)$;

2) $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn$.

$(m + n)^2 - 2mn = m^2 + 2mn + n^2 - 2mn = m^2 + n^2$.

703. Доведіть тотожність:

1) $-4ab = (a - b)^2 - (a + b)^2$;

$(a - b)^2 - (a + b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - 2ab - b^2 = -4ab$;

2) $(x - y)^2 + 2xy = x^2 + y^2$.

$(x - y)^2 + 2xy = x^2 - 2xy + y^2 + 2xy = x^2 + y^2$.

704. Розв'яжіть рівняння:

1) $(3x - 4)^2 - (3x + 2)^2 = -24$;
$9x^2 - 24x + 16 - 9x^2 - 12x - 4 = -24$;
$-36x = -24 - 12$;
$-36x = -36$;
$x = 1$.
Відповідь: 1;

2) $(2x - 3)^2 + (1 - x)(9 + 4x) = 18$.
$4x^2 - 12x + 9 + 9 + 4x^2 - 9x - 4x^2 = 18$;
$-17x = 18 - 18$;
$-17x = 0$;
$x = 0$.
Відповідь: 0.

705. Розв'яжіть рівняння:

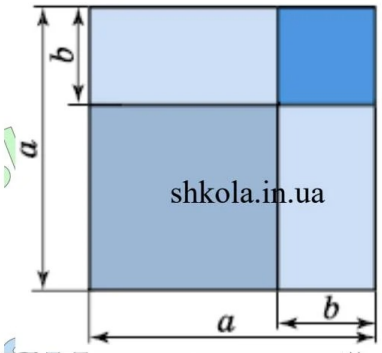
1) $x(x - 2) - (x + 5)^2 = -1$;
$x^2 - 2x - x^2 - 10x - 25 = -1$;
$-12x = -1 + 25$;
$-12x = 24$;
$x = -2$.
Відповідь: –2;

2) $(2y - 7)^2 + (5 - 4y)(y - 7) = 3(y - 6)$.
$4y^2 - 28y + 49 + 5y - 35 - 4y^2 + 28y = 3y - 18$;
$5y + 14 = 3y - 18$;
$5y - 3y = -18 - 14$;
$2y = -32$; $y = -16$.
Відповідь: –16.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

706. Використовуючи малюнок, поясніть геометричний зміст формули $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ для $a > 0$, $b > 0$, $a > b$.



$(a - b)^2$ — площа квадрата;
a^2, b^2 — площі квадратів зі сторонами a і b;
$2ab$ — периметр прямокутників зі сторонами a і b.

707. Спростіть вираз:
$((((a + b)^2 - 2ab)^2 - 2a^2b^2)^2 - 2a^4b^4)^2 - 2a^8b^8 =$
$= (((a^2 + 2ab + b^2 - 2ab)^2 - 2a^2b^2)^2 - 2a^4b^4)^2 - 2a^8b^8 =$
$= (((a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2)^2 - 2a^4b^4)^2 - 2a^8b^8 = ((a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 2a^2b^2)^2 - 2a^4b^4)^2 - 2a^8b^8 =$
$= ((a^4 + b^4)^2 - 2a^4b^4)^2 - 2a^8b^8 = (a^8 + 2a^4b^4 + b^8 - 2a^4b^4)^2 - 2a^8b^8 =$
$= (a^8 + b^8)^2 - 2a^8b^8 = a^{16} + 2a^8b^8 + b^{16} - 2a^8b^8 = a^{16} + b^{16}$.

708. Доведіть формулу скороченого множення для:
1) Куба суми: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
$(a + b)^3 = (a + b)^2(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b) =$
$a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + b^2a + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.
2) Куба різниці: $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.
$(a - b)^3 = (a - b)^2(a - b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a - b) = a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 - b^3 =$
$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

709. Піднесіть до куба за формулами скороченого множення:
1) $(2 + a)^3 = (a + 2)^2(a + 2) = (a^2 + 4a + 4)(a + 2) = a^3 + 2a^2 + 4a^2 + 8a + 4a + 8 =$
$= a^3 + 6a^2 + 12a + 8$;
2) $(2b - 1)^3 = (2b - 1)^2(2b - 1) = (4b^2 - 4b + 1)(2b - 1) = 8b^3 - 4b^2 - 8b^2 + 4b + 2b - 1 =$
$= 8b^3 - 12b^2 + 6b - 1$.

710. Піднесіть до куба:
1) $(x - 2)^3 = (x - 2)^2(x - 2) = (x^2 - 4x + 4)(x - 2) = x^3 - 2x^2 - 4x^2 + 8x + 4x - 8 =$
$= x^3 - 6x^2 + 12x - 8$;
2) $(1 + 2m)^3 = (2m + 1)^2(2m + 1) = (4m^2 + 4m + 1)(2m + 1) =$
$= 8m^3 + 4m^2 + 8m^2 + 4m + 2m + 1 = 8m^3 + 12m^2 + 6m + 1$.

711. Знайдіть значення виразу $993\frac{2}{7} + (5{,}4 : \frac{9}{35} - 11\frac{2}{9}) \cdot 2{,}25 - 4\frac{2}{7}$ і дізнайтеся рік початку будівництва Софійського собору в Києві.
$993\frac{2}{7} + (5{,}4 : \frac{9}{35} - 11\frac{2}{9}) \cdot 2{,}25 - 4\frac{2}{7} = 993\frac{2}{7} + (\frac{54}{10} \cdot \frac{35}{9} - 11\frac{2}{9}) \cdot 2{,}25 - 4\frac{2}{7} =$
$= 993\frac{2}{7} + (21 - 11\frac{2}{9}) \cdot 2{,}25 - 4\frac{2}{7} = 993\frac{2}{7} + 9\frac{7}{9} \cdot 2\frac{1}{4} - 4\frac{2}{7} = 993\frac{2}{7} + \frac{88}{9} \cdot \frac{9}{4} - 4\frac{2}{7} =$
$= 993\frac{2}{7} + 22 - 4\frac{2}{7} = 993\frac{2}{7} + 17\frac{5}{7} = 1010\frac{7}{7} = 1011$ р.

712. Знайдіть три послідовних натуральних парних числа, якщо добуток двох менших з них на 104 менший від добутку двох більших.
$2n$; $2n + 2$; $2n + 4$ — три послідовних парних натуральних числа.
$2n(2n + 2) + 104 = (2n + 2)(2n + 4)$;
$4n^2 + 4n + 104 = 4n^2 + 8n + 4n + 8$;
$4n - 8n - 4n = 8 - 104$;
$-8n = -96$;
$n = -96 : (-8)$;

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

n = 12.
I число: 2n = 24;
II число: 2n + 2 = 26;
III число: 2n + 4 = 28.
Відповідь: 24; 26; 28.

713. Доведіть, що значення виразу:
1) $8^{10} - 8^9 + 8^8$ кратне числу 152;
$8^{10} - 8^9 + 8^8 = 8^8(8^2 - 8 + 1) = 8^8 \cdot 57 = 8^8 \cdot 19 \cdot 3 = 8^7 \cdot (8 \cdot 19) \cdot 3 = 8^7 \cdot 152 \cdot 3$ — кратне 152;
2) $15^4 - 10^4 - 5^4$ ділиться на 80.
$15^4 - 10^4 - 5^4 = (5 \cdot 3)^4 - (5 \cdot 2)^4 - 5^4 = 5^4 \cdot 3^4 - 5^4 \cdot 2^4 - 5^4 = 5^4(3^4 - 2^4 - 1) = 5^4(81 - 16 - 1) =$
$= 5^4 \cdot 64 = 5^4 \cdot 4 \cdot 16 = 5^3 \cdot 4 \cdot (5 \cdot 16) = 5^3 \cdot 4 \cdot 80$ — ділиться на 80.

714. На заправці один літр бензину коштує 45 грн. Водій залив у бак 30 л бензину і ще придбав пляшку води за 20 грн. Яку решту отримає водій з 1500 грн?
1) 45 · 30 = 1350 (грн) – вартість бензину;
2) 1350 + 20 = 1370 (грн) – вартість всієї покупки;
3) 1500 – 1370 = 130 (грн) – решта.
Відповідь: 130 грн.

715. Подайте у вигляді квадрата число:
1) $1 = 1^2$; **2)** $9 = 3^2$; **3)** $25 = 5^2$; **4)** $64 = 8^2$;
5) $100 = 10^2$; **6)** $121 = 11^2$; **7)** $196 = 14^2$; **8)** $900 = 30^2$.

716. Подайте у вигляді квадрата одночлен:
1) $x^4 = (x^2)^2$; **2)** $y^8 = (y^4)^2$; **3)** $m^6 = (m^3)^2$; **4)** $p^{10} = (p^5)^2$;
5) $16a^2 = (4a)^2$; **6)** $49b^{10} = (7b^5)^2$; **7)** $m^2n^4 = (mn^2)^2$; **8)** $36c^2a^2 = (6ca)^2$.

717. Доведіть, що для будь-якого натурального значення n значення виразу $(n^2 + n)(n + 2)$ ділиться на 6.
$(n^2 + n)(n + 2) = n^3 + 2n^2 + n^2 + 2n = n(n + 1)(n + 2)$;
$n^3 + 2n^2 + n^2 + 2n = n(n^2 + 2n + n + 2) = n((n^2 + 2n)(n + 2) = n(n(n + 2)+(n + 2)) =$
$= n(n + 2)(n + 1) = n(n + 1)(n + 2)$ — це добуток трьох послідовних чисел, ділиться на 2 і 3, отже, ділиться і на 6.

§ 17. Розкладання многочленів на множники за допомогою формул квадрата суми і квадрата різниці

718. *(Усно.)* Розкладіть на множники:
1) $c^2 + 2cd + d^2 = (c + d)^2$; **2)** $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$; **3)** $m^2 + 2 \cdot m \cdot 5 + 5^2 = (m + 5)^2$.

719. Згорніть многочлен у повний квадрат:
1) $m^2 - 2mn + n^2 = (m - n)^2$; **2)** $p^2 + 2pq + q^2 = (p + q)^2$; **3)** $a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2 = (a + 3)^2$.

720. Розкладіть тричлен на множники:
1) $t^2 + 2tp + p^2 = (t + p)^2$;
2) $a^2 - 2ax + x^2 = (a - x)^2$;
3) $b^2 + 2 \cdot b \cdot 7 + 7^2 = b^2 + 14b + 49 = (b + 7)^2$.

721. Розкладіть на множники:
1) $a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$; **2)** $64 + 16b + b^2 = (8 + b)^2$;
3) $0{,}01m^2 + 0{,}2m + 1 = (0{,}1m + 1)^2$; **4)** $\frac{1}{25} - \frac{2}{5}p + p^2 = (\frac{1}{5} - p)^2$;
5) $4m^2 - 12m + 9 = (2m - 3)^2$; **6)** $9c^2 + 24cd + 16d^2 = (3c + 4d)^2$.

722. Подайте вираз у вигляді квадрата двочлена:
1) $a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2$; **2)** $9m^2 - 6m + 1 = (3m - 1)^2$;
3) $b^2 - 1{,}2b + 0{,}36 = (b - 0{,}6)^2$; **4)** $\frac{1}{49}m^2 - \frac{2}{7}m + 1 = (\frac{1}{7}m - 1)^2$;
5) $81a^2 + 18ab + b^2 = (9a + b)^2$; **6)** $25m^2 - 60mn + 36n^2 = (5m - 6n)^2$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

723. Обчисліть зручним способом:

1) $36^2 + 2 \cdot 36 \cdot 14 + 14^2 = (36 + 14)^2 = 50^2 = 2500$;

2) $117^2 - 2 \cdot 117 \cdot 17 + 17^2 = (117 - 17)^2 = 100^2 = 10000$.

724. Обчисліть зручним способом:

1) $87^2 + 2 \cdot 87 \cdot 13 + 13^2 = (87 + 13)^2 = 100^2 = 10000$;

2) $137^2 - 2 \cdot 137 \cdot 47 + 47^2 = (137 - 47)^2 = 90^2 = 8100$.

725. Знайдіть значення виразу, попередньо згорнувши його у повний квадрат:

1) $a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2$; Якщо $a = 91$, то $(91 - 1)^2 = 90^2 = 8100$. Якщо $a = -19$, то $(91 - (-19))^2 = (91 + 19)^2 = 110^2 = 12100$.

2) $4m^2 + 28m + 49 = (2m)^2 + 2 \cdot 2m \cdot 7 + 7^2 = (2m + 7)^2$. Якщо $m = -3{,}5$, то $(2m + 7)^2 = (2 \cdot (-3{,}5) + 7)^2 = 0$. Якщо $m = 0$, то $(2m + 7)^2 = (2 \cdot 0 + 7)^2 = 49$;

3) $16x^2 - 40xy + 25y^2 = (4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 5y + (5y)^2 = (4x - 5y)^2$. Якщо $x = 5$, $y = 4$, то $(4x - 5y)^2 = (4 \cdot 5 - 5 \cdot 4)^2 = 0$.

726. Знайдіть значення виразу:

1) $a^2 + 10a + 25 = (a + 5)^2$. Якщо $a = -15$, то $(-15 + 5)^2 = (-10)^2 = 100$. Якщо $a = 95$, то $(95 + 5)^2 = 100^2 = 10000$.

2) $0{,}01x^2 + 0{,}8x + 16 = (0{,}1x + 4)^2$. Якщо $x = 10$, то $(0{,}1x + 4)^2 = (0{,}1 \cdot 10 + 4)^2 = 25$. Якщо $x = -40$, то $(0{,}1x + 4)^2 = (0{,}1 \cdot (-40) + 4)^2 = 0$;

3) $4m^2 + 28mn + 49n^2 = (2m + 7n)^2$. Якщо $m = -3$, $n = -\frac{1}{7}$, то $(2m + 7n)^2 = (2 \cdot (-3) + 7 \cdot (-\frac{1}{7}))^2 = (-6 - 1)^2 = (-7)^2 = 49$.

727. Перетворіть тричлен у квадрат двочлена:

1) $\frac{1}{4}m^2 + 4n^2 + 2mn = \frac{1}{4}m^2 + 2mn + 4n^2 = (\frac{1}{2}m + 2n)^2$;

2) $-10mn + 0{,}25m^2 + 100n^2 = 0{,}25m^2 - 10mn + 100n^2 = (0{,}5m - 10n)^2$;

3) $9p^2 + pq + \frac{1}{36}q^2 = (3p + \frac{1}{6}q)^2$;

4) $m^6 + 4n^2 - 4m^3n = (m^3)^2 - 4m^3n + 4n^2 = (n^3 - 2n)^2$;

5) $25m^{12} + p^6 - 10m^6p^3 = 25m^{12} - 10m^6p^3 + p^6 = (5m^6 - p^3)^2$.

6) $\frac{9}{64}c^6 - 3dc^5 + 16d^2c^4 = (\frac{3}{8}c^3)^2 - 3dc^5 + (4dc^2)^2 = (\frac{3}{8}c^3 - 4dc^2)^2$.

728. Розкладіть на множники:

1) $\frac{1}{9}a^4 + 9b^2 + 2a^2b = (\frac{1}{3}a^2)^2 + 2a^2b + (3b)^2 = (\frac{1}{3}a^2 + 3b)^2$;

2) $-6{,}4a^2y^4 + 0{,}16a^4 + 64y^8 = (0{,}4a^2)^2 - 6{,}4a^2y^4 + (8y^4)^2 = (0{,}4a^2 - 8y^4)^2$;

3) $16m^{20} + n^{12} - 8m^{10}n^6 = (4m^{10})^2 - 8m^{10}n^6 + (n^6)^2 = (4m^{10} - n^6)^2$;

4) $6a^4b^2 + a^6 + 9a^2b^4 = (a^3)^2 + 6a^4b^2 + (3ab^2)^2 = (a^3 + 3ab^2)^2$.

729. Подайте тричлен у вигляді квадрата двочлена або виразу, протилежного до квадрата двочлена:

1) $-1 + 4x - 4x^2 = -(1 - 4x + 4x^2) = -(1 - 2x)^2$;

2) $-40a + 25a^2 + 16 = 25a^2 - 40a + 16 = (5a - 4)^2$;

3) $24xy - 9x^2 - 16y^2 = -(9x^2 - 24xy + 16y^2) = -(3x - 4y)^2$;

4) $-140x^3y + 100x^6 + 49y^2 = 100x^6 - 140x^3y + 49y^2 = (10x^3 - 7y)^2$;

5) $4pq - 25p^2 - 0{,}16q^2 = -(25p^2 - 4pq + 0{,}16q^2) = (5p - 0{,}4q)^2$;

6) $-0{,}64m^6 - 1{,}6m^3n^2 - n^4 = -(0{,}64m^6 + 1{,}6m^3n^2 + n^4) = -(0{,}8m^3 + n^2)^2$.

730. Подайте тричлен у вигляді квадрата двочлена або виразу, що є протилежним до квадрата двочлена:

1) $-9 - 30x - 25x^2 = -(9 + 30x + 25x^2) = -(3 + 5x)^2$;

2) $-36b + 81b^2 + 4 = 4 - 36b + 81b^2 = (2 - 9b)^2$;

3) $42xy - 49x^2 - 9y^2 = -(49x^2 - 42xy + 9y^2) = -(7x - 3y)^2$;

4) $-0{,}36a^4 - 25b^6 + 6a^2b^3 = -(0{,}36a^4 - 6a^2b^3 + 25b^6) = -(0{,}6a^2 - 5b^3)^2$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

731. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 - 10x + 25 = 0$;
$(x - 5)^2 = 0$;
$x - 5 = 0$;
$x = 5$.
Відповідь: 5.

2) $64y^2 + 16y + 1 = 0$;
$(8y + 1)^2 = 0$;
$8y + 1 = 0$;
$8y = -1$;
$y = -\frac{1}{8}$.
Відповідь: $-\frac{1}{8}$.

3) $9x^2 + 1 = -6x$;
$9x^2 + 6x + 1 = 0$;
$(3x + 1)^2 = 0$;
$3x + 1 = 0$;
$3x = -1$;
$x = -\frac{1}{3}$.
Відповідь: $-\frac{1}{3}$.

4) $16y^2 - 56y = -49$;
$16y^2 - 56y + 49 = 0$;
$(4y - 7)^2 = 0$;
$4y - 7 = 0$;
$4y = 7$;
$y = \frac{7}{4}$;
$y = 1{,}75$.
Відповідь: 1,75.

732. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^2 + 16x + 64 = 0$;
$(x + 8)^2 = 0$;
$x + 8 = 0$;
$x = -8$.
Відповідь: −8.

2) $36x^2 - 12x + 1 = 0$;
$(6x - 1)^2 = 0$;
$6x - 1 = 0$;
$6x = 1$;
$x = \frac{1}{6}$.
Відповідь: $\frac{1}{6}$.

3) $4x^2 + 9 = -12x$;
$4x^2 + 9 + 12x = 0$;
$(2x + 3)^2 = 0$;
$2x + 3 = 0$;
$2x = -3$;
$x = -1{,}5$.
Відповідь: −1,5.

4) x2 = 0,4x − 0,04;
x2 − 0,4x + 0,04 = 0;
(x − 0,2)2 = 0;
x − 0,2 = 0;
x = 0,2.
Відповідь: 0,2.

733. Запишіть замість «зірочки» такий одночлен, щоб одержаний тричлен можна було перетворити на квадрат двочлена:

1) $* - 2mn + n^2 = m^2 - 2mn + n^2 = (m - n)^2$;
2) $25a^2 + 20a + * = 25a^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot a + 4 = (5a + 2)^2$;
3) $64m^2 + * + 49b^2 = 64m^2 + 112mb + 49b^2 = (8m + 7b)^2$;
4) $* - 12mb^3 + 9b^2 = 4m^6 - 12bm^3 + 9b^2 = (2m^3 - 3b)^2$;
5) $p^2 - 0{,}8p^7 + * = p^2 - 0{,}8p^7 + 0{,}16p^{12} = (p - 0{,}4p^6)^2$;
6) $* + a^2b^2 + \frac{1}{4}a^4 = b^4 + a^2b^2 + \frac{1}{4}a^4 = (\frac{1}{2}a^2 + b^2)^2$.

734. Запишіть замість «зірочки» такий одночлен, щоб одержаний тричлен можна було подати у вигляді квадрата двочлена:

1) $* - 28x + 49 = * - 2 \cdot 7 \cdot x \cdot 2 + 7^2 = 4x^2 - 28x + 49 = (2x - 7)^2$;
2) $64a^2 - 16a + * = (8a)^2 - 2 \cdot 8a + 1 = (8a - 1)^2$;
3) $25a^2 + * + \frac{1}{25}b^6 = (5a)^2 + 2ab^3 + (\frac{1}{5}b^3)^2 = (5a + \frac{1}{5}b^3)^2$;
4) $0{,}01a^8 + 100b^6 + * = (0{,}1a^4)^2 + * + (10b^3)^2 = 0{,}01a^8 + 2a^4b^3 + 100b^6 = (0{,}1a^4 + 10b^3)^2$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

735. Розкладіть вираз на множники:

1) $(x-2)^2+2(x-2)+1=(x-2+1)^2=(x-1)^2$;

2) $(a^2+6a+9)+2(a+3)+1=(a+3)^2+2(a+3)+1=(a+3+1)^2=(a+4)^2$.

736. Доведіть, що нерівність є правильною для будь-якого значення x:

1) $x^2+2>0$; $x^2\geq 0$; $2x>0$; **2)** $x^2-6x+9\geq 0$; $(x-3)^2\geq 0$.

737. Порівняйте з нулем значення виразу:

1) $x^2-4x+4=(x-2)^2>0$; **2)** $-x^2-2x-1=-(x^2-2x+1)=-(x-1)^2<0$.

738. Вставте пропущені знаки ≤ або ≥ так, щоб для будь-яких значень x нерівність була правильною:

1) x^2+4x+4 і 0;
$x^2+4x+4=(x+2)^2\geq 0$;

2) $-x^2+30x-225$ і 0;
$-(x^2-30x+225)=-(x-15)^2\leq 0$;

3) $-x^2-8x+16$ і 0;
$-(x^2-8x+16)=-(x+4)^2\geq 0$;

4) $36-12x+x^2$ і 0;
$36-12x+x^2$ і $0=(6-x)^2\geq 0$.

739. Доведіть, що для будь-яких значень змінної вираз x^2+4x+5 набуває лише додатних значень. Якого найменшого значення набуває цей вираз і для якого значення x?

$x^2+4x+5=(x^2+4x+4)+1=(x+2)^2+1$ — вираз набуває лише додатних значень. Найменше значення набуває при $x=-2$, найменше значення -1.

740. Доведіть, що для будь-якого значення змінної вираз $x^2+6x+11$ набуває лише додатних значень. Якого найменшого значення набуває цей вираз і для якого значення x?

$(x^2+6x+9)+2=(x+3)^2+2$ — вираз набуває лише додатних значень, найменше значення виразу 2 при $x=-3$.

741. Замініть «зірочки» одночленами так, щоб одержаний тричлен був повним квадратом (знайдіть три різних розв'язки задачі):

1) $*-48xy+*$;
$36x^2-48xy+16y^2=(6x-4y)^2$;
$9x^2-48xy+64y^2=(3x-8y)^2$;
$144x^2-48xy+4y^2=(12x-2y)^2$;

2) $*+20ab+*$;
$4a^2+20ab+25b^2=(2a+5b)^2$;
$100a^2+20ab+b^2=(10a+b)^2$;
$\frac{1}{4}a^2+20ab+400b^2=(\frac{1}{2}a+20b)^2$.

742. Подайте вираз у вигляді квадрата двочлена, якщо це можливо:

1) x^2-3x+9, неможливо; **2)** $49a^2-140ab+100b^2=(7a-10b)^2$;

3) $4a^2-9b^2-12ab$, неможливо; **4)** $16y^2+8y-1$, неможливо;

5) $\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{40}xy+\frac{1}{25}y^2$, неможливо. **6)** $-xy+\frac{1}{16}y^2+4x^2=(\frac{1}{4}y-2x)^2$.

743. Для яких значень x:

1) квадрат двочлена $x+2$ на 225 більший за квадрат двочлена $x-3$;
$(x+2)^2=(x-3)^2+225$;
$x^2+4x+4=x^2-6x+9+225$;
$4x+6x=225+9-4$;
$10x=230$;
$x=230:10$; $x=23$.
Відповідь: 23.

2) квадрат двочлена $2x-6$ у 4 рази більший за квадрат двочлена $x+3$?
$(2x-6)^2=4(x+3)^2$;
$4x^2-24x+36=4(x^2+6x+9)$;
$4x^2-24x+36=4x^2+24x+36$;
$4x^2-24x-4x^2-24x=36-36$;
$-48x=0$; $x=0$.
Відповідь: 0.

744. Спростіть вираз:

1) $(m-2)(m+3)(m-5)=(m^2+3m-2m-6)(m-5)=(m^2+m-6)(m-5)=$
$=m^3-5m^2+m^2-5m-6m+30=m^3-4m^2-11m+30$;

2) $(p^2+1)(p^8-p^6+p^4-p^2+1)=p^{10}-p^8+p^6-p^4+p^2+p^8-p^6+p^4-p^2+1=p^{10}+1$.

745. Щосереди в аптеці «Будьте здорові» діє 15-відсоткова знижка для пенсіонерів. Скільки грошей заощадить пенсіонер, придбавши ліки в середу, якщо роздрібна ціна цих ліків становить 580 грн?

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

580 · 0,15 = 87 (грн) – заощадить пенсіонер.

Відповідь: 87 грн.

746. Подайте вираз у вигляді многочлена:

1) $(x - 3)(x + 3) = x^2 + 3x - 3x - 9 = x^2 - 9$;

2) $(y + 2)(y - 2) = y^2 - 2y + 2y - 4 = y^2 - 4$;

3) $(1 + m)(1 - m) = 1 - m + m - m^2 = 1 - m^2$;

4) $(4 - a)(4 + a) = 16 + 4a - 4a - a^2 = 16 - a^2$.

747. Є піскові годинники двох видів: одним відміряють 7 хв, а другим — 11 хв. Як за допомогою цих годинників відміряти точно 15 хв?

Ставимо годинники одночасно: 7 хв і 11 хв, отримаємо 4 хв. Потім ставимо годинник, який відмічає 11 хв. Всього 4 хв + 11 хв = 15 хв.

§18. Множення різниці двох виразів на їх суму

748. (*Усно.*) Які з рівностей є тотожностями:

1) $(a - c)(a + c) = a^2 - c^2$, тотожність;

2) $(m + p)(m - p) = m^2 + p^2$, ні;

3) $(y - x)(y + x) = (y - x)^2$ ні;

4) $(d + n)(d - n) = n^2 - d^2$, ні.

749. Закінчіть запис:

1) $(c - 5)(c + 5) = c^2 - 5^2 = c^2 - 25$;

2) $(b + 7)(b - 7) = b^2 - 7^2 = b^2 - 49$.

750. Знайдіть добуток:

1) $(c - d)(c + d) = c^2 - d^2$;

2) $(p + a)(p - a) = p^2 - a^2$.

751. Виконайте множення двочленів:

1) $(b + t)(b - t) = b^2 - t^2$;

2) $(a - t)(a + t) = a^2 - t^2$.

752. Виконайте множення:

1) $(p - 9)(p + 9) = p^2 - 81$;

2) $(5 + x)(5 - x) = 25 - x^2$;

3) $(3 - c)(3 + c) = 9 - c^2$;

4) $(7 + y)(y - 7) = y^2 - 49$.

753. Перетворіть на многочлен:

1) $(m - 2)(m + 2) = m^2 - 4$;

2) $(7 + a)(7 - a) = 49 - a^2$;

3) $(4 - x)(4 + x) = 16 - x^2$;

4) $(11 + b)(b - 11) = b^2 - 121$.

754. Подайте добуток у вигляді многочлена:

1) $(2x - 3)(2x + 3) = 4x^2 - 9$;

2) $(3p + 8)(3p - 8) = 9p^2 - 64$;

3) $(4 + 5a)(5a - 4) = 25a^2 - 16$;

4) $(3m - 4p)(4p + 3m) = 9m^2 - 16p^2$;

5) $(7a + 10b)(10b - 7a) = 100b^2 - 49a^2$;

6) $\left(\frac{1}{4}p - \frac{1}{7}q\right)\left(\frac{1}{7}q + \frac{1}{4}p\right) = \left(\frac{1}{4}p - \frac{1}{7}q\right)\left(\frac{1}{4}p + \frac{1}{7}q\right) = \left(\frac{1}{4}p\right)^2 - \left(\frac{1}{7}q\right)^2 = \frac{1}{16}p^2 - \frac{1}{49}q^2$.

755. Виконайте множення:

1) $(p - 2m)(p + 2m) = p^2 - 4m^2$.

2) $(2p + 7)(2p - 7) = 4p^2 - 49$;

3) $(2c + 5)(5 - 2c) = 25 - 4c^2$;

4) $(8a - 0{,}3x)(0{,}3x + 8a) = 64a^2 - 0{,}09x^2$;

5) $(0{,}1p + q)(q - 0{,}1p) = q^2 - 0{,}01p^2$;

6) $\left(\frac{2}{7}a - \frac{3}{5}b\right)\left(\frac{2}{7}a + \frac{3}{5}b\right) = \frac{4}{49}a^2 - \frac{9}{25}b^2$.

756. Заповніть у зошиті таблицю за зразком:

Вираз 1	Вираз 2	Добуток різниці виразів	Різниця квадратів виразів
$3a$	b	$(3a - b)(3a + b)$	$9a^2 - b^2$
$5m$	$2n$	$(5m - 2n)(5m + 2n)$	$25m^2 - 4n^2$
$\frac{1}{2}x$	$3y$	$(\frac{1}{2}x - 3y)(\frac{1}{2}x + 3y)$	$\frac{1}{4}x^2 - 9y^2$
$0{,}1p$	$0{,}7q$	$(0{,}1p - 0{,}7q)(0{,}1p + 0{,}7q)$	$0{,}01p^2 - 0{,}49q^2$
$\frac{1}{7}c$	$\frac{1}{3}d$	$(\frac{1}{7}c - \frac{1}{3}d)(\frac{1}{7}c + \frac{1}{3}d)$	$\frac{1}{49}c^2 - \frac{1}{9}d^2$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

757. Виконайте дії:

1) $16 + (3a + 4)(3a - 4) = 16 + (9a^2 - 16) = 16 + 9a^2 - 16 = 9a^2$;

2) $(5m - 3)(5m + 3) - 25m^2 = 25m^2 - 9 - 25m^2 = -9m^2$.

758. Спростіть вираз:

1) $(8x - 5)(8x + 5) + 25 = 64x^2 - 25 + 25 = 64x^2$;

2) $9m^2 + (5 - 3m)(5 + 3m) = 9m^2 + (25 - 9m^2) = 25$;

3) $(2b - 3)(2b + 3) - 4b^2 = 4b^2 - 9 - 4b^2 = -9$;

4) $(4a + 7)(7 - 4a) - 49 = 49 - 16a^2 - 49 = -16a^2$.

759. Розв'яжіть рівняння:

1) $3x = (2x - 3)(2x + 3) - 4x^2$;

$3x = 4x^2 - 9 - 4x^2$;

$3x = -9$;

$x = -9 : 3$;

$x = -3$.

Відповідь: -3.

2) $9x^2 + (8 - 3x)(8 + 3x) = 4x$;

$9x^2 + 64 - 9x^2 = 4x$;

$4x = 64$;

$x = 64 : 4$;

$x = 16$.

Відповідь: 16.

760. Знайдіть корені рівняння:

1) $8x = (5x - 4)(5x + 4) - 25x^2$;

$8x = 25x^2 - 16 - 25x^2$;

$8x = -16$;

$x = -16 : 8$;

$x = -2$.

Відповідь: -2.

2) $(9 - 4x)(9 + 4x) + 16x^2 = 3x$;

$81 - 16x^2 + 16x^2 = 3x$;

$3x = 81$;

$x = 81 : 3$;

$x = 27$.

Відповідь: 27.

761. Обчисліть зручним способом:

1) $(40 - 1)(40 + 1) = 40^2 - 1^2 = 1600 - 1 = 1599$.

2) $81 \cdot 79 = (80 + 1)(80 - 1) = 6400 - 1 = 6399$;

3) $1002 \cdot 998 = (1000 + 2)(1000 - 2) = 1000^2 - 2^2 = 1000000 - 4 = 999996$;

4) $1{,}03 \cdot 0{,}97 = (1 + 0{,}03)(1 - 0{,}03) = 1^2 - 0{,}03^2 = 1 - 0{,}0009 = 0{,}9991$.

762. Знайдіть значення виразу зручним способом:

1) $(80 + 2)(80 - 2) = 80^2 - 2^2 = 6400 - 4 = 6396$;

2) $59 \cdot 61 = (60 - 1)(60 + 1) = 60^2 - 1^2 = 3600 - 1 = 3599$;

3) $108 \cdot 92 = (100 + 8)(100 - 8) = 100^2 - 8^2 = 10000 - 64 = 9936$;

4) $12{,}3 \cdot 11{,}7 = (12 + 0{,}3)(12 - 0{,}3) = 12^2 - 0{,}3^2 = 144 - 0{,}09 = 143{,}91$

763. Подайте добуток у вигляді многочлена:

1) $(p^2 + 3q)(3q - p^2) = (3q)^2 - (p^2)^2 = 9q^2 - p^4$;

2) $(2a - m^3)(m^3 + 2a) = (2a)^2 - (m^3)^2 = 4a^2 - m^6$;

3) $(5a - b^2)(b^2 + 5a) = (5a)^2 - (b^2)^2 = 25a^2 - b^4$;

4) $(0{,}7m + n^2)(0{,}7m - n^2) = (0{,}7m)^2 - (n^2)^2 = 0{,}49m^2 - n^4$;

5) $(4t^2 - p^4)(4t^2 + p^4) = 16t^4 - p^8$;

6) $(3a^3 - 4b^4)(3a^3 + 4b^4) = (3a^3)^2 - (4b^4)^2 = 9a^6 - 16b^8$.

764. Виконайте множення:

1) $(1{,}7a - 1{,}4p^3)(1{,}4p^3 + 1{,}7a) = 2{,}89a^2 - 1{,}96p^6$;

2) $(3a^2 - \frac{1}{4}b^3)(\frac{1}{4}b^3 + 3a^2) = (3a^2 - \frac{1}{4}b^3)(3a^2 + \frac{1}{4}b^3) = 9a^4 - \frac{1}{16}b^6$;

3) $(5m^2n + \frac{1}{7}p^3)(\frac{1}{7}p^3 - 5m^2n) = (\frac{1}{7}p^3 + 5m^2n)(\frac{1}{7}p^3 - 5m^2n) = \frac{1}{49}p^6 - 25m^4n^2$;

4) $(\frac{2}{3}a^7 + 1{,}2y^8)(1{,}2y^8 - \frac{2}{3}a^7) = (1{,}2y^8 + \frac{2}{3}a^7)(1{,}2y^8 - \frac{2}{3}a^7) = 1{,}44y^{16} - \frac{2}{3}a^{14}$.

765. Виконайте множення:

1) $(5a + b^2)(b^2 - 5a) = (b^2)^2 - (5a)^2 = b^4 - 25a^2$;

2) $(4a^3 - d^2)(d^2 + 4a^2) = (4a^3)^2 - (d^2)^2 = 16a^6 - d^4$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

3) $(0,7p - m^7)(m^7 + 0,7p) = (0,7p)^2 - (m^7)^2 = 0,49p^2 - m^{14}$;

4) $(\frac{1}{5}m^2 + 3b^7)(3b^7 + \frac{1}{5}m^2) = (3b^7)^2 - (\frac{1}{5}m^2)^2 = 9b^{14} - \frac{1}{25}m^4$;

5) $(0,2a^2b - 0,3ab^2)(0,2a^2b + 0,3ab^2) = (0,2a^2b)^2 - (0,3ab^2)^2 = 0,04a^4b^2 - 0,09a^2b^4$;

6) $(1,2p^7 - \frac{2}{3}a^8)(\frac{2}{3}a^8 + 1,2p^7) = (1,2p^7)^2 - (\frac{2}{3}a^8)^2 = 1,44p^{14} - \frac{4}{9}a^{16}$.

766. Подайте у вигляді многочлена:

1) $(-a^2 + 7)(7 + a^2) = 7^2 - (a^2)^2 = 49 - a^4$;

2) $(-p^2 - q^7)(p^2 - q^7) = -(p^2 + q^7)(p^2 - q^7) - ((p^2)^2 - (q^7)^2) = -(p^4 - q^{14}) = q^{14} - p^4$;

3) $(-8m - 5p)(-8m + 5p) = (5p - 8m)(-8m - 5p) = (8m - 5p)(8m + 5p) =$
$= (8m)^2 - (5p)^2 = 64m^2 - 25p^2$;

4) $(-2a^3 - 3b)(-3b + 2a^3) = -(2a^3 + 3b)(2a^3 - 3b) = (3b - 2a^3)(2a^3 + 3b) =$
$= (3b)^2 - (2a^3)^2 = 9b^2 - 4a^6$.

767. Спростіть вираз:

1) $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a^2)^2 - (b^2)^2 = a^4 - b^4$;

2) $(2a + x)(4a^2 + x^2)(2a - x) = ((2a)^2 - x^2)(4a^2 + x^2) = (4a^2 - x^2)(4a^2 + x^2) =$
$= (4a^2)^2 - (x^2)^2 = 16a^4 - x^4$;

3) $(c^3 + d^2)(c^3 - d^2)(d^4 + c^6) = ((c^3)^2 - (d^2)^2)(d^4 + c^6) = (c^6 - d^4)(d^4 + c^6) = (c^6)^2 - (d^4)^2 = c^{12} - d^8$;

4) $(-x - y)(x - y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4) = -(x + y)(x - y)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4) =$
$= -(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x^4 + y^4) = -(x^4 - y^4)(x^4 + y^4) = (y^4 - x^4)(x^4 + y^4) = (y^4)^2 - (x^4)^2 = y^8 - x^8$.

768. Перетворіть на многочлен:

1) $(-a^7 + b^5)(a^7 + b^5) = (b^5 - a^7)(a^7 + b^5) = (b^5)^2 - (a^7)^2 = b^{10} - a^{14}$;

2) $(-0,1m^3 - p^4)(0,1m^3 - p^4) = -(0,1m^3 + p^4)(-0,1m^3 - p^4) = (p^4 - 0,1m^3)(0,1m^3 + p^4) =$
$= (p^4)^2 - (0,1m^3)^2 = p^8 - 0,01m^6$;

3) $(3x - 2p)(3x + 2p)(9x^2 + 4p^2) = (9x^2 - 4p^2)(9x^2 + 4p^2) = 81x^4 - 16p^4$;

4) $(-a^2 - 5b^3)(a^2 - 5b^3)(a^4 + 25b^6) = -(a^2 + 5b^3)(a^2 - 5b^3)(a^4 + 25b^6) =$
$= -(a^4 - 25b^3)(a^4 + 25b^3) = (25b^3 - a^4)(a^4 + 25b^3) = (25b^3)^2 - (a^4)^2 = 625b^6 - a^8$.

769. Замість «зірочок» запишіть такі одночлени, щоб утворилася тотожність:

1) $(2a + 7b)(2a - 7b) = 4a^2 - 49b^2$;

2) $(0,5m^2 - 9p)(0,5m^2 + 9p) = 0,25m^4 - 81p^2$;

3) $100a^8 - 9b^6 = (10a^4 + 3b^3)(10a^4 - 3b^3)$;

4) $(4x - 3y)(4x + 3y) = 16x^2 - 9y^2$.

770. Знайдіть корені рівняння:

1) $8x(1 + 2x) - (4x + 1)(4x - 1) = 17$;
$8x + 16x^2 - (16x^2 - 1) = 17$;
$8x + 16x^2 - 16x^2 + 1 = 17$;
$8x = 17 - 2$;
$8x = 16$;
$x = 16 : 8$;
$x = 2$.
Відповідь: 2.

2) $x - 12x(1 - 3x) = 14 - (5 - 6x)(6x + 5)$;
$x - 12x + 36x^2 = 14 - (25 - 36x^2)$;
$x - 12x + 36x^2 = 14 - 25 + 36x^2$;
$-11x = -11$;
$x = -11 : (-11)$;
$x = 1$.
Відповідь: 1.

3) $(4x + 1)(4x - 1) + (2x - 3)^2 = 5x(4x - 11)$;
$16x^2 - 1 + 4x^2 - 12x + 9 = 20x^2 - 55x$;
$-12x + 55x = 1 - 9$;
$43x = -8$;
$x = -8 : 43$;
$x = -\frac{8}{43}$.
Відповідь: $-\frac{8}{43}$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

771. Розв'яжіть рівняння:

1) $5x(4x - 1) - (6x - 1)(6x + 1) = (4x + 3)(3 - 4x)$;
$20x^2 - 5x - (36x^2 - 1) = 9 - 16x^2$;
$20x^2 - 5x - 36x^2 + 1 = 9 - 16x^2$;
$20x^2 - 5x - 36x^2 + 16x^2 = 9 - 1$;
$-5x = 8$;
$x = 8 : (-5)$;
$x = -1{,}6$.
Відповідь: $-1{,}6$.

2) $(3x - 4)(3x + 4) - (5x - 2)(5x + 2) = 2x(1 - 8x)$;
$9x^2 - 16 - (25x^2 - 4) = 2x - 16x^2$;
$9x^2 - 16 - 25x^2 + 4 = 2x - 16x^2$;
$-2x = 16 - 4$;
$-2x = 12$;
$x = 12 : (-2)$;
$x = -6$.
Відповідь: -6.

3) $(5x - 4)^2 - 2x(8x - 5) = (3x - 2)(3x + 2)$;
$25x^2 - 40x + 16 - 16x^2 + 10x = 9x^2 - 4$;
$9x^2 - 40x - 9x^2 + 10x = -16 - 4$;
$-30x = -20$;
$x = -20 : (-30)$;
$x = \frac{2}{3}$.
Відповідь: $\frac{2}{3}$.

772. Спростіть вираз:

1) $(a + 3)^2 - (a + 3)(a - 3) = a^2 + 6a + 9 - (a^2 - 9) = a^2 + 6a + 9 - a^2 + 9 = 6a + 18$;
2) $(8x - 3y)(8x + 3y) - (3x - 8y)^2 = 64x^2 - 9y^2 - (9x^2 - 48xy + 64y^2) =$
$= 64x^2 - 9y^2 - 9x^2 + 48xy - 64y^2 = 55x^2 + 48xy - 73y^2$;
3) $(b - 3)^2(b + 3)^2 = ((b - 3)(b + 3))^2 = (b^2 - 9)^2 = b^4 - 18b^2 + 81$;
4) $(a + 5)^2(5 - a)^2 = ((5 - a)(a + 5))^2 = (25 - a^2)^2 = 625 - 50a^2 + a^4$.

773. Спростіть вираз:

1) $(c - 2)^2 - (c - 3)(c + 3) = c^2 - 4c + 4 - (c^2 - 9) = c^2 - 4c + 4 - c^2 + 9 = -4c + 13$;
2) $(9x - 2y)(9x + 2y) - (5x - 2y)^2 = 81x^2 - 4y^2 - (25x^2 - 20xy + 4y^2) =$
$= 81x^2 - 4y^2 - 25x^2 + 20xy - 4y^2 = 56x^2 - 8y^2 + 20xy$;
3) $(a + 6)^2(a - 6)^2 = ((a + 6)(a - 6))^2 = (a^2 - 36)^2 = a^4 - 72a^2 + 1296$;
4) $(2 - m)^2(2 + m)^2 = ((2 - m)(2 + m))^2 = (4 - m^2)^2 = 16 - 8m^2 + m^4$.

774. Доведіть, що квадрат будь-якого цілого числа завжди на одиницю більший за добуток попереднього йому й наступного за ним чисел.

Нехай x — будь-яке ціле число, тоді попереднє до нього — $x - 1$, а наступне — $x + 1$.
Маємо: $x^2 - (x - 1)(x + 1) = x^2 - (x^2 - 1) = 1$ — що і треба було довести.

775. Виконайте множення, використавши формули скороченого множення:

1) $((x + y) + 1)((x + y) - 1) = (x + y)^2 - 1^2 = x^2 + 2xy + y^2 - 1$;
2) $(a + b + c)(a - (b + c)) = a^2 - (b + c)^2 = a^2 - b^2 - 2bc - c^2$;
3) $(m + n + 2p)(m + n - 2p) = (m + n)^2 - (2p)^2 = m^2 + 2mn + n^2 - 4p^2$;
4) $(x - y - 2)(x + y + 2) = (x - (y + 2))(x + (y + 2)) = x^2 - (y + 2)^2 = x^2 - y^2 - 2y - 4$.

776. Обчисліть:

$2{,}7\left(8\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36}\right) - 4\frac{1}{3} : 0{,}65 = 2{,}7 \cdot 6\frac{4}{36} - \frac{13}{3} : \frac{65}{100} = \frac{27}{10} \cdot 6\frac{1}{9} - \frac{13}{3} \cdot \frac{100}{65} = \frac{27}{10} \cdot \frac{55}{9} - \frac{20}{3} = \frac{33}{2} - \frac{20}{3} = \frac{59}{6}$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

777. Щоб заасфальтувати деяку ділянку дороги за певний час, бригада шляховиків мала асфальтувати по 15 м^2 щогодини. Натомість щогодини вони асфальтували на 3 м^2 більше, тому за 2 год до закінчення терміну їм залишилося заасфальтувати 12 м^2. Якою була площа ділянки та скільки годин її мали асфальтувати?

Бригада мала щогодини асфальтувати по 15 м^2, а асфальтувала 15 + 3 = 18 (м^2) щогодини. Нехай вони повинні були працювати x годин, а працювали (x − 2) години. Вони мали заасфальтувати ділянку площею 15x м^2, а заасфальтували 18(x − 2) м^2.

Рівняння: $15x = 18(x - 2) + 12$;

$15x = 18x - 36 + 12$;

$15x - 18x = -36 + 12$;

$-3x = -24$;

$x = -24 : (-3)$;

$x = 8$.

8 годин мали асфальтувати ділянку площею $15 \cdot 8 = 120$ (м^2).

Відповідь: 8 годин; 120 м^2.

778.

Коли українці обчислюють «індекс борщу», тобто ціну набору продуктів для приготування 5 л класичної української страви, то роблять це за одним із численних рецептів. Так, у 2019 році такий набір коштував у середньому 74,4 грн, при цьому мінімальна зарплата в Україні становила 4173 грн. У 2023 році згаданий набір коштував у середньому 99,2 грн, при цьому мінімальна зарплата в Україні становила 6700 грн. Скільки каструль борщу можна було зварити на мінімальну зарплату в 2023 році? Зробіть висновки.



Коли українці обчислюють «індекс борщу», тобто ціну набору продуктів для приготування 5 л класичної української страви, то роблять це за одним з багаточисельних рецептів (див. мал.). Так у 2019 році такий набір коштував у середньому 74,4 грн, при цьому мінімальна зарплата в Україні становила 4173 грн. У 2023 році згаданий набір коштував у середньому 99,2 грн, при цьому мінімальна зарплата в Україні становила 6700 грн. Скільки каструль борщу можна було зварити на мінімальну зарплату в 2023 році? Зробіть висновки.

1) 4173 : 74,4 ≈ 56 (каструль) в 2019 році.

2) 6700 : 99,2 ≈ 67 (каструль) – в 2023 році;

Мінімальна зарплата збільшилась більше ніж ціни на продукти.

779. Нехай a_1; a_2; a_3 – натуральні числа, b_1; b_2; b_3 – ці самі числа, записані в іншому порядку. Доведіть, що добуток $|a_1 - b_1| \cdot |a_2 - b_2| \cdot |a_3 - b_3|$ є парним числом.

Можливі наступні варіанти комбінацій:

1) Всі числа непарні;

2) всі числа парні;

3) два непарних, одно парне;

4) два парних, одно непарне.

Якщо підставити ці числа у формулу $|a_1 - b_1| \cdot |a_2 - b_2| \cdot |a_3 - b_3|$, отримаємо:

1) Добуток трьох парних чисел;

2) добуток трьох парних чисел;

3) добуток двох непарних чисел і одного парного;

4) добуток двох непарних чисел і одного парного.

Отже, добуток завжди парне число.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

§19. Розкладання на множники різниці квадратів двох виразів

780. (*Усно.*) Які з рівностей є тотожностями:
1) $c^2 - d^2 = (c - d)(c - d)$, не тотожність;
2) $p^2 - t^2 = (p + t)(p - t)$, тотожність;
3) $a^2 + b^2 = (a + b)(a + b)$, не тотожність;
4) $3^2 - b^2 = (3 - b)(3 + b)$, тотожність.

781. Доберіть замість пропусків такий двочлен, щоб рівність перетворилася на тотожність:
1) $a^2 - 1 = (a - 1)(a + 1)$; **2)** $4 - m^2 = (2 - m)(2 + m)$.

782. Доберіть замість пропусків такий вираз, щоб рівність перетворилася на тотожність:
1) $p^2 - 1 = (p - 1)(p + 1)$; **2)** $9 - c^2 = (3 - c)(3 + c)$.

783. (Усно.) Розкладіть на множники:
1) $a^2 - 4 = (a - 2)(a + 2)$; **2)** $36 - b^2 = (6 - b)(6 + b)$;
3) $4x^2 - 25m^2 = (2x - 5m)(2x + 5m)$; **4)** $x^2y^2 - 1 = (xy - 1)(xy + 1)$.

784. Подайте многочлен у вигляді добутку різниці та суми:
1) $a^2 - 25 = (a - 5)(a + 5)$; **2)** $16 - p^2 = (4 - p)(4 + p)$;
3) $d^2 - 1{,}44 = (d - 1{,}2)(d + 1{,}2)$; **4)** $0{,}09 - m^2 = (0{,}3 - m)(0{,}3 + m)$;
5) $b2 - \frac{4}{9} = (b - \frac{2}{3})(b + \frac{2}{3})$; **6)** $\frac{25}{36} - c^2 = (\frac{5}{6} - c)(\frac{5}{6} + c)$.

785. Розкладіть на множники:
1) $36a^2 - b^2 = (6a - b)(6a + b)$;
2) $-a^2 + b^2 = b^2 - a^2 = (b - a)(b + a)$;
3) $49x^2 - 64 = (7x - 8)(7x + 8)$;
4) $9m^2 - 16n^2 = (3m - 4n)(3m + 4n)$;
5) $-100m^2 + 121k^2 = 121k^2 - 100m^2 = (11k - 10m)(11k + 10m)$;
6) $0{,}25 - a^2b^2 = (0{,}5 - ab)(0{,}5 + ab)$;
7) $16m^2a^2 - 0{,}01 = (4ma - 0{,}1)(4ma + 0{,}1)$;
8) $p^2 - c^2d^2 = (p - cd)(p + cd)$;
9) $81p^2m^2 - n^2 = (9pm - n)(9pm + n)$.

786. Подайте многочлен у вигляді добутку різниці та суми:
1) $a^2 - 64 = (a - 8)(a + 8)$;
2) $0{,}25 - b^2 = (0{,}5 - b)(0{,}5 + b)$;
3) $-81 + 36x^2 = (6x - 9)(6x + 9)$;
4) $169p^2 - q^2 = (13p - q)(13p + q)$;
5) $400a^2 - 25m^2 = (20a - 5m)(20a + 5m)$;
6) $49a^2b^2 - 16 = (7ab - 4)(7ab + 4)$;
7) $900 - a^2b^2 = 30^2 - (ab)^2 = (30 - ab)(30 + ab)$;
8) $c^2d^2 - 4m^2 = (cd)^2 - (2m)^2 = (cd - 2m)(cd + 2m)$;
9) $100a^2b^2 - 0{,}16m^2 = (10ab)^2 - (0{,}4m)^2 = (10ab - 0{,}4m)(10ab + 0{,}4m)$.

787. Обчисліть, застосовуючи формулу різниці квадратів:
1) $67^2 - 57^2 = (67 - 57)(67 + 57) = 1240$;
2) $43^2 - 53^2 = (43 - 53)(43 + 53) = 960$;
3) $112^2 - 88^2 = (112 + 88)(112 - 88) = 200 \cdot 24 = 4800$;
4) $21{,}5^2 - 21{,}4^2 = (21{,}5 - 21{,}4)(21{,}5 + 21{,}4) = 0{,}1 \cdot 42{,}9 = 4{,}29$;
5) $0{,}725^2 - 0{,}275^2 = (0{,}725 - 0{,}275)(0{,}725 + 0{,}275) = 0{,}45 \cdot 1 = 0{,}45$;
6) $(5\frac{2}{3})^2 - (4\frac{1}{3})^2 = (5\frac{2}{3} - 4\frac{1}{3})(5\frac{2}{3} + 4\frac{1}{3}) = 1\frac{1}{3} \cdot 10 = \frac{4}{3} \cdot 10 = \frac{40}{3}$.

788. Обчисліть зручним способом:
1) $43^2 - 33^2 = (43 - 33)(43 + 33) = 10 \cdot 76 = 760$;

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

2) $27^2 - 37^2 = (27 - 37)(27 + 37) = -10 \cdot 64 = -640$;
3) $0{,}97^2 - 0{,}03^2 = (0{,}97 - 0{,}03)(0{,}97 + 0{,}03) = 0{,}94 \cdot 1 = 0{,}94$.

789. Знайдіть значення виразу $x^2 - y^2$,
1) Якщо $x = 55$, $y = 45$, то
$(x - y)(x + y) = (55 - 45)(55 + 45) = 10 \cdot 100 = 1000$;
2) Якщо $x = 2{,}01$; $y = 1{,}99$, то
$(x - y)(x + y) = (2{,}01 - 1{,}99)(2{,}01 + 1{,}99) = 0{,}02 \cdot 4 = 0{,}08$.

790. Розв'яжіть рівняння:
1) $x^2 - 16 = 0$;
$(x - 4)(x + 4) = 0$;
$x - 4 = 0$; $x = 4$ або
$x + 4 = 0$; $x = -4$.
Відповідь: 4; −4.

2) $\frac{1}{9} - x^2 = 0$;
$(\frac{1}{3} - x)(\frac{1}{3} + x) = 0$;
$\frac{1}{3} - x = 0$; $-x = -\frac{1}{3}$; $x = \frac{1}{3}$;
або $\frac{1}{3} + x = 0$; $x = -\frac{1}{3}$.
Відповідь: $\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{3}$.

3) $y^2 - 0{,}25 = 0$;
$(y - 0{,}5)(y + 0{,}5) = 0$;
$y - 0{,}5 = 0$; $y = 0{,}5$
або $y + 0{,}5 = 0$; $y = -0{,}5$.
Відповідь: 0,5; −0,5.

4) $4x^2 - 9 = 0$;
$(2x - 3)(2x + 3) = 0$;
$2x - 3 = 0$; $2x = 3$; $x = 1{,}5$;
або $2x + 3 = 0$; $2x = -3$; $x = -1{,}5$.
Відповідь: 1,5; −1,5.

791. Знайдіть корені рівняння:
1) $x^2 - 36 = 0$;
$(x - 6)(x + 6) = 0$;
$x - 6 = 0$; $x = 6$ або
$x + 6 = 0$; $x = -6$.
Відповідь: 6; −6.

2) $y^2 - \frac{1}{16} = 0$;
$(y - \frac{1}{4})(y + \frac{1}{4}) = 0$; $y = \frac{1}{4}$;
або $y = -\frac{1}{4}$.
Відповідь: $\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{4}$.

3) $0{,}49 - x^2 = 0$;
$(0{,}7 - x)(0{,}7 + x) = 0$;
$0{,}7 - x = 0$; $x = 0{,}7$ або
$0{,}7 + x = 0$; $x = -0{,}7$.
Відповідь: 0,7; −0,7.

4) $64y^2 - 49 = 0$;
$(8y - 7)(8y + 7) = 0$;
$8y - 7 = 0$; $8y = 7$; $y = \frac{7}{8}$;
або $8y + 7 = 0$; $8y = -7$; $y = -\frac{7}{8}$.
Відповідь: $\frac{7}{8}$; $-\frac{7}{8}$.

792. Розкладіть на множники:
1) $c^4 - m^6 = (c^2)^2 - (m^3)^2 = (c^2 - m^3)(c^2 + m^3)$;
2) $p^8 - a^{10} = (p^4)^2 - (a^5)^2 = (p^4 - a^5)(p^4 + a^5)$;
3) $a^6 - 9m^4 = (a^3)^2 - (3m^2)^2 = (a^3 - 3m^2)(a^3 + 3m^2)$;
4) $100a^6 - 25x^8 = (10a^3 - 5x^4)(10a^3 + 5x^4)$;
5) $0{,}49 - m^4p^{12} = (0{,}7)^2 - (m^2p^6)^2 = (0{,}7 - m^2p^6)(0{,}7 + m^2p^6)$;
6) $36x^2c^{14} - 0{,}16d^4 = (6xc^7)^2 - (0{,}4d^2)^2 = (6xc^7 - 0{,}4d^2)(6xc^7 + 0{,}4d^2)$;
7) $\frac{25}{49}a^8 - \frac{36}{49}b^6c^2 = (\frac{5}{7}a^4)^2 - (\frac{6}{7}b^3c)^2 = (\frac{5}{7}a^4 - \frac{6}{7}b^3c)(\frac{5}{7}a^4 + \frac{6}{7}b^3c)$;
8) $-0{,}01m^2 + 0{,}81x^6y^8 = (0{,}9x^3y^4)^2 - (0{,}1m)^2 = (0{,}9x^3y^4 - 0{,}1m)(0{,}9x^3y^4 + 0{,}1m)$;
9) $1\frac{7}{9}t^{20}a^{24} - 1\frac{11}{25}p^{16}q^{18} = \frac{16}{9}t^{20}a^{24} - \frac{36}{25}p^{16}q^{18} = (\frac{4}{3}t^{10}a^{12})^2 - (\frac{6}{5}p^8q^9)^2 =$
$= (\frac{4}{3}t^{10}a^{12} - \frac{6}{5}p^8q^9)(\frac{4}{3}t^{10}a^{12} + \frac{6}{5}p^8q^9)$.

793. Розкладіть на множники:
1) $a^8 - 16m^6 = (a^4 - 4m^3)(a^4 + 4m^3)$;

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

2) $36c^6 - 49a^{10} = (6c^3 - 7a^5)(6c^8 + 7a^5)$;
3) $0{,}25 - m^{12}a^2 = (0{,}5)^2 - (m^6a)^2 = (0{,}5 - m^6a)(0{,}5 + m^6a)$;
4) $-121p^8c^4 + 4a^2 = (2a)^2 - (11p^4c^2)^2 = (2a - 11p^4c^2)(2a + 11p^4c^2)$;
5) $-\frac{25}{36}a^2b^4 + \frac{36}{49}c^6 = \frac{36}{49}c^6 - \frac{25}{36}a^2b^4 = (\frac{6}{7}c^3)^2 - (\frac{5}{6}ab^2)^2 = (\frac{6}{7}c^3 - \frac{5}{6}ab^2)(\frac{6}{7}c^3 + \frac{5}{6}ab^2)$;
6) $2\frac{1}{4}a^2b^8 - 1\frac{9}{16}p^6c^{18} = \frac{9}{4}a^2b^8 - \frac{25}{16}p^6c^{18} = (\frac{3}{2}ab^4)^2 - (\frac{5}{4}p^3c^9)^2 = (\frac{3}{2}ab^4 + \frac{5}{4}p^3c^9)(\frac{3}{2}ab^4 + \frac{5}{4}p^3c^9)$.

794. Знайдіть значення виразу:

1) $\frac{100}{15^2 - 10^2} = \frac{100}{(15 - 10)(15 + 10)} = \frac{100}{5 \cdot 25} = \frac{4}{5}$;
2) $\frac{29^2 - 21^2}{80} = \frac{(29 - 21)(29 + 21)}{80} = \frac{8 \cdot 50}{80} = 5$;
3) $\frac{47^2 - 23^2}{48^2 - 22^2} = \frac{(47 - 23)(47 + 23)}{(48 - 22)(48 + 22)} = \frac{24 \cdot 70}{26 \cdot 70} = \frac{12}{13}$.

795. Подайте вираз у вигляді добутку:

1) $(x + 2)^2 - 1 = x^2 + 4x + 4 - 1 = x^2 + 4x + 3$;
2) $4 - (y + 3)^2 = 4 - y^2 - 6y - 9 - y^2 - 6y - 5$;
3) $(4m - 5)^2 - 16 = 16m^2 - 40m + 25 - 16 = 16m^2 - 40m + 9$;
4) $6{,}25 - (a - 3{,}5)^2 = 6{,}25 - (a^2 - 7a + 12{,}25) =$
$= 6{,}25 - a^2 + 7a - 12{,}25 = -6 - a^2 + 7a$;
5) $(2x - 5)^2 - 49 = 4x^2 - 20x + 25 - 49 = 4x^2 - 20x - 24$;
6) $1 - (2x + 1)^2 = 1 - (4x^2 + 4x + 1) = 1 - 4x^2 - 4x - 1 = -4x^2 - 4x$.

796. Розкладіть на множники:

1) $16x^2 - (1 + 3x)^2 = (4x - (1 + 3x)) \cdot (4x + (1 + 3x)) = (4x - 1 - 3x)(4x + 1 + 3x) =$
$= (x - 1)(2x + 1)$;
2) $(3y - 5)^2 - 16y^2 = (3y - 5 - 4y)(3y + 5 + 4y) = (-5 - y)(7y - 5)$;
3) $49m^2 - (a + 3m)^2 = (7m - (a + 3m)) \cdot (7m + (a + 3m)) = (4m - a)(10m + a)$;
4) $(5a - 2b)^2 - 25a^2 = (5a - 2b - 5a)(5a - 2b + 5a) = -2b(10a - 2b)$.

797. Розкладіть на множники:

1) $(p + 2)^2 - 9 = (p + 2 - 3)(p + 2 + 3) = (p - 1)(p + 5)$;
2) $16 - (m - 3)^2 = (4 - (m - 3))(4 + (m - 3)) = (7 - m)(1 + m)$;
3) $(3x - 2)^2 - 36 = (3x - 2 - 6)(3x - 2 + 6) = (3x - 8)(3x + 4)$;
4) $x^2 - (2x - 1)^2 = (x - (2x - 1))(x + 2x - 1) = (-x + 1)(3x - 1)$;
5) $(5a - 3b)^2 - 9b^2 = (5a - 3b - 3b)(5a - 3b + 3b) = (5a - 6b) \cdot 5a$;
6) $(3x + 4y)^2 - 100y^2 = (3x + 4y - 10y)(3x + 4y + 10y) = (3x - 6y)(3x + 14y)$.

798. Знайдіть корені рівняння:

1) $(x - 1)^2 - 25 = 0$;
$(x - 1 - 5)(x - 1 + 5) = 0$;
$x - 6 = 0$; $x = 6$ або
$x + 4 = 0$; $x = -4$.
Відповідь: 6; −4.

2) $49 - (2x + 5)^2 = 0$;
$(7 - (2x + 5))(7 + (2x + 5)) = 0$;
$(2 - 2x)(12 + 2x) = 0$;
$2 - 2x = 0$; $-2x = -2$; $x = 1$ або
$12 + 2x = 0$; $2x = -12$; $x = -6$.
Відповідь: 1; −6.

3) $(5x + 3)^2 = 64$;
$(5x + 3)^2 - 64 = 0$;
$(5x + 3 - 8)(5x + 3 + 8) = 0$;
$(5x - 5)(5x + 11) = 0$;
$5x - 5 = 0$; $5x = 5$; $x = 1$ або
$5x + 11 = 0$; $5x = -11$; $x = -\frac{11}{5}$.
Відповідь: 1; $-\frac{11}{5}$.

4) $(0{,}1x - 0{,}5)^2 = 0{,}36$;
$(0{,}1x - 0{,}5 - 0{,}6)(0{,}1x - 0{,}5 + 0{,}6) = 0$;
$(0{,}1x - 1{,}1)(0{,}1x + 0{,}1) = 0$;
$0{,}1x - 1{,}1 = 0$;
$0{,}1x = 1{,}1$; $x = 11$ або
$0{,}1x + 0{,}1 = 0$;
$0{,}1x = -0{,}1$; $x = -1$.
Відповідь: 11; −1.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

799. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x + 2)^2 - 36 = 0$;
$(x + 2 - 6)(x + 2 + 6) = 0$;
$(x - 4)(x + 8) = 0$;
$x - 4 = 0$; $x = 4$ або
$x + 8 = 0$; $x = -8$.
Відповідь: 4; −8.

2) $(5x - 4)^2 - 81 = 0$;
$(5x - 4 - 9)(5x - 4 + 9) = 0$;
$(5x - 13)(5x + 5) = 0$;
$5x - 13 = 0$; $5x = 13$; $x = \frac{13}{5}$;
або $5x + 5 = 0$; $5x = -5$; $x = -1$.
Відповідь: $\frac{13}{5}$; −1.

3) $(2x + 7)^2 = 49$;
$(2x + 7)^2 - 49 = 0$;
$(2x + 7 - 7)(2x + 7 + 7) = 0$;
$2x(2x + 14) = 0$;
$2x = 0$; $x = 0$ або
$2x + 14 = 0$; $2x = -14$; $x = -7$.
Відповідь: 0; −7.

4) $(0{,}2x - 0{,}5)^2 = 0{,}09$;
$(0{,}2x - 0{,}5 - 0{,}3)(0{,}2x - 0{,}5 + 0{,}3) = 0$;
$(0{,}2x - 0{,}8)(0{,}2x - 0{,}2) = 0$;
$0{,}2x = 0{,}8$; $x = 4$ або
$0{,}2x = 0{,}2$; $x = 1$.
Відповідь: 4; 1.

800. Доведіть, що для будь-якого натурального значення n значення виразу $(n + 7)^2 - n^2$ ділиться на 7.
$(n + 7)^2 - n^2 = (n + 7 - n)(n + 7 + n) = 7 \cdot (2n + 7)$ ділиться на 7.

801. Подайте вираз у вигляді добутку:
1) $a^6 - (b - 5a^3)^2 = (a^3 - (b - 5a^3))(a^3 + (b - 5a^3)) = (a^3 - b + 5a^3)(a^2 + b - 5a^3) = (6a^3 - b)(b - 4a^3)$;
2) $(-3m^2 + 4p)^2 - 9m^4 = (-3m^2 + 4p - 3m^2)(-3m^2 + 4p + 3m^2) = (-6m^2 + 4p) \cdot 4p$;
3) $(7x + 2y)^2 - (2x - 7y)^2 = (7x + 2y - 2x + 7y)(7x + 2y + 2x - 7y) = (5x + 9y)(9x - 5y)$;
4) $(a + b + c)^2 - (a + b - c)^2 = (a + b + c + a + b - c)(a + b + c - a - b + c) = (2a + 2b) \cdot 2c$;
5) $a^2(a + 1)^2 - c^8 = (a(a + 1) - c^4)(a(a + 1) + c^4) = (a^2 + a - c^4)(a^2 + a + c^4)$;
6) $(5a - b - 1)^2 - (5a + b - 1)^2 = (5a - b - 1 - 5a - b + 1)(5a - b - 1 + 5a + b - 1) = -2b(10a - 2)$.

802. Розкладіть на множники:
1) $(5a^2 - 3b)^2 - 16a^4 = (5a^2 - 3b - 4a^2)(5a^2 - 3b + 4a^2) = (a^2 - 3b)(9a^2 - 3b)$;
2) $m^8 - (3c - 2m^4)^2 = (m^4 - 3c + 2m^4)(m^4 + 3c - 2m^4) = (m^4 - 3c)(3c - m^4)$;
3) $(2a + 3b)^2 - (4a - 5b)^2 = ((2a + 3b) - (4a - 5b))((2a + 3b) + (4a - 5b)) =$
$= (2a + 3b - 4a + 5b)(2a + 3b + 4a - 5b) = (8b - 2a)(6a - 2b)$;
4) $(x - y + t)^2 - (x - y - t)^2 = ((x - y + t) - (x - y - t))((x - y + t) + (x - y - t)) =$
$= (x - y + t - x + y + t)(x - y + t + x - y - t) = 2t(2x - 2y)$.

803. Розв'яжіть рівняння:

1) $(3x - 4)^2 - (5x - 8)^2 = 0$;
$((3x - 4) - (5x - 8))((3x - 4) + (5x - 8)) = 0$;
$(3x - 4 - 5x + 8)(3x - 4 + 5x - 8) = 0$;
$(4 - 2x)(8x - 12) = 0$;
$4 - 2x = 0$; $-2x = -4$; $x = 2$ або
$8x - 12 = 0$; $8x = 12$; $x = \frac{12}{8}$; $x = 1{,}5$.
Відповідь: 2; 1,5.

2) $x^4 - 81 = 0$;
$(x^2)^2 - 9^2 = 0$;
$(x^2 - 9)(x^2 + 9) = 0$;
$(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9) = 0$;
$x - 3 = 0$; $x = 3$ або
$x + 3 = 0$; $x = -3$; $x^2 + 9 > 0$.
Відповідь: 3; −3.

3) $16x^4 - 1 = 0$;
$(4x^2 - 1)(4x^2 + 1) = 0$;
$(2x - 1)(2x + 1)(4x^2 + 1) = 0$;
$2x - 1 = 0$; $x = \frac{1}{2}$ або
$2x + 1 = 0$; $x = -\frac{1}{2}$; $4x^2 + 1 > 0$.
Відповідь: $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$.

4) $81x^2 + 4 = 0$; $81x^2 + 4 > 0$; рівняння не має коренів.
Відповідь: Не має коренів.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

804. Доведіть, що різниця квадратів двох послідовних цілих чисел, де зменшуваним є більше число, дорівнює сумі цих чисел.

n, n + 1 — два послідовні числа;
$(n + 1)^2 - n^2$ — різниця квадратів двох послідовних чисел;
n + (n + 1) — сума цих чисел.
$(n + 1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$;
n + (n + 1) = 2n + 1, що й треба довести.

805. Спростіть вираз:

1) $(t + 1)(t - 7) - (t - 1)(t + 7) = t^2 - 7t + t - 7 - (t^2 + 7t - t - 7) =$
$= t^2 - 7t + t - 7 - t^2 - 7t + t + 7 = -12t.$

2) $(a^3 - 2b)(a^2 + 2b) - (a^2 - 2b)(a^3 + 2b) = a^6 + 2ba^3 - 2ba^2 - 4b^2 - (a^6 + 2a^2b - 2a^3b - 4b^2) =$
$= a^6 + 2a^3b - 2a^2b - 4b^2 - a^6 - 2a^2b + 2a^3b + 4b^2 = 4a^3b - 4a^2b.$

806. Обчисліть, використовуючи формулу куба двочлена:

1) $(100 - 1)^3 = 100000 - 3 \cdot 10000 + 3 \cdot 100 - 1 = 970299;$
2) $41^3 = (40 + 1)^3 = 40^3 + 3 \cdot 40^2 \cdot 1 + 3 \cdot 40 \cdot 1 + 1^3 = 68921;$
3) $29^3 = (30 - 1)^3 = 30^3 - 3 \cdot 30^2 \cdot 1 - 3 \cdot 30 \cdot 1 - 1^3 = 24389;$
4) $0{,}99^3 = (1 - 0{,}1)^3 = 1 - 3 \cdot 1 \cdot 0{,}1 + 3 \cdot 1 \cdot 0{,}1^2 - 0{,}01 = 0{,}970299.$

807. Корабель пливе зі швидкістю 11 вузлів. Велосипедист долає 100 м за 18 с. Порівняйте швидкості корабля і велосипедиста. Зверніть увагу на малюнок.

1) 11 вузлів = 11 · 1,852 = 20,372 км/год – швидкість корабля;
2) 18 · 10 = 180 с = 180 : 60 = 3 (хв) – витрачає велосипедист щоб подолати 1 км;
3) 60 : 3 = 20 (км) – подолає велосипедист за 1 год;
Швидкість велосипедиста 20 км/год, корабля – 20,372 км/год.

808. Подайте у вигляді куба числа:

1) $1 = 1^3$; **2)** $27 = 3^3$; **3)** $64 = 4^3$; **4)** $216 = 6^3$.

809. Подайте у вигляді куба одночлен:

1) $x^6 = (x^2)^3$; **2)** $8y^3 = (2y)^3$; **3)** $1000m^{12} = (10m^4)^3$; **4)** $125p^3c^9 = (5pc^3)^3$.

810. Господиня має важільні терези й гирку масою 100 г. Як їй за чотири зважування відміряти 1,5 кг крупи?

За перше зважування можемо відважити 100 г крупи; за друге зважування на одну шальку ставимо гирьку і 100 г крупи, тоді для рівноваги на іншу шальку насипаємо 100 + 100 = 200 (г) крупи; за третє зважування на одну шальку ставимо гирьку і 100 + 200 = 300 (г) крупи, тоді для рівноваги на іншу шальку насипаємо 300 + 100 = 400 (г) крупи; за четверте зважування на одну шальку ставимо гирьку і 400 + 300 = 700 (г) крупи, тоді для рівноваги на іншу шальку насипаємо 700 + 100 = 800 (г) крупи; усього відважили 700 + 800 = 1500 (г) = 1,5 кг крупи.

§20. Сума і різниця кубів

811. (*Усно.*) Який з виразів є неповним квадратом різниці виразів x і y, а який – неповним квадратом їх суми:

Неповним квадратом суми виразів x і y є вираз 1) $x^2 + xy + y^2$,
а неповним квадратом різниці — вираз 5) $x^2 - xy + y^2$.

812. (*Усно.*) Які з рівностей є тотожностями:

1) $c^3 + d^3 = (c^2 + d^2)(c + d)$ — не є тотожність;
2) $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$ — тотожність;
3) $m^3 + n^3 = (m + n)(m^2 - mn + n^2)$ — тотожність;
4) $p^3 - t^3 = (p - t)(p^2 + 2pt + t^2)$ — не є тотожність.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

813. Серед рівностей виберіть ті, що є тотожностями:
1) $m^3 - p^3 = (m^2 - p^2)(m - p)$, ні;
2) $x^3 + a^3 = (x + a)(x^2 - xa + a^2)$ — тотожність;
3) $c^3 - d^3 = (c - d)(c^2 + cd + d^2)$ — тотожність;
4) $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - 2xy + y^2)$ні.

814. Розкладіть на множники:
1) $m^3 - p^3 = (m - p)(m^2 + mp + p^2)$;
2) $a^3 + d^3 = (a + d)(a^2 - ad + d^3)$;
3) $8 - a^3 = (2 - a)(4 + 2a + a^2)$;
4) $q^3 + 27 = (q + 3)(q^2 - 3q + 9)$;
5) $n^3 - 64 = (n - 4)(n^2 + 4n + 16)$;
6) $0{,}001 + t^3 = (0{,}1 + t)(0{,}01 - 0{,}1t + t^2)$.

815. Подайте вираз у вигляді суми або різниці кубів і розкладіть його на множники:
1) $8a^3 + 1 = (2a + 1)(4a^2 - 2a + 1)$;
2) $27 - \frac{1}{27}c^3 = (3 - \frac{1}{3}c)(9 + c + \frac{1}{9}c^2)$;
3) $y^3 + 64x^3 = (y + 4x)(y^2 - 4xy + 16x^2)$;
4) $0{,}125b^3 - 64y^3 = (0{,}5b - 4y)(0{,}25b^2 + 2by + 16y^2)$;
5) $1 + 1000m^3 = (1 + 10m)(1 - 10m + 100m^2)$;
6) $\frac{1}{125}a^3 - \frac{1}{216}b^3 = (\frac{1}{5}a - \frac{1}{6}b)(\frac{1}{25}a^2 + \frac{1}{30}ab + \frac{1}{36}b^2)$.

816. Розкладіть на множники:
1) $\frac{1}{27} + b^3 = (\frac{1}{3} + b)(\frac{1}{9} - \frac{1}{3}b + b^2)$;
2) $\frac{1}{8}x^3 - 8 = (\frac{1}{2}x - 2)(\frac{1}{4}x^2 + x + 4)$;
3) $1 + 125p^3 = (1 + 5p)(1 - 5p + 25p^2)$;
4) $0{,}064m^3 - \frac{1}{1000}n^3 = (0{,}4m - \frac{1}{10}n)(0{,}16m^2 + \frac{1}{25}mn + \frac{1}{100}n^2)$;
5) $\frac{27}{8}a^3 + \frac{8}{27}b^3 = (\frac{3}{2}a + \frac{2}{3}b)(\frac{9}{4}a^2 - ab + \frac{4}{9}b^2)$;
6) $216p^3 - \frac{1}{216}q^3 = (6p - \frac{1}{6}q)(36p^2 + pq + \frac{1}{36}q^2)$.

817. Подайте у вигляді многочлена:
1) $(x - y)(x^2 + xy + y^2) = x^3 - y^3$;
2) $(a + 3)(a^2 - 3a + 9) = a^3 + 27$;
3) $(1 - d + d^2)(1 + d) = 1 + d^3$;
4) $(m - 2)(m^2 + 2m + 4) = m^3 - 8$.

818. Перетворіть вираз на многочлен:
1) $(m + n)(m^2 - mn + n^2) = m^3 + n^3$;
2) $(m - 1)(m^2 + m + 1) = m^3 - 1$;
3) $(b + 4)(b^2 - 4b + 16) = b^3 + 64$;
4) $(25 + 5q + q^2)(5 - q) = 125 - q^3$.

819. Знайдіть значення виразу:
1) $(4p - 1)(16p^2 + 4p + 1) = 64p^3 - 1$.
Якщо $p = -0{,}25$, то $64 \cdot (-0{,}25)^3 - 1 = 64 \cdot (-\frac{1}{4})^3 - 1 = 64 \cdot (-\frac{1}{64}) - 1 = -1 - 1 = -2$.
2) $(2a + b)(4a^2 - 2ab + b^2) = 8a^3 + b^3$.
Якщо $a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$, то $8 \cdot (-\frac{1}{2})^3 + 2^3 = 8 \cdot (-\frac{1}{8}) + 8 = -1 + 8 = 7$.

820. Знайдіть значення виразу:
1) $(3x + 1)(9x^2 - 3x + 1) = 27x^3 + 1$.
Якщо $x = \frac{2}{3}$, то $27(\frac{2}{3})^3 + 1 = 27\frac{8}{27} = 8 + 1 = 9$.
2) $(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) = x^3 - 8y^3$.
Якщо $x = -2$, $y = 0{,}5$, то $(-2)^3 - 8 \cdot 0{,}5^3 = -8 - 8 \cdot 0{,}125 = -8 - 1 = -9$.

821. Розкладіть многочлен на множники:
1) $a^3 - b^6 = a^3 - (b^2)^3 = (a - b^2)(a^2 + ab^2 + b^4)$;
2) $t^{12} + c^9 = (t^4)^3 + (c^3)^3 = (t^4 + c^3)(t^8 - t^4c^3 + c^6)$;
3) $p^{18} + m^{24} = (p^6)^3 + (m^8)^3 = (p^6 + m^8)(p^{12} - p^6m^8 + m^{16})$;
4) $-c^3 + m^{15} = m^{15} - c^3 = (m^5)^3 - c^3 = (m^5 - c^3)(m^{10} + m^5c^3 + c^6)$;

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

5) $-\frac{1}{8}-a^{24}=-(\frac{1}{8}+a^{24})=-((\frac{1}{2})^3+(a^8)^3)=-(\frac{1}{2}+a^8)(\frac{1}{8}-\frac{1}{2}a^8+a^{16})$;
6) $-c^{99}-d^{60}=-(c^{99}+d^{60})=-((c^{33})^3+(d^{20})^3)=-(c^{33}+d^{20})(c^{60}-c^{33}d^{20}+d^{40})$;
7) $(x^3y^3+1)=(xy+1)(x^2y^2-xy+1)$;
8) $27-a^3b^9=3^3-(ab^3)^3=(3-ab^3)(9+3ab^3+a^3b^9)$;
9) $x^6y^{12}+m^{27}=(x^2y^4)^3+(m^3)^3=(x^2y^4+m^3)(x^4y^8-x^2y^4m^3+m^6)$;
10) $64m^6p^{21}-125x^3=(4m^2p^7)^3-5x=(4m^2p^7-5x)(16m^4p^{14}+20m^2p^7x+25x^2)$;
11) $\frac{1}{27}c^{24}m^{18}+27t^9=(\frac{1}{3}c^8m^6)^3+(3t^3)^3=(\frac{1}{3}c^8m^6+3t^3)(\frac{1}{9}c^{16}m^{12}-9t^6-c^8m^6t^3)$;
12) $343a^{18}b^{33}-0{,}001c^{36}=(7a^6b^{11})^3-(0{,}1c^{12})^3=$
$=(7a^6b^{11}-0{,}1c^{12})(49a^{12}b^{22}+0{,}7a^6b^{11}c^{12}+0{,}01c^{24})$.

822. Запишіть вираз у вигляді добутку:
1) $x^9-y^6=(x^3)^3-(y^2)^3=(x^3-y^2)(x^6+x^3y^2+y^4)$;
2) $-p^{12}-27=-(p^{12}+27)=-((p^4)^3+3^3)=-(p^4+3)(p^8-3p^4+9)=(p^4+3)(-p^8+3p^4-9)$;
3) $-a^9b^6+1=1-(a^3b^2)^3=(1-a^3b^2)(1+a^3b^2+a^6b^4)$;
4) $216p^{15}+0{,}008t^{18}=(6p^5)^3+(0{,}2t^6)^3=(6p^5+0{,}2t^6)(36p^{10}-1{,}2p^5t^6+0{,}04t^{12})$;
5) $64m^{21}c^3-p^{30}=(4m^7c)^3-(p^{10})^3=(4m^7c-p^{10})(16m^{14}c^2+4m^7cp^{10}+p^{20})$;
6) $512t^{24}p^{27}-729x^{33}=(8t^8p^9)^3-(9a^{11})^3=(8t^8p^9-9a^{11})(64t^{16}p^{18}+72t^8p^9a^{11}+81a^{22})$.

823. Виконайте множення:
1) $(b^3-d^2)(b^6+b^3d^2+d^4)=b^9-d^6$;
2) $(c^3+2p)(c^6-2pc^3+4p^2)=c^6+8p^3$;
3) $(9x^2+3xy+y^2)(3x-y)=27x^3-y^3$;
4) $(4c+3d)(16c^2-12cd+9d^2)=64c^3+27d^3$;
5) $(a^8-4a^4+16)(a^4+4)=a^{12}+64$;
6) $(5m^2-6p^3)(25m^4+30m^2p^3+36p^6)=125m^6-216p^9$.

824. Подайте у вигляді многочлена:
1) $(a^5-m^2)(a^{10}+a^5m^2+m^4)=a^{15}-m^6$;
2) $(25a^2-5ab+b^2)(5a+b)=125a^3+b^3$;
3) $(2x-7y^2)(4x^2+14xy^2+49y^4)=8x^3-343y^6$;
4) $(3p^2+4c^3)(9p^4-12p^2c^3+16c^6)=27p^6+64c^9$.

825. Виконайте дії:
1) $(a+2)(a^2-2a+4)-a(a^2-5)=a^3+8-a^3+5a=5a+8$;
2) $(b-3)(b^2+3b+9)-b(b-3)(b+3)=b^3-27-b(b^2-9)=b^3-27-b^3+9b=9b-27$;
3) $(x+4)(x^2-4x+16)-(x-1)(x^2+x+1)=x^3+64-(x^3-1)=x^3+64-x^3+1=65$;
4) $(2b^2-1)(4b^4+2b^2+1)-(2b^3+1)^2=8b^6-1-(4b^6+4b^3+1)=8b^6-1-4b^6-4b^3-1=$
$=-4b^6-4b^3-2$.

826. Спростіть вираз:
1) $(a-4)(a^2+4a+16)-a(a-2)(a+2)=a^8-64-a(a^2-4)=a^3-64-a^3+4a=4a-64$;
2) $(x^2+3)(x^4-3x^2+9)-(x^2-2)(x^4-2x^2+4)=x^6+27-x^6+8=35$;
3) $b(b-1)^2-(b-5)(b^2+5b+25)=b(b^2-2b+1)-(b^3-125)=b^3-2b^2+b^3+125=$
$=125+b-2b^2$;
4) $(a-1)(a^2+a+1)(a+1)(a^2-a+1)=(a^3-1)(a^3+1)=a^6-1$.

827. Знайдіть значення виразу:
1) $(2a+1)(4a^2-2a+1)-7a^3=8a^3+1-7a^3=a^3+1$.
Якщо $a=-2$, то
$(-2)^3+1=-8+1=-7$.
2) $(x^2+5xy+25y^2)(x-5y)+25y^3-x^3=x^3-125y^3+25y^3-x^3=-100y^3$.
Якщо $x=-2015$, то
$-100y^3=-100\times(0{,}1)^3=-100\times0{,}001=-0{,}1$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

828. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x-4)(x^2+4x+16)=x^3-8x$;
$x^3-64=x^3-8x$;
$8x=64$; $x=64:8$; $x=8$.
Відповідь: 8.

2) $(x^3+1)(x^6-x^3+1)=x^9-5x$;
$x^9+1=x^9-5x$;
$5x=-1$; $x=-1:5$; $x=-\frac{1}{5}$.
Відповідь: $-\frac{1}{5}$.

3) $(9x^2-6x+4)(3x+2)=3x(3x+4)(3x-4)+32$;
$27x^3+8=3x(9x^2-16)+32$;
$27x^3+8=27x^3-48x+32$;
$48x=32-8$;
$48x=24$; $x=\frac{24}{48}$; $x=\frac{1}{2}$.
Відповідь: $\frac{1}{2}$.

4) $8(\frac{1}{2}x-2)(\frac{1}{4}x^2+x+4)-x(x-3)^2=6x^2-46$;
$8(\frac{1}{8}x^3-8)-x(x^2-6x+9)=6x^2-46$;
$x^3-64-x^3+6x^2-9x=6x^2-46$;
$-9x=64-46$; $-9x=18$;
$x=18:(-9)$; $x=-2$.
Відповідь: -2.

829. Розв'яжіть рівняння:

1) $(x-2)(x^2+2x+4)=24x+x^3$;
$x^3-8=24x+x^3$;
$-24x=8$; $x=-\frac{8}{24}$; $x=-\frac{1}{3}$.
Відповідь: $-\frac{1}{3}$.

2) $(2x+1)(4x^2-2x+1)=2x(2x-3)(2x+3)+37$;
$8x^3+1=2x(4x^2-9)+37$;
$8x^3+1=8x^3-18x+37$;
$18x=37-1$; $18x=36$; $x=2$.
Відповідь: 2.

830. Розкладіть на множники:

1) $(a+3)^3-a3=(a+3-a)((a+3)^2+a(a+3)+a^2)=3\cdot(a^2+6a+9+a^2+3a+a^2)=$
$=3\cdot(3a^2+9a+9)=9(a^2+3a+3)$;

2) $(x-4)^3+8=(x-4+2)(x-4)^2-2(x-4)+4=$
$=(x-2)(x^2-8x+16-2x+8+4)=(x-2)(x^2-10x+28)$.

3) $27p^3-(p+1)^3=(3p-p-1)(9p^2+3p(p+1))+(p+1)^2)=$
$=(2p-1)(9p^2+3p^2+3p+p^2+2p+1)=(2p-1)(13p^2+5p+1)$;

4) $64x^3+(x-1)^3=(4x+x-1)(16x^2-4x(x-1)+(x-1)^2)=$
$=(5x-1)(16x^2-4x^2+4x+x^2-2x+1)=(5x-1)(13x^2+2x+1)$.

831. Розкладіть на множники:

1) $(a+1)^3+a^3=(a+1+a)(a^2+2a+1+a^2+a+a^2)=(2a+1)(3a^2+3a+1)$;

2) $(b-2)^3-8=(b-2-2)((b-2)^2+2(b-2)+4)=(b-4)(b^2-4b+4+2b-4+4)=$
$=(b-4)(b^2-2b+4)$;

3) $125b^3-(b-1)^3=(5b-(b-1))(25b^2+5b(b-1)+(b-1)^2)=$
$=(5b-b+1)(25b^2+5b^2-5b+b^2-2b+1)=(4b+1)(31b^2-7b+1)$;

4) $64a^3+(a+2)^3=(4a+a+2)(16a^2-4a(a+2)+(a+2)^2)=$
$=(5a+2)(16a^2-4a^2-8a+a^2+4a+4)=(5a+2)(13a^2-4a+4)$.

832. Доведіть, що дві останні цифри значення виразу 415^3+85^3 є нулями.
$415^3+85^3=(415+85)(415^2-415\cdot85+85^2)=500\cdot(415^2-415\cdot85+85^2)$.
Останні дві цифри значення виразу є нулями, бо один із множників 500.

833. Чи ділиться число 115^3-15^3 на 100?
$115^3-15^3=(115-15)(115^2+115\cdot15+15^2)=100(115^2+115\cdot15+15^2)$ ділиться на 100.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

834. Обчисліть значення виразу $\frac{57^3-43^3}{14}+57\cdot 43$ зручним способом.

$\frac{57^3-43^3}{14}+57\cdot 43=\frac{(57-43)(57^2+57\cdot 43+43^2)}{14}+57\cdot 43=\frac{14\cdot(57^2+57\cdot 43+43^2)}{14}+57\cdot 43=$

$=57^2+57\cdot 43+43^2+57\cdot 43=57^2+2\cdot 57\cdot 43+43^2=(57+43)^2=100^2=10000.$

835. Доведіть, що різниця натурального трицифрового числа і числа, записаного тими самими цифрами у зворотному порядку, ділиться на 11.

$abc-cba=100a+10b+c-100c-10b-a=99a-99c=99(a-c)=11\times 9(a-c)$ ділиться на 11.

836. В одній упаковці було 90 зошитів, а в другій − 30. Коли з першої взяли вдвічі більше зошитів, ніж з другої, то в першій упаковці залишилося в 5 разів більше зошитів, ніж у другій. По скільки зошитів залишилося в кожній упаковці?

Упаковка	Було	Стало	
I	90 зошитів	90 – 2x	у 5 разів більше
II	30 зошитів	30 – x	

Нехай x зошитів взяли з другої упаковки, а 2x зошитів взяли з першої упаковки.

Рівняння:

$90-2x=5(30-x)$;

$90-2x=150-5x$;

$-2x+5x=150-90$;

$3x=60$; $x=60:3$; $x=20$.

30 − 20 = 10 зошитів залишилося в другій упаковці, а 90 − 40 = 50 зошитів залишилося в першій упаковці.

Відповідь: 10 і 50.

837. У Марини Олегівни є дисконтна картка книгарні «Олімп», за умовами якої покупцю надається знижка в розмірі 12% від вартості покупки. Скільки Марина Олегівна заплатить за книжку вартістю 90 грн, якщо використає дисконтну картку?

$90\cdot(1-0{,}12)=90\cdot 0{,}88=79{,}2$ грн – заплатить за книжку.

838. Розкладіть на множники многочлен:

1) $a^3+a^2=a^2(a+1)$;

2) $3c^5-15c^2=3c^2(c^3-5)$;

3) $x^2+6x+9=(x+3)(x+3)$;

4) $9x^2-6x+1=(3x-1)(3x-1)$;

5) $0{,}81-y^2=(0{,}9-y)(0{,}9+y)$;

6) $0{,}25a^2-\frac{9}{16}b^2=(0{,}5a-\frac{3}{4}b)(0{,}5a+\frac{3}{4}b)$.

839. З українського фольклору. Жінка на базарі курей продавала. Першому покупцю вона продала половину всіх курей та ще пів курки. Другому – половину того, що залишилося, та ще пів курки. Третьому – половину того, що залишилося, та ще пів курки. Після цього з'ясувалося, що всіх курей продано, і задоволена жінка повернулася додому. Скільки курей вона винесла на продаж?

Нехай жінка винесла на продаж x курей. Перший покупець придбав у неї $(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2})$ курей. Після цього залишилося:

$x-(\frac{x}{2}+\frac{1}{2})=x-\frac{x}{2}-\frac{1}{2}=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$ (курей).

Другий покупець купив:

$\frac{1}{2}(\frac{x}{2}-\frac{1}{2})+\frac{1}{2}=\frac{x}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{x}{4}+\frac{1}{4}$ (курей).

Після цього залишилося:

$\frac{x}{2}-\frac{1}{2}-\frac{x}{4}-\frac{1}{4}=\frac{x}{4}-\frac{3}{4}$ (курей).

Третій покупець купив:

$\frac{1}{2}(\frac{x}{4}-\frac{3}{4})+\frac{1}{2}=\frac{x}{8}-\frac{3}{8}+\frac{1}{2}=\frac{x}{8}+\frac{1}{8}$ (курей):

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Рівняння:

$(\frac{x}{2}+\frac{1}{2})+(\frac{x}{4}+\frac{1}{4})+(\frac{x}{8}+\frac{1}{8})=x$;

$\frac{7x}{8}+\frac{7}{8}=x$;

$-\frac{1}{8}x=-\frac{7}{8}$;

$x=-\frac{7}{8}:(-\frac{1}{8})$;

$x=\frac{7}{8}\cdot\frac{8}{1}$;

$x=7$.

Відповідь: 7 курей.

§21. Застосування кількох способів розкладання многочленів на множники

840. (*Усно.*) З формул виберіть ті, що є тотожностями:

1) $(a+b)^2=a^2+ab+b^2$ — ні;

2) $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ — тотожність;

3) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ — тотожність;

4) $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$ — тотожність;

5) $a^3-b^3=(a-b)(a^2+2ab+b^2)$ — ні;

6) $a^2-b^2=(a-b)^2$ — ні.

841. Які з формул є тотожностями:

1) $(m-n)^2=m^2-mn+n^2$ — ні;

2) $x^3+y^3=(x+y)(x^2-2xy+y^2)$ — ні;

3) $p^2-q^2=(p-q)(p+q)$ — тотожність;

4) $(c+d)^2=c^2+2cd+d^2$ — тотожність;

5) $m^3-n^3=(m-n)(m^2+mn+n^2)$ — тотожність;

6) $a^2-b^2=(a+b)(a+b)$ — ні.

842. Закінчіть розкладання на множники:

1) $xa^2-9x=x(a^2-9)=x(a^2-3^2)=x(a-3)(a+3)$;

2) $bm^2-2mb+b=b(m^2-2m+1)=b(m-1)^2$.

843. (*Усно.*) Розкладіть на множники:

1) $ax^2-ay^2=a(x^2-y^2)=a(x-y)(x+y)$;

2) $mp^2-m=m(p^2-1)=m(p-1)(p+1)$;

3) $b^3-b=b(b^2-1)=b(b-1)(b+1)$.

844. Розкладіть на множники:

1) $5a^2-5b^2=5(a^2-b^2)=5(a-b)(a+b)$;

2) $ap^2-aq^2=a(p^2-q^2)=a(p-q)(p+q)$;

3) $2xm^2-2xn^2=2x(m^2-n^2)=2x(m-n)(m+n)$;

4) $7b^2-7=7(b^2-1)=7(b-1)(b+1)$;

5) $16x^2-4=4(4x^2-1)=4(2x-1)(2x+1)$;

6) $75-27c^2=3(25-9c^2)=3(5-3c)(5+3c)$;

7) $5mk^2-20m=5m(k^2-4)=5m(k-2)(k+2)$;

8) $63ad^2-7a=7a(9d^2-1)=7a(3d-1)(3d+1)$;

9) $125px^2-5py^2=5p(25x^2-y^2)=5p(5x-y)(5x+y)$.

845. Подайте у вигляді добутку:

1) $m^3-m=m(m^2-1)=m(m-1)(m+1)$;

2) $p^2-p^4=p^2(1-p^2)=p^2(1-p)(1+p)$;

3) $7a-7a^3=7a(1-a^2)=7a(1-a)(1+a)$;

4) $9b^5-9b^3=9b^3(b^2-1)=9b^3(b-1)(b+1)$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

5) $81c^3 - c^5 = c^3(81 - c^2) = c^3(9 - c)(9 + c)$;
6) $3a^5 - 300a^7 = 3a^5(1 - 100a^2) = 3a^5(1 - 10a)(1 + 10a)$.

846. Розкладіть на множники:
1) $ax^2 - ay^2 = a(x^2 - y^2) = a(x - y)(x + y)$;
2) $ma^2 - 4mb^2 = m(a^2 - 4b^2) = m(a - 2b)(a + 2b)$;
3) $28 - 7m^2 = 7(4 - m^2) = 7(2 - m)(2 + m)$;
4) $p^5 - p^3 = p^3(p^2 - 1) = p^3(p - 1)(p + 1)$;
5) $b - 4b^3 = b(1 - 4b^2) = b(1 - 2b)(1 + 2b)$;
6) $a^5 - a^3c^2 = a^3(a^2 - c^2) = a^3(a - c)(a + c)$;
7) $15d - 15d^3 = 15d(1 - d^2) = 15d(1 - d)(1 + d)$;
8) $625b^3 - b^5 = b^3(625 - b^2) = b^3(25 - b)(25 + b)$;
9) $500a^5 - 45a^3 = 5a^3(100a^2 - 9) = 5a^3(10a - 3)(10a + 3)$.

847. Розв'яжіть рівняння:
1) $3x^2 - 27 = 0$;
$3(x2 - 9) = 0$;
$3(x - 3)(x + 3) = 0$;
$x - 3 = 0$; $x = 3$ або $x + 3 = 0$; $x = -3$.
Відповідь: 3; −3.

2) $5 - 20x^2 = 0$; $5(1 - 4x^2) = 0$;
$5(1 - 2x)(1 + 2x) = 0$;
$1 - 2x = 0$; $-2x = -1$; $x = \frac{1}{2}$;
або $1 + 2x = 0$; $2x = -1$; $x = -\frac{1}{2}$.
Відповідь: $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{2}$.

848. Знайдіть корені рівняння:
1) $8 - 2x^2 = 0$; $2(4 - x^2) = 0$;
$2(2 - x)(2 + x) = 0$;
$2 - x = 0$; $x = 2$; або
$2 + x = 0$; $x = -2$.
Відповідь: 2; −2.

2) $75x^2 - 3 = 0$; $3(25x^2 - 1) = 0$;
$3(5x - 1)(5x + 1) = 0$;
$5x - 1 = 0$; $5x = 1$; $x = \frac{1}{5}$; або
$5x + 1 = 0$; $5x = -1$; $x = -\frac{1}{5}$.
Відповідь: $\frac{1}{5}$; $-\frac{1}{5}$.

849. Розкладіть на множники:
1) $3a^2 + 6ab + 3b^2 = 3(a^2 + 2ab + b^2) = 3(a + b)^2$;
2) $-2m^2 + 4mn - 2n^2 = -2(m^2 - 2mn + n^2) = -2(m - n)^2$;
3) $-a^2 - 4a - 4 = -(a^2 + 4a + 4) = -(a + 2)^2$;
4) $6a^2 + 24ab + 24b^2 = 6(a^2 + 4ab + 4b^2) = 6(a + 2b)^2$;
5) $2am^2 + 4am + 2a = 2a(m^2 + 4m + 1) = 2a(m + 1)^2$;
6) $8a^4 - 8a^3 + 2a^2 = 2a^2(4a^2 - 4a + 1) = 2a^2(2a - 1)^2$.

850. Подайте многочлен у вигляді добутку:
1) $-4a^2 + 8ab - 4b^2 = -4(a^2 - 2ab + b^2) = -4(a - b)^2$;
2) $-25by^2 - 10by - b = -b(25y^2 + 10y + 1) = -b(5y + 1)^2$;
3) $a^5 + 6a^4m + 9a^3m^2 = a^3(a^2 + 6am + 9m^2) = a^3(a + 3m)^2$;
4) $6by^2 + 36by^3 + 54by^4 = 6by^2(1 + 6y + 9y^2) = 6by^2(1 + 3y)^2$.

851. Знайдіть значення виразу:
1) $3m^2 - 3n^2 = 3(m - n)(m + n)$.
Якщо $m = 41$, $n = 59$, то
$3(m - n)(m + n) = 3(41 - 59)(41 + 59) = 3(-18) \cdot 100 = -5400$;
2) $2x^2 + 4xy + 2y^2 = 2(x^2 + 2xy + y^2) = 2(x + y)^2$.
Якщо $x = 29$, $y = -28$, то
$2(x + y)^2 = 2(29 - 28)^2 = 2 \cdot 1 = 2$.

852. Знайдіть значення виразу:
1) $5x^2 - 5y^2 = 5(x - y)(x + y)$. Якщо $x = 49$, $y = 51$, то

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

$5(x - y)(x + y) = 5(49 - 51)(49 + 51) = 5(-2)(100) = -1000$.

2) $3a^2 - 6ab + 3b^2 = 3(a^2 - 2ab + b^2) = 3(a - b)^2$. Якщо $a = 102$, $b = 101$, то $3(a - b)^2 = 3(102 - 101)^2 = 3 \cdot 1 = 3$.

853. Подайте у вигляді добутку:

1) $3a^3 - 3b^3 = 3(a^3 - b^3) = 3(a - b)(a^2 + ab + b^2)$;

2) $7x^3 + 7y^3 = 7(x^3 + y^3) = 7(x + y)(x^2 - xy + y^2)$.

3) $-pm^3 - pn^3 = -p(m^3 + n^3) = -p(m + n)(m^2 - mn + n^2)$;

4) $16a^3 - 2 = 2(8a^3 - 1) = 2(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$;

5) $125m + m^4 = m(125 + m^3) = m(5 + m)(25 - 5m + m^2)$;

6) $a^7 - a^4 = a^4(a^3 - 1) = a^4(a - 1)(a^2 + a + 1)$.

854. Розкладіть на множники:

1) $bx^3 - by^3 = b(x^3 - y^3) = b(x - y)(x^2 + xy + y^2)$;

2) $-2a^3 - 2b^3 = -2(a^3 + b^3) = -2(a + b)(a^2 - ab + b^2)$;

3) $8a - a^4 = a(8 - a^3) = a(2 - a)(4 + 2a + a^2)$.

855. Розкладіть на множники:

1) $a^4 - 81 = (a^2)^2 - 9^2 = (a^2 - 9)(a^2 + 9) = (a - 3)(a + 3)(a^2 + 9)$;

2) $16 - c^4 = 4^2 - (c^2)^2 = (4 - c^2)(4 + c^2) = (2 - c)(2 + c)(4 + c^2)$;

3) $x^8 - 1 = (x^4)^2 - 1 = (x^4 - 1)(x^4 + 1) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) =$
$= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)$;

4) $a^4 - b^8 = (a^2)^2 - (b^4)^2 = (a^2 - b^4)(a^2 + b^4) = (a - b^2)(a + b^2)(a^2 + b^4)$.

856. Доведіть:

$a^8 - b^8 = (a^4)^2 - (b^4)^2 = (a^4 - b^4)(a^4 + b^4) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) =$
$= (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)$.

857. Розв'яжіть рівняння:

1) $x^3 - x = 0$;
$x(x^2 - 1) = 0$;
$x(x - 1)(x + 1) = 0$; $x = 0$ або
$x - 1 = 0$; $x = 1$ або
$x + 1 = 0$; $x = -1$.
Відповідь: 0; 1; −1.

2) $112y - 7y^3 = 0$;
$7y(16 - y^2) = 0$;
$7y(4 - y)(4 + y) = 0$;
$7y = 0$; $y = 0$ або
$4 - y = 0$; $y = 4$ або
$4 + y = 0$; $y = -4$.
Відповідь: 0; 4; −4.

3) $64x^3 + x = 0$;
$x(64x^2 + 1) = 0$;
$x = 0$; $64x^2 + 1 > 0$.
Відповідь: 0.

4) $y^3 + 4y^2 + 4y = 0$;
$y(y^2 + 4y + 4) = 0$;
$y(y + 2)^2 = 0$;
$y = 0$ або $(y + 2)^2 = 0$;
$y + 2 = 0$; $y = -2$.
Відповідь: 0; −2.

858. Розв'яжіть рівняння:

1) $y - y^3 = 0$;
$y(1 - y^2) = 0$;
$y(1 - y)(1 + y) = 0$; ($y = 0$) або
$1 + y = 0$; $y = 1$ або
$1 + y = 0$; $y = -1$.
Відповідь: 0; 1; −1.

2) $5x^3 - 180x = 0$;
$5x(x^2 - 36) = 0$;
$5x(x - 6)(x + 6) = 0$;
$x = 0$ або $x - 6 = 0$; $x = 6$ або
$x + 6 = 0$; $x = -6$.
Відповідь: 0; 6; −6.

3) $16y^3 + y = 0$;
$y(16y^2 + 1) = 0$;
$y = 0$ або $16y^2 + 1 > 0$.
Відповідь: 0.

4) $x^3 - 2x^2 + x = 0$;
$x(x^2 - 2x + 1) = 0$;
$x(x - 1)^2 = 0$; ($x = 0$ або $x - 1 = 0$; $x = 1$.
Відповідь: 0; 1.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

859. Розкладіть на множники:

1) $7ab + 21a - 7b - 21 = 7a(b + 3) - 7(b + 3) = (b + 3)(7a - 7) = 7(b + 3)(a - 1)$;

2) $6mn + 60 - 30m - 12n = (6mn - 30m) + (60 - 12n) = 6m(n - 5) + 12(5 - n) =$
$= (n - 5)(6m - 12) = 6(n - 5)(m - 2)$;

3) $-abc - 3ac - 4ab - 12a = -(ac(b + 3) - 4a(b + 3)) = -a(b + 3)(c - 4)$;

4) $a^3 - ab - a^2b + a^2 = (a^3 - a^2b) + (a^2 - ab) = a^2(a - b) + a(a - b) = (a - b)(a^2 + a) =$
$= a(a - b)(a + 1)$.

860. Подайте вираз у вигляді добутку:

1) $90 + 3ab - 45a - 6b = (90 - 45a) + (3ab - 6b) = 45(2 - a) + 3b(a - 2) =$
$= (2 - a)(45 - 3b) = (2 - a) \cdot 3(15 - b)$;

2) $-3mn - 9m - 18n - 54 = -3(mn + 3m + 6n + 18) = -3(m(n + 3) + 6(n + 3)) =$
$= -3(n + 3)(m + 6)$;

3) $a^4x + a^4 + a^3x + a^3 = a^4(x + 1) + a^3(x + 1) = (x + 1)(a^4 + a^3) = a^3(x + 1)(a + 1)$;

4) $p^3a^2 + pa^2 - 3ap^3 - 3ap = pa^2(p^2 + 1) - 3ap(p^2 + 1) = (p^2 + 1)(pa^2 - 3ap) = (p^2 + 1) \cdot ap(a - 3)$.

861. Розкладіть на множники:

1) $a^2 + 2ab + b^2 - 16 = (a + b)^2 - 16 = (a + b - 4)(a + b + 4)$;

2) $a^2 - x^2 - 2xy - y^2 = a^2 - (x^2 + 2xy + y^2) = a^2 - (x + y)^2 = (a + x + y)(a - x - y)$;

3) $p^2 - x^2 + 10p + 25 = (p^2 + 10p + 25) - x^2 = (p + 5)^2 - x^2 = (p + 5 - x)(p + 5 + x)$;

4) $p^2 - x^2 + 20x - 100 = p^2 - (x^2 - 20x + 100) = p^2 - (x - 10)^2 = (p + (x - 10))(p - (x - 10)) =$
$= (p + x - 10)(p - x + 10)$.

862. Розкладіть на множники:

1) $x^2 + 2xy + y^2 - 25 = (x + y)^2 - 5^2 = (x + y + 5)(x + y - 5)$;

2) $m^2 - a^2 + 2ab - b^2 = m^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = m^2 - (a - b)^2 = (m - (a - b))(m + (a - b)) =$
$= (m - a + b)(m + a - b)$.

3) $m^2 - a^2 - 8m + 16 = (m^2 - 8m + 16) - a^2 = (m - 4)^2 - a^2 = (m - 4 - a)(m - 4 + a)$;

4) $m^2 - b^2 - 8b - 16 = m^2 - (b^2 + 8b + 16) = m^2 - (b + 4)^2 = m^2 - (b + 4)^2 =$
$= (m + b + 4)(m - b - 4)$.

863. Подайте вираз у вигляді добутку:

1) $a^2 - 81 + a - 9 = (a^2 - 81) + (a - 9) = (a - 9)(a + 9) + (a - 9) = (a - 9)(a + 9 + 1) =$
$= (a - 9)(a + 10)$;

2) $m^2 - a^2 - (a + m) = (m - a)(m + a) + (a + m) = (a + m)(m - a + 1)$;

3) $x^2 - y^2 - x + y = (x^2 - y^2) - (x - y) = (x - y)(x + y) - (x - y) = (x - y)(x + y - 1)$;

4) $x + x^2 - y - y^2 = (x - y)(x^2 - y^2) = (x - y) + (x - y)(x + y) = (x - y)(1 + x + y)$;

5) $a - 3b + a^2 - 9b^2 = (a - 3b)(a^2 - 9b^2) = (a - 3b) + (a - 3b)(a + 3b) = (a - 3b)(1 + a + 3b)$;

6) $16m^2 - 25n^2 - 4m - 5n = (16m^2 - 25n^2) - (4m + 5n) = (4m - 5n)(4m + 5n) - (4m + 5n) =$
$= (4m + 5n)(4m - 5n - 1)$.

864. Розкладіть на множники:

1) $a^2 - b^2 - (a - b) = (a - b)(a + b) - (a - b) = (a - b)(a + b - 1)$;

2) $p^2 - b - p - b^2 = p^2 - b^2 - (b + p) = (p - b)(p + b) - (p + b) = (p + b)(p - b - 1)$;

3) $16x^2 - 25y^2 + 4x - 5y = (4x - 5y)(4x + 5y) + (4x - 5y) = (4x - 5y)(4x + 5y + 1)$;

4) $100m^2 - 10m + 9n - 81n^2 = (100m^2 - 81n^2) + (9n - 10m) =$
$= (10m - 9n)(10m + 9n) - (10m - 9n) = (10m - 9n)(10m + 9n - 1)$.

865. Перетворіть вираз на добуток:

1) $p^2(m - 3) - 2p(m - 3) + (m - 3) = (m - 3)(p^2 - 2p + 1) = (m - 3)(p - 1)^2$;

2) $1 - a^2 - 4b(1 - a^2) + 4b^2(1 - a^2) = (1 - a^2)(1 - 4b + 4b^2) = (1 - a^2)(1 - 2b)^2 =$
$= (1 - a)(1 + a)(1 - 2b)^2$.

866. Доведіть тотожність:

$c^2(c - 2) - 10c(c - 2) + 25(c - 2) = (c - 2)(c^2 - 10c + 25) = (c - 2)(c - 5)^2$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

867. Подайте у вигляді добутку:

1) $ab^2 - b^3 - a + b = b^2(a - b) - (a - b) = (a - b)(b^2 - 1) = (a - b)(b - 1)(b + 1)$;

2) $ax^2 - a^3 + 7x^2 - 7a^2 = a(x^2 - a^2) + 7(x^2 - a^2) = (x^2 - a^2)(a + 7) = (x - a)(x + a)(a + 7)$;

3) $p^3 + p^2q - 4p - 4q = p2(p + q) - 4(p + q) = (p + q)(p^2 - 4) = (p + q)(p - 2)(p + 2)$;

4) $a^3 - 5m^2 + 5a^2 - am^2 = (a^3 + 5a^2) + (-5m^2 - am^2) = a^2(a + 5) - m^2(a + 5) =$
$= (a + 5)(a^2 - m^2) = (a + 5)(a - m)(a + m)$.

868. Розкладіть на множники:

1) $m^3 + n^3 + m + n = (m^3 + n^3) + (m + n) = (m + n)(m^2 - mn + n^2) + (m + n) =$
$= (m + n)(m^2 - mn + n^2 + 1)$;

2) $a - b - (a^3 - b^3) = (a - b) - (a - b)(a^2 + ab + b^2) = (a - b)(1 - a^2 - ab - b^2)$;

3) $a^3 + 8 - a^2 - 2a = (a^3 + 8) - (a^2 + 2a) = (a + 2)(a^2 - 2a + 4) - a(a + 2) =$
$= (a + 2)(a^2 - 2a + 4 - a) = (a + 2)(a^2 - 3a + 4)$;

4) $8p^3 - 1 - 12p^2 + 6p = (8p^3 - 1) - (12p^2 - 6p) = (2p - 1)(4p^2 + 4p + 1) - 6p(2p - 1) =$
$= (2p - 1)(4p^2 + 4p + 1 - 6p) = (2p - 1)(4p^2 - 2p + 1)$.

869. Подайте у вигляді добутку:

1) $m^3 + m^2n - m - n = m^2(m + n) - (m + n) = (m + n)(m^2 - 1) = (m + n)(m - 1)(m + 1)$;

2) $ba^2 - 3a^2 - 4b + 12 = a^2(b - 3) - 4(b - 3) = (b - 3)(a^2 - 4) = (b - 3)(a - 2)(a + 2)$;

3) $a^3 - b^3 + a - b = (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b) = (a - b)(a^2 + ab + b^2 + 1)$;

4) $(x^3 + 1) + (-5x - 5) = (x + 1)(x^2 - x + 1) - 5(x + 1) = (x + 1)(x^2 - x + 1 - 5) =$
$= (x + 1)(x^2 - x - 4)$.

870. Розв'яжіть рівняння:

1) $y^3 - 5y^2 - y + 5 = 0$;
$y^2(y - 5) - (y - 5) = 0$;
$(y - 5)(y^2 - 1) = 0$;
$(y - 5)(y - 1)(y + 1) = 0$;
$y - 5 = 0$; $y = 5$ або
$y - 1 = 0$; $y = 1$ або
$y + 1 = 0$; $y = -1$.
Відповідь: 5; 1; −1.

2) $x^3 - 2x^2 + 4x - 8$;
x3 – 2x2 – 4x + 8 = 0;
x2(x – 2) –4(x – 2) = 0;
(x – 2)(x2 – 4) = 0;
(x – 2)(x – 2)(x + 2) = 0;
x – 2 = 0; x = 2 або
x + 2 = 0; x = –2.
Відповідь: 2; −2.

871. Для якого значення x:

1) значення виразу $x^3 - x^2 - x + 1$ дорівнює нулю;
$x^3 - x^2 - x + 1 = 0$;
$x^2(x - 1) - (x - 1) = 0$;
$(x - 1)(x^2 - 1) = 0$;
$(x - 1)(x - 1)(x + 1) = 0$;
$x - 1 = 0$; $x = 1$ або
$x + 1 = 0$; $x = -1$.
Відповідь: 1; −1.

2) значення виразів $x^3 - 9x$ і $x^2 - 9$ між собою рівні?
$x^3 - 9x - x^2 - 9 = 0$;
$x^3 - 9x - x^2 + 9 = 0$;
$(x^3 - x^2) + (-9x + 9) = 0$;
$x^2(x - 1) - 9(x - 1) = 0$;
$(x^2 - 9)(x - 1) = 0$;
$(x - 3)(x + 3)(x - 1) = 0$;
$x - 3 = 0$; $x = 3$ або
$x + 3 = 0$; $x = -3$ або
$x - 1 = 0$; $x = 1$.
Відповідь: 3; −3; 1.

872. Запишіть у вигляді добутку:

1) $9(a + b)^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = 9(a + b)^2 - (a - b)^2 = (3(a + b) - (a - b))(3(a + b) + (a - b)) =$
$= (3a + 3b - a + b)(3a + 3b + a - b) = (2a + 4b)(4a + 2b) = 4(a + 2b)(2a + b)$.

2) $25(3y - 2m)^2 - 36(9y^2 + 12my + 4m^2) = (5(3y - 2m))^2 - (6(3y + 2m))^2 =$
$= (5(3y - 2m) + 6(3y + 3m))(5(3y - 2m) - 6(3y + 2m)) =$
$= (15y - 10m + 18y + 12m)(15y - 10m - 18y - 12m) = (33y + 2m)(-3y - 22m) =$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

$= -(33y + 2m)(3y + 22m)$.

873. Розкладіть на множники:

1) $a^3 + 8b^3 + a^2 - 2ab + 4b^2 = (a + 2b)(a^2 - 2ab + 4b^2) + (a^2 - 2ab + 4b^2) =$
$= (a^2 - 2ab + 4b^2)(a + 2b + 1);$

2) $m^3 - 8n^3 + m^2 - 4mn + 4n^2 = (m^3 - 8n^3) + (m^2 - 4mn + 4n^2) =$
$= (m - 2n)(m^2 + 2mn + 4n^2) + (m - 2n)^2 = (m - 2n)(m^2 + 2mn + 4n^2 + m - 2n) =$
$= (m - 2n)(m^2 + 2mn + 4n^2 + m - 2n).$

874. Перетворіть многочлен на добуток многочленів:

1) $a^3 - b^3 + a^2 - 2ab + b^2 = (a^3 - b^3) + (a^2 - 2ab + b^2) = (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)^2 =$
$= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + a - b);$

2) $c^2 + 2cd + d^2 - x^2 - 2xy - y^2 = (c^2 + 2cd + d^2) - (x^2 + 2xy + y^2) = (c + d)^2 - (x + y)^2 =$
$= (c + d + x + y)(c + d - x - y).$

875. Розкладіть тричлен на множники, виділивши попередню квадрат двочлена:

1) $x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x + 1 - 1 - 3 = (x^2 - 2x + 1) - 4 = (x - 1)^2 - 2^2 =$
$= (x - 1 - 2)(x - 1 + 2) = (x - 3)(x + 1);$

2) $x^2 + 8x - 9 = x^2 - 2 \cdot 4x + 4^2 - 4^2 - 9 = (x - 4)^2 - 25 = (x - 4)^2 - 5^2 =$
$= (x - 4 - 5)(x - 4 + 5) = (x - 9)(x + 1);$

3) $x^2 - 3x - 4 = x^2 - 2\frac{3}{2}x + (\frac{3}{2})^2 - (\frac{3}{2})^2 - 4 = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{4} - 4 = (x - \frac{3}{2})^2 - \frac{25}{4} =$
$= (x - \frac{3}{2})^2 - (\frac{5}{2})^2 = (x - \frac{3}{2} - \frac{5}{2})(x - \frac{3}{2} + \frac{5}{2}) = (x - 4)(x + 4);$

4) $x^2 + x - 2 = x^2 + 2x \cdot \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 - (\frac{1}{2})^2 - 2 = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4} = x + (\frac{1}{2})^2 - (\frac{3}{2})^2 =$
$= (x + \frac{1}{2} + \frac{3}{2})(x + \frac{1}{2} - \frac{3}{2}) = (x - 1)(x + 2).$

876. Доведіть, що для будь-якого цілого значення n значення виразу $\frac{n^3 - n}{6}$ є числом цілим.

$\frac{n^3 - n}{6} = \frac{1}{6}(n^3 - n) = \frac{1}{6}n(n^2 - 1) = \frac{1}{6}n(n - 1)(n + 1) = \frac{1}{6}(n - 1)n(n + 1)$ — ціле число;
$(n - 1)n(n + 1)$ — послідовність трьох цілих чисел, яка ділиться на 2 і 3, тобто на 6.

877. Спростіть вираз:

1) $x(x + 1)(x + 2) - 3(x - 2)(x + 2) + 2(x - 6) =$
$= (x^2 + x)(x + 2) - 3(x^2 - 4) + 2x - 12 = x^3 + 2x^2 + x^2 + 2x - 3x^2 + 12 + 2x - 12 = x^3 + 4x.$

2) $(2x + 3y)(3y - x) - (2x - y)(5x + y) + (2x - 3y)(5x + 2y) =$
$= 6xy - 2x^2 + 9y^2 - 3xy) - 10x^2 + 2xy + 5xy - y^2 + 10x^2 + 4xy - 15xy - 6y^2 =$
$= -xy - 2x^2 + 2y^2.$

878. Розв'яжіть рівняння:

$x((x + 2)^2 + 4x) = 64(\frac{1}{4}x - 1)(\frac{1}{16}x^2 + \frac{1}{4}x + 1);$
$x(x^2 - 4x + 4 + 4x) = 64((\frac{1}{4}x)^3 - 1^3);$
$x(x^2 + 4) = 64(\frac{1}{64}x^3 - 1);$
$x^3 + 4x = x^3 - 64;$
$4x = -64;$
$x = -64 : 4;$
$x = -16.$

Відповідь: -16.

879. Супермаркет електроніки до річниці свого відкриття вирішив продати 141 планшет і 95 смартфонів зі знижками. Щогодини продавали по 12 акційних планшетів та по 10 акційних смартфонів. Через скільки годин від початку дій знижок акційних планшетів у супермаркеті залишилося утричі більше, ніж акційних смартфонів?

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

Було	Продавали за годину	Залишилось	Умови
Планшет	141	141 – 12x	У 3 рази більше
Смартфон	95	95 – 10x	

Нехай планшетів залишиться у 3 рази більше, ніж смартфонів, через x годин. За цей час супермаркет продав 12x планшетів і 10x смартфонів. Відповідно планшетів залишилося (141 – 12x) шт., а смартфонів — (95 – 10x) шт. Рівняння:

$141 - 12x = 3(95 - 10x)$;

$141 - 12x = 285 - 30x$;

$-12x + 30x = 285 - 141$;

$18x = 144$;

$x = 8$.

Відповідь: через 8 годин.

880. Світлана вклала 60 000 грн у цінні папери, придбавши акції фірми «Альфа» на 15 000 грн, акції компанії «Бета» – на 20 000 грн, а решту вклала в акції фірми «Гамма». Через рік акції фірми «Альфа» подорожчали на 20%, акції компанії «Бета» – на 8%, а акції фірми «Гамма» подешевшали на 10%. Яким є загальний прибуток чи збиток Світлани за рік?

1) $15000 \cdot 0{,}2 = 3000$ (грн) – прибуток з акцій «Альфа»;

2) $20000 \cdot 0{,}08 = 1600$ (грн) – прибуток з акцій «Гама»;

3) $60000 - 15000 - 20000 = 25000$ (грн) – вклала в акції «Гама»

4) $25000 \cdot 0{,}1 = 2500$ (грн) – збиток з акцій «Гама»;

5) $(3000 + 1600) - 2500 = 2100$ (грн) – загальний прибуток.

Відповідь: загальний прибуток склав 2100 грн.

881. Тарас і Яна живуть в одному під'їзді на одному поверсі й навчаються в одній школі. Тарас пішки витрачає на дорогу до школи 12 хв, а Яна – 18 хв. Через 3 хвилини після того, як вийшла Яна, до школи вирушив і Тарас. Через який час після свого виходу він наздожене Яну?

За 12 хв свого ходу Сашко ліквідовує 18 – 12 = 6 (хв) відставання від Марійки. Оскільки Сашко вирушив до школи через 3 хв після Марійки, то йому слід ліквідувати лише 3 хв відставання. Тоді трихвилинне відставання він ліквідує у 6 : 3 = 2 (рази) швидше, ніж шестихвилинне, тобто за 12 : 2 = 6 (хв).

ДОМАШНЯ САМОСТІЙНА РОБОТА №4

1. Якому многочлену тотожно дорівнює вираз $(m - n)^2$?

$(m - n)^2 = m^2 - 2mn + n^2$.

Відповідь: Г).

2. Знайдіть добуток $(a - x)(a + x)$:

$(a - x)(a + x) = a^2 - x^2$.

Відповідь: Б).

3. Подайте вираз $x^2 + 2xy + y^2$ у вигляді квадрата двочлена:

$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$.

Відповідь: Г).

4. Перетворіть вираз $(5x - 1)^2$ на многочлен:

$(5x - 1)^2 = 25x^2 - 10x + 1$.

Відповідь: В).

5. Розкладіть двочлен $-16 + 9a^2$ на множники:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$-16 + 9a^2 = 9a^2 - 16 = (3a + 4)(3a - 4)$.

Відповідь: В).

6. Подайте вираз $m^3 + 64$ у вигляді добутку:

$m^3 + 64 = m^3 + 4^3 = (m + 4)(m2 - 4m + 16)$.

Відповідь: А).

7. Розв'яжіть рівняння: $x(x + 2) - (x - 3)^2 = 7$:

$x(x + 2) - (x - 3)^2 = 7$;

$x^2 + 2x - x^2 + 6x - 9 = 7$;

$2x + 6x = 7 + 9$;

$8x = 16$; $x = 2$.

Відповідь: Г).

8. Спростіть вираз $(m^2 + 2p)(m^4 - 2m^2p + 4p^2)$:

$(m^2 + 2p)(m^4 - 2m^2p + 4p^2) = (m^2)^3 + (2p)^3 = m^6 + 8p^3$.

Відповідь: Б).

9. Розкладіть многочлен $3ab - 3b + 6a - 6$ на множники:

$3ab - 3b + 6a - 6 = 3b(a - 1) + 6(a - 1) = (3b + 6)(a - 1) = 3(6 + 2)(a - 1)$.

Відповідь: Г).

10. Якого найменшого значення набуває вираз $x^2 + 4x + 3$?

$x^2 + 4x + 3 = x^2 + 4x + 4 - 1 = (x + 2)^2 - 1$.

Вираз $(x + 2)^2$ – додатний, тому найменше значення виразу $(x + 2)^2 - 1$ дорівнює -1.

Відповідь: В).

11. Розв'яжіть рівняння $x3 + 2x^2 - x - 2 = 0$:

$x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$;

$x^2(x + 2) - (x + 2) = 0$;

$(x^2 - 1)(x + 2) = 0$;

$(x - 1)(x + 1)(x + 2) = 0$;

$x - 1 = 0$ або $x + 1 = 0$ або $x + 2 = 0$;

$x = 1$ або $x = -1$ або $x = -2$.

Відповідь: А).

12. Розкладіть вираз $(b - 2)^3 - b^3$ на множники:

$(b - 2)^3 - b^3 = (b - 2 - 6)((b - 2)^2 + b(b - 2) + b^2) = -2(b^2 - 4b + 4 + b^2 - 2b + b^2) =$

$= -2(3b^2 - 6b + 4)$.

Відповідь: В).

13. Установіть відповідність між виразом (1–3) та його значенням, якщо $x = 1,4$ (А–Г):

1. $25x^2 - 70x + 49 = (5x - 7)^2 = (5 \cdot 1,4 - 7)^2 = (7 - 7)^2 = 0$.

2. $(5x - 1)(25x^2 + 5x + 1) - 125x^3 = 125x^3 + 1 - 125x^3 = 1$.

3. $72 - 120x + 50x^2 = 2(25x^2 - 60x + 36) = 2(5x - 6)^2 = 2(7 - 6)^2 = 2$.

Відповідь: 1 – Б; 2 – В; 3 – Г.

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ ДО §§ 16-21

1. Перетворіть вираз на многочлен:

1) $(p + a)^2 = p^2 + 2pa + a^2$; **2)** $(c - m)(c + m) = c^2 - m^2$.

2. Розкладіть на множники:

1) $t^2 - 2tb + b^2 = (t - b)^2$; **2)** $d^2 - n^2 = (d - n)(d + n)$.

3. Які з рівностей є тотожностями:

1) $(p - a)^2 = p^2 - 2pa + a^2 \neq p^2 - pa + a^2$ — не тотожність;

2) $p^3 + q^3 = (p + q)(p^2 - pq + q^2)$ — тотожність;

3) $m^2 - c^2 = (m - c)(m + c)$ — тотожність;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

4) $d^3 - t^3 = (d - t)(d^2 + dt + t^2) \neq (d - t)(d^2 + 2dt + t^2)$ — не тотожність.

4. Перетворіть вираз на многочлен:

1) $(3a - 5)^2 = 9a^2 - 30a + 25$; **2)** $(7 + 2b)(2b - 7) = 4b^2 - 49$.

5. Розкладіть многочлен на множники:

1) $a^2 + 6a + 9 = (a + 3)^2$; **2)** $-25 + 36x^2 = (6x - 5)(6x + 5)$;

3) $b^3 + 64 = (b + 4)(b^2 - 4b + 16)$; **4)** $7c^2 - 7d^2 = 7(c - d)(c + d)$.

6. Спростіть вираз $(2x + 3)^2 + (7 - 2x)((7 + 2x))$ та знайдіть його значення, якщо $x = -\frac{1}{12}$.

$(2x + 3)^2 + (7 - 2x)(7 + 2x) = 4x^2 + 12x + 9 + 49 - 4x^2 = 12x + 58$. Якщо $x = -\frac{1}{12}$, то

$12x + 58 = 12 \cdot (-\frac{1}{12}) + 58 = -1 + 58 = 57$.

7. Розв'яжіть рівняння:

1) $2x^3 - 50x = 0$;

$2x(x^2 - 25) = 0$;

$2x(x - 5)(x + 5) = 0$;

$x = 0$ або $x - 5 = 0$ або $x + 5 = 0$;

$x = 0$ або $x = 5$ або $x = -5$;

Відповідь: -5; 0; 5;

2) $x^3 - 10x^2 + 25x = 0$;

$x(x^2 - 10x + 25) = 0$;

$x(x - 5)^2 = 0$;

$x = 0$ або $x - 5 = 0$;

$x = 0$ або $x = 5$.

Відповідь: 0; 5.

8. Спростіть вираз:

1) $(-4a + 3b)^2 + (-4a + 5b)(5b + 4a) + 24ab = 9b^2 - 24ab + 16a^2 + 25b^2 - 16a^2 + 24ab = 34b^2$;

2) $(a - 2)(a^2 + 2a + 4) - a(a - 3)(a + 3) = a^3 - 8 - a(a^2 - 9) = a^3 - 8 - a^3 + 9a = 9a - 8$.

9. Доведіть, що для будь-якого значення змінної x вираз $x^2 + 8x + 17$ набуває лише додатних значень. Якого найменшого значення набуває цей вираз і для якого значення x?

$x^2 + 8x + 17 = x^2 + 8x + 16 + 1 = (x + 4)^2 + 1 > 0$.

Отже, вираз набуває лише додатних значень. Найменшого значення 1 вираз $(x + 4)^2 + 1$ набуває, якщо $x + 4 = 0$; $x = -4$.

10. Перетворіть вираз на многочлен:

1) $(a + 3)^3 = (a + 3)^2(a + 3) = (a^2 + 6a + 9)(a + 3) = a^3 + 3a^2 + 6a^2 + 18a + 9a + 27 =$
$= a^3 + 9a^2 + 27a + 27$;

2) $(2m - 5)^3 = (2m - 5)^2(2m - 5) = (4m^2 - 20m + 25)(2m - 5) =$
$= 8m^3 - 20m^2 - 40m^2 + 100m + 50m - 125 = 8m^3 - 60m^2 + 150m - 125$.

11. Знайдіть дві останні цифри числа $293^3 - 93^3$.

$293^3 - 93^3 = (293 - 93)(293^2 + 293 \cdot 93 + 93^2) = 2 \cdot 100 \cdot (293^2 + 293 \cdot 93 + 93^2)$.

Оскільки серед множників є число 100, то число закінчується двома нулями.

12. Розкладіть тричлен $x^2 + 6x - 7$ на множники.

$x^2 + 6x - 7 = x^2 + 6x + 9 - 9 - 7 = (x + 3)^2 - 16 = (x + 3 - 4) \cdot (x + 3 + 4) = (x - 1)(x + 7)$.

Вправи для повторення розділу 2

882. Випишіть вирази, які є виразами зі змінними, у дві групи: у першу – цілі раціональні вирази, у другу – дробові раціональні вирази:

Цілі раціональні вирази:

1) $m - 7$; **2)** $\frac{a^2 - b}{5}$; **3)** $\frac{7 + 9 \cdot 2}{3}$; **4)** $(3 - 9) + 7 \cdot 8$; **5)** $-\frac{1}{6}ab$; **8)** $a^3 - a^2 + a$.

Дробові раціональні вирази:

6) $\frac{3}{a + c^3}$; **7)** $\frac{1}{x} + \frac{1}{3}$.

883. На склад привезли a мішків цукру, по 50 кг у кожному. Запишіть виразом масу всього завезеного цукру. Знайдіть значення цього виразу, якщо $a = 12$.

50a кг завезли цукру. Якщо $a = 12$, то $50a = 50 \cdot 12 = 600$ (кг).

884. Запишіть у вигляді виразу:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1) 10x + y; **2)** 50 + a; **3)** 100a + 10b + c; **4)** 100m + 10n + 6.

885. Відомо, що x − y = 2 і p = 3. Знайдіть значення виразу:

1) x + p − y = (x − y) + p = 2 + 3 = 5;

2) x − y + 5p = 2 + 5 · 3 = 17;

3) (y − x) · p = −(x − y) · p = −2 · 3 = −6;

4) $\frac{3(y-x)}{-p+4(x-y)} = \frac{-3(x-y)}{4(x-y)} - p = \frac{-3\cdot 2}{4\cdot 2-3} = \frac{-6}{8-3} = -\frac{6}{5}$;

5) 7x − 7y − p = 7(x − y) − p = 7 · 2 − 3 = 14 − 3 = 11;

6) $\frac{6}{p} - \frac{4}{5(y-x)} = \frac{6}{p} + \frac{4}{5(x-y)} = \frac{6}{3} - \frac{4}{5\cdot 2} = 2 - \frac{4}{10} = 2 - 0{,}4 = 1{,}6$.

886. Спростіть вираз:

1) 2 + 3a − 5 = 3a − 3; **2)** 0,4m + m = 1,4m;

3) 3p − 2p + 5 = p + 5; **4)** −(m − 3) = −m + 3.

887. Розкрийте дужки та зведіть подібні доданки:

1) 7(5x + 8) − 12x = 35x + 56 − 12x = 23x + 56;

2) 9m + 3(15 − 4m) = 9m + 45 − 12m = −3m + 45;

3) 6(x + 1) − 6x − 9 = 6x + 6 − 6x − 9 = −3;

4) 12x − 2(3x − 5) = 12x − 6x + 10 = 6x + 10;

5) −(2x + 1) − 3(2x − 5) = −2x − 1 − 6x + 15 = −8x + 14;

6) 5(x − 2) − 4(2x − 3) = 5x − 10 − 8x + 12 = −3x + 2.

888. Доведіть тотожність:

1) 18(a − 2) = 12a − (20 − (6a − 16));

18(a − 2) = 18a − 36;

12a − (20 − 6a + 16) = 12a − 20 + 6a − 16 = 18a − 36;

2) 2(x − y + t) − 3(x + y − t) − 5(t − y) = −x;

2x − 2y + 2t − 3x − 3y + 3t − 5t + 5y = −x;

889. Доведіть, що сума будь-яких трьох послідовних цілих чисел ділиться на 3.

n, n + 1, n + 2 — три послідовні цілі числа;

n + (n + 1) + (n + 2) = 3n + 3 = 3(n + 1) ділиться на 3.

890. Чи є тотожністю рівність:

1) |a + 5| = a + 5, ні; **2)** $|m^2 + 1| = m^2 + 1$, так;

3) |m − n| = |n − m|, так; **4)** |a| + |b| = |a + b|, ні.

891. **а)** Подайте добуток у вигляді степеня:

1) $0{,}3 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}3^3$; **2)** $-2 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^4$;

3) $a \cdot a = a^2$; **4)** $\frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} = (\frac{x}{y})^5$.

б) Подайте степінь у вигляді добутку однакових множників:

1) $m^3 = m \cdot m \cdot m$; **2)** $17^4 = 17 \cdot 17 \cdot 17 \cdot 17$;

3) $(p + 2)^2 = (p + 2) \cdot (p + 2)$; **4)** $(\frac{a}{9})^5 = \frac{a}{9} \cdot \frac{a}{9} \cdot \frac{a}{9} \cdot \frac{a}{9} \cdot \frac{a}{9}$.

892. Обчисліть:

1) $2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$; **2)** $(0{,}2)^3 = 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}008$;

3) $(-\frac{1}{8})^2 = -\frac{1}{8}(-\frac{1}{8}) = \frac{1}{64}$; **4)** $(-1\frac{1}{6})^3 = -\frac{1}{6} \cdot -\frac{1}{6} \cdot -\frac{1}{6} = \frac{343}{216}$;

5) $-(-2)^3 = -(-2)(-2)(-2) = -(-8) = 8$; **6)** $-(-\frac{1}{4})^2 = -(-\frac{1}{4})(-\frac{1}{4}) = -\frac{1}{16}$;

7) $-(-0{,}1)^2 = -(-0{,}1)(-0{,}1) = -0{,}01$;

8) $-(-1)^{27} = -\underbrace{(-1 \cdot (-1) \ldots . (-1))}_{27 \text{ разів}} = -1 \cdot (-1) = 1$.

893. Не виконуючи обчислень, порівняйте з нулем значення виразу:

1) $(-1{,}7)^{15} \cdot (-2{,}7)^2 < 0$; **2)** $(-2{,}3)^3 : (-5{,}89) > 0$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

3) $-3{,}7^2 \cdot (-2{,}8)^4 < 0$; **4)** $-(-2{,}6)^8 \cdot (-5{,}7)^5 > 0$.

894. Знайдіть останню цифру числа:

1) 2015^{13} — остання цифра 5;

2) 5011^7 — остання цифра 1;

3) 1006^{17} — остання цифра 6;

4) $15^9 + 16^8 + 101^{17}$ — остання цифра (5 + 6 + 1 = 12) — 2.

895. Чи є число:

1) $10^{17} + 5$ кратно числу 3, бо сума цифр 6 ділиться на 3;

2) $10^{29} + 7$ кратним числу 9 не буде, бо сума цифр 8 не ділиться на 3.

896. Подайте у вигляді степеня:

1) $b^7 \cdot b^3 = b^{10}$; **2)** $a^3 \cdot a = a^3 \cdot a^1 = a^4$; **3)** $9^8 \cdot 9^7 = 9^{15}$; **4)** $p^{10} : p^3 = p^7$;

5) $19^8 : 19^6 = 19^2$; **6)** $7^{15} : 7^{14} = 7^1$; **7)** $(a^3)^4 = a^{12}$; **8)** $(2^5)^3 = 2^{15}$.

897. Обчисліть:

1) $3^8 : 3^7 = 3$; **2)** $2^5 \cdot 2^{12} : 2^{15} = 2^{17} : 2^{15} = 2^2 = 4$;

3) $\frac{10^4 \cdot 10^9}{10^{10}} = \frac{10^{13}}{10^{10}} = 1000$; **4)** $\frac{8^5 \cdot 8^{10}}{8^{11} \cdot 8^3} = \frac{8^{15}}{8^{14}} = 8^1 = 8$.

898. Знайдіть значення x, для якого рівність є тотожністю:

1) $(4^7)^x = 4^{21}$; $7x = 21$; $x = 3$;

2) $(3^2)^6 = 3^{2x}$; $2x = 12$; $x = 6$;

3) $(((\frac{1}{7})^x)^3)^4 = (\frac{1}{7})^{24}$; $12x = 24$; $x = 2$.

899. Запишіть вираз у вигляді степеня (n – натуральне число):

1) $(a^{18} : a^2n)(a^7 : a^n)$, $n < 7$;

$(a^{18} : a^2n)(a^7 : a^n) = a^{18-n} \cdot a^{7-n} = a^{18-2n+7-n} = a^{25-3n}$.

2) $\frac{a^8 \cdot a^{2n} \cdot a^{4n}}{a^n \cdot a^5} = \frac{a^{8+2n+4n}}{a^{n+5}} = \frac{a^{8+6n}}{a^{n+5}} = \frac{a^{8+6n}}{a^{n+5}} = a^{8+6n-n-5} = a^{3+5n}$.

900. Знайдіть останню цифру числа (n – натуральне число):

1) 8^{4n} — остання цифра 6; **2)** 7^{4n+1}; $7^{4n} \cdot 7^1$ — остання цифра 7.

901. Які з виразів є одночленами? Які з одночленів подано у стандартному вигляді:

Одночлени:

1) $-a^2c$; **2)** $7a \cdot 2b \cdot 4$; **3)** 17; **4)** aaba; **7)** $-p^2$.

Одночлени подано у стандартному вигляді:

1) $-a^2c$; **3)** 17; **7)** $-p^2$.

902. Зведіть одночлен до стандартного вигляду, укажіть його коефіцієнт і степінь:

	Одночлен у стандартному вигляді	Коефіцієнт	Степінь
1)	$-\frac{1}{2}a^2b \cdot 2ab^7 = -a^3b^8$	−1	11
2)	$3m(-2m^2) \cdot 5m^7 = -30m^{10}$	−30	10
3)	$-7ap^2 \cdot 0{,}1a^2p^9 = -0{,}7a^3p^{11}$	−0,7	14
4)	$\frac{1}{8}m^2 \cdot \frac{8}{9}mc^2 = \frac{9}{8} \cdot \frac{8}{9}m^3c^2 = m^3c^2$	1	5
5)	$-a(-b)(-c)(-5d) = 5abcd$	5	4
6)	$p^9(-2a^2)(-5p^7) \cdot a^8 = 10a^{10}p^{16}$	10	26

903. Складіть два різних одночлени стандартного вигляду зі змінними a і b так, щоб:

1) степінь кожного з них дорівнював 7, а коефіцієнт дорівнював −8;

$-8ab^6$; $-8a^3b^4$;

2) степінь кожного з них дорівнював 3, а коефіцієнт дорівнював 17.

$17ab^2$; $17a^2b$.

904. Знайдіть добуток одночленів:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1) $3m \cdot 2n = 6mn$; **2)** $-4p \cdot 2a = -8pa$; **3)** $8m^2 \cdot 3n = 24m^2n$; **4)** $-2a^3 \cdot (-b^7) = 2a^3b^7$.

905. Подайте вираз у вигляді одночлена стандартного вигляду:

1) $-2{,}5m^2 \cdot (-4m^3p) = 10m^5p$; **2)** $12p^2m \cdot (-\frac{5}{6}p^3m^7) = -10p^5m^8$;

3) $0{,}6m^7a^9 \cdot 10m^2a^7 \cdot \frac{1}{2}m^3 = 3m^{12}a^{16}$; **4)** $(-mn^7)^3 = m^3n^{21}$;

5) $(-2a^5b^7)^2 = 4a^{10}b^{14}$; **6)** $(m^3p^7a^9)^5 = m^{15}p^{35}a^{45}$.

906. Знайдіть одночлен A, якщо:

1) $A \cdot 14m^2n = 42m^4n^2$; $A = 3m^2n$; **2)** $3p^2q^7 \cdot A = -21p^3q^7$; $A = -7p$;

907. Виконайте множення одночленів $0{,}4m \cdot 10nm^2$ та знайдіть значення одержаного добутку, якщо $m = -2$; $n = 0{,}5$.

$0{,}4m \cdot 10mn^2 = 4m^3n$. Якщо $m = -2$, $n = 0{,}5$, то $4 \cdot (-2)^3 \cdot 0{,}5 = -16$.

908. Чи можна подати вираз у вигляді квадрата одночлена:

1) $49m^8n^{12} = (7m^4n^6)^2$; **2)** $-25a^4b^8$ — ні, не можна;

3) $-0{,}2m^4n^2 \cdot (-5m^2n^4) = m^6n^6 = (m^3n^3)^2$; **4)** $-(-3a^4)^3 \cdot 3a^{12} = 27a^{12} \cdot 3a^{12} = 81a^{24} = (9a^{12})^2$.

909. Для якого натурального значення n рівність $(2{,}5a^8c)^n \cdot 0{,}16c^5 = 2{,}5a^{24}c^8$ є тотожністю?

$(2{,}5a^8c)^n \cdot 0{,}16c^5 = 2{,}5a^{24}c^8$;

$(2{,}5a^8c)^n = 2{,}5^na^{8n}c^n \cdot 0{,}16c^5 = 2{,}5a^24c^8$; $n = 3$.

910. З даних одночленів складіть многочлен та вкажіть його степінь:

1) $5a^2 + 4b$, друга степінь; **2)** $-a^2 + ab + m$, друга степінь;

3) $5c^3 - 8$, третя степінь; **4)** $3mn^2 + 4mn - 5m^2n - 7$, третя степінь.

911. Зведіть подібні члени многочлена:

1) $8a^2b - 7ab^2 + 5a^2b + 4b^2a = 13a^2b - 3a^2b$;

2) $5mn - 2mn - 8 - 3mn = -8$;

3) $7m^3 + m^2 - 8 - m^8 + 3m^2 = 6m^8 + 4m^2 - 8$;

4) $2x^2y - 7xy^2 - 5xy + 3yx^2 + 7y^2x = 5x^2y - 5xy$.

912. Зведіть до стандартного вигляду многочлен

$-\frac{1}{4}ab(-8ab^2) + 8a^2(-1{,}5ab) + 20ab(-0{,}1ab^2) + a^2ab + 2a \cdot 6a^2b$

і знайдіть його значення, якщо $a = 5$; $b = -\frac{1}{25}$.

$-\frac{1}{4}ab(-8ab^2) + 8a^2 \cdot (-1{,}5ab) + 20ab(-0{,}1ab^2) + a^2ab + 2a \cdot 6a^2b =$

$2a^2b^3 - 12a^3b - 2a^2b^3 + a^3b + 12a^3b = a^3b$.

Якщо $a = 5$, $b = -\frac{1}{25}$, то $a^3b = 5^3 \cdot (-\frac{1}{25}) = 125(-\frac{1}{25}) = -5$.

913. Чи існують такі натуральні значення змінної a, для яких значення многочлена $2a^2 + 6a + 7$ є парним числом?

$2a^2 + 6a + 7$, натуральних значень змінної a, при яких значення многочлена є парним числом, не існує: $2a^2$ — парне; $6a$ — парне; 7 — непарне.

914. Спростіть вирази:

1) $(3m + 5n) + (9m - 7n) - (-2n + 5m) = 3m + 5n + 9m - 7n + 2n - 5m = 7m$;

2) $(12ab - b^2) - (5ab + b^2) + (ab + 2b^2) = 12ab - b^2 - 5ab - b^2 + ab + 2b^2 = 8ab$;

3) $(3x^2 + 2x) + (2x^2 - 3x - 4) - (17 - x^2) = 3x^2 + 2x + 2x^2 - 3x - 4 - 17 + x^2 = 6x^2 - x - 21$;

4) $(m - n + p) + (m - p) - (m - n - p) = m - n + p + m - p - m + n + p = m + p$.

915.

1) Подайте многочлен $4x^3 - 4x^2 + 5x - 7$ у вигляді суми двочленів;

$4x^3 - 4x^2 + 5x - 7 = (4x^3 - 4x^2) + (5x - 7)$;

2) Подайте многочлен $x^3 - 5x + 7x^2 - 9$ у вигляді різниці одночлена і тричлена.

$x^3 - 5x + 7x^2 - 9 = x^3 - (5x - 7x^2 + 9)$.

916. Який многочлен у сумі з многочленом $2x^2 - 3x + 7$ дає:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1) $2x^2 - 3x + 7 + (-2x^2 + 3x - 7) = 0$; **2)** $2x^2 - 3x + 7 + (-2x^2 + 3x - 2) = 5$;
3) $2x^2 - 3x + 7 + (-2x^2 - 6) = -3x + 1$; **4)** $2x^2 - 3x + 7 + (-x^2 - 2x) = x^2 - 5x + 7$.

917. Доведіть, що сума двох послідовних непарних цілих чисел ділиться на 4.

$2n - 1$ і $2n + 1$ – послідовні непарні цілі числа;

$2n - 1 + 2n + 1 = 4n$ – ділиться на 4.

918. Спростіть вираз $5xy - 8x^2y - (3xy - (4\frac{1}{4}xy^2 + 8x^2y) - 2{,}75xy^2)$ і знайдіть його значення, якщо $x = -1$; $y = 3$.

$5xy - 8x^2y - (3xy - (4\frac{1}{4}xy^2 + 8x^2y) - 2{,}75xy^2) = 5xy - 8x^2y - (3xy - 4\frac{1}{4}xy^2 - 8x^2y - 2{,}75xy^2)$

$= 5xy - 8x^2y - 3xy + 4\frac{1}{4}xy^2 + 8x^2y + 2\frac{3}{4}xy^2 = 2xy + 7xy^2$.

Якщо $x = -1$, $y = 3$, то...

$2(-1) \cdot 3 + 7(-1) \cdot 3^2 = -6 - 63 = -69$.

Відповідь: -69.

919. Виконайте множення:

1) $a(b + 7) = ab^2 + 7a$; **2)** $c(2 - x) = 2c - cx$;
3) $-a(m - 3) = -am + 3a$; **4)** $-b(a - x + y) = -ab + bx - by$.

920. Перетворіть добуток на многочлен:

1) $2ax(a^2 - 3ax) = 2a^3x - 6a^2x^2$;
2) $-3mp(2m^3 - 5mp) = -6m^4p + 15m^2p^2$;
3) $4ab^2(a^2 - 2ab - b^2) = 4a^3b^2 - 8a^2b^3 - 4ab^4$;
4) $(4m^3 - 2mn^2 - n^2) \cdot mn^2 = 4m^4n^2 - 2m^2n^4 + mn^4$;
5) $(-0{,}1x^3y + 0{,}2x^2y - y^2) \cdot (5x^2y) = 0{,}5x^5y^2 - x^4y^3 + 5x^2y^3$;
6) $-10n^3x(5nx^2 - 2n^2x + x^5) = -50n^4x^3 + 20n^5x^2 - 10n^3x^6$.

921. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $2x(x + y) - y(2x - y) - y(y + 1) = 2x^2 + 2xy - 2xy + y^2 - y^2 - y = 2x^2 - y$.

Якщо $x = -5$, $y = -10$, то $2(-5)^2 - (-10) = 2 \cdot 25 + 10 = 60$.

2) $m^2(m^2 - 5m + 1) - 2m(m^3 - 4m^2 + m) + m^4 - 3m^2 + 2 =$

$= m^4 - 5m^3 + m^2 - 2m^4 + 8m^3 - 2m^2 + m^4 - 3m^2 + 2 = -m^2 + 2$.

Якщо $m = -3$, то $-(-3)^2 + 2 = -9 + 2 = -7$.

922. Для якого значення змінної значення виразу $2x(6x - 5)$ на 5 менше від відповідного значення виразу $3(4x^2 - 5)$?

$2x(6x - 5) + 5 = 3(4x^2 - 5)$;

$12x^2 - 10x + 5 = 12x^2 - 15$;

$-10x = -15 - 5$;

$-10x = -20$;

$x = -20 : (-10)$;

$x = 2$.

Відповідь: 2.

923. Спростіть вираз $\frac{1}{8}x^n - \frac{5}{8}x^2(1 + x^{n-2}) + \frac{1}{2}x^3(x^{n-3} + 2)$, де $n > 3$, n – натуральне число.

$\frac{1}{8}x^n - \frac{5}{8}x^2(1 + x^{n-2}) + \frac{1}{2}x^3(x^{n-3} + 2) = \frac{1}{8}x^n - \frac{5}{8}x^2 + \frac{5}{8}x^n + \frac{1}{2}x^n + x^3 = x^3 - \frac{5}{8}x^2$.

924. За перший день з овочесховища продали на 3 ц більше овочів, ніж за другий, а за третій – $\frac{4}{9}$ від того, що продали за перші два дні разом. По скільки центнерів овочів продавали кожного із цих днів, якщо разом за ці дні продали 65 ц овочів?

Нехай за другий день продали x ц овочів, а за перший день $(x + 3)$ ц овочів, а за третій – $\frac{4}{9}(x + x + 3) = \frac{4}{9}(2x + 3)$ ц було овочів продано.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Рівняння:

$x + (x + 3) + \frac{4}{9}(2x + 3) = 65;$

$9x + 9x + 27 + 8x + 12 = 65 \times 9;$

$26x = 546;$

$x = 546 : 26;$

$x = 21.$

За другий день продали 21 ц, за перший 24 ц, а за третій день:

$\frac{4}{9}(2 \cdot 21 + 3) = \frac{4}{9} \cdot 45 = 20$ (ц) овочів.

Відповідь: 21 ц; 24 ц; 20 ц.

925. Розв'яжіть рівняння:

$\frac{1 - \frac{3x}{2}}{4} + \frac{2 - \frac{x}{4}}{3} = x - 2 \mid \cdot 12;$

$3(1 - \frac{3x}{2}) + 4(2 - \frac{x}{4}) = 12x - 24;$

$3 - 4{,}5x + 8 - x = 12x - 24;$

$-4{,}5x - x - 12x = -24 - 3 - 8;$

$-17{,}5x = -35;$

$x = 2.$

Відповідь: 2.

926. Винесіть за дужки спільний множник:

1) $5x - 5y = 5(x - y);$ **2)** $7m + 7n = 7(m + n);$

3) $ap + ac = a(p + c);$ **4)** $bm - bk = b(m - k).$

927. Розкладіть на множники:

1) $7ax - 7bx = 7x(a - b);$ **2)** $8a + 24ac = 8a(1 + 3c);$

3) $18p - 24p^2 = 6p(3 - 4p);$ **4)** $5m^3 - 10m^2 = 5m^2(m - 2);$

5) $-15a^2 - 20a^3 = -5a^2(3 + 4a);$ **6)** $a^7 - a^2 + a^5 = a^2(a^5 - 1 + a^3).$

928. Подайте вираз у вигляді добутку:

1) $6xy - 12x^2y + 15x^2y = 3xy(2 - 4x + 5);$

2) $7mn^5 + 28m^2n^3 - 7m^3n^2 = 7mn^2(n^3 + 4mn - 7m^2);$

3) $a(x - 2) + 3b(x - 2) - 2(2 - x) = (x - 2)(a + 3b + 2);$

4) $8(m - 1)^2 - n(1 - m) = 8(m - 1)^2 + n(m - 1) = (m - 1)^2 \cdot (8 + n).$

929. Розв'яжіть рівняння:

1) $x|x - 3| - 5|x - 3| = 0;$

$|x - 3|(x - 5) = 0;$

$|x - 3| = 0;\ x = 3;$

$x - 5 = 0;\ x = 5;$

Відповідь: 3; 5.

2) $|x| \cdot |x - 2| - 7|x - 2| = 0;$

$|x - 2|(|x| - 7) = 0;$

$|x - 2| = 0;$

$x - 2 = 0;\ x = 2;$

$|x| - 7 = 0;\ |x| = 7;$

$x = 7$ або $x = -7.$

Відповідь: 2; 7; −7.

930. Для деякого значення x значення виразу $x^2 - 3x - 13$ дорівнює −1. Знайдіть для того самого значення x значення виразу:

1) $2x^2 - 6x - 26 = 2(x^2 - 3x - 13)$. Якщо $x^2 - 3x - 13 = -1$, то $2(x^2 - 3x - 13) = 2(-1) = -2;$

2) $x^2(x^2 - 3x - 13) - 3x(x^2 - 3x - 13) = (x^2 - 3x - 13)(x^2 - 3x) = (x^2 - 3x - 13)((x^2 - 3x - 13) + 13)$. Якщо $x^2 - 3x - 13 = -1$, то $(x^2 - 3x - 13)(x^2 - 3x - 13 + 13) = -1(-1 + 13) = -12.$

3) $3x^2 - 9x - 8 = 3x^2 - 9x - 39 + 31 = 3(x^2 - 3x - 13) + 31.$

Якщо $x^2 - 3x - 13 = -1$, то $3(x^2 - 3x - 13) + 31 = 3(-1) + 31 = 28;$

4) $\frac{5}{12}x^2 - \frac{5}{4}x + 3 = \frac{1}{12}(5x^2 - 15x + 36) = \frac{1}{12}((5x^2 - 15x - 65) + 101) = \frac{1}{12}(5(x^2 - 3x - 13) + 101).$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Якщо $x^2 - 3x - 13 = -1$, то $\frac{1}{12}(5(x^2 - 3x - 13) + 101) = \frac{1}{12}(5(-1) + 101) = \frac{96}{12} = 8$.

931. Виконайте множення:

1) $(m - p)(a + x) = ma + mx - ap - px$; **2)** $(2 + t)(a - 3) = 2a - 6 + ta - 3t$;

3) $(a + b)(2 + c) = 2a + ac + 2b + bc$; **4)** $(a - 2)(b - 3) = ab - 3a - 2b + 6$.

932. Подайте у вигляді многочлена:

1) $(2m - 3p)(3m + 2p) = 6m^2 + 4pm - 9pm - 6p^2 = 6m^2 - 5pm - 6p^2$;

2) $(2a^2 + b)(3b - 5a^2) = 6a^2b - 10a^4 + 3b^2 - 5a^2b$;

3) $(7x^2 - 2x)(3x + 1) = 21x^3 + 7x^2 - 6x^2 - 2x = 21x^3 + x^2 - 2x$;

4) $(5a^3 - 4a^2)(9a^2 + 8a) = 45a^5 + 40a^4 - 36a^4 - 32a^3 = 45a^5 + 4a^4 - 32a^3$;

5) $(3a^2 + 5ab)(3b - 4a) = 9a^2b - 12a^3 + 15ab^2 - 20a^2b = -11a^2b + 15ab^2 - 12a^3$;

6) $(mn - n^2)(4n^3 + 2n^2m) = 4mn^4 + 2n^3m^2 - 4n^5 - 2n^4m = 2mn^4 + 2n^3m^2 - 4n^5$.

933. Спростіть вираз:

1) $(a - 8)(2a - 2) - (a + 9)(a - 3) = 2a^2 - 2a - 16a + 16 - (a^2 - 3a + 9a - 27) =$
$= 2a^2 - 18a + 16 - a^2 + 6a + 27 = a^2 - 24a + 43$;

2) $(x - y)(x + 3) - (x + y)(x - 3) = x^2 + 3x - xy - 3y - (x^2 - 3x + xy - 3y) =$
$= x^2 + 3x - xy - 3y - x^2 + 3x - xy + 3y = 6x - 2xy$;

3) $(3a - 5)(5a + 3b) - (5a - 3b)(3a + 5b) = 15a^2 + 9ab - 25ab - 15b^2 - (15a^2 + 25ab - 9ab - 15b^2) = 15a^2 - 16ab - 15b^2 - 15a^2 + 16ab - 15b^2 = -30b^2$;

4) $(a^3 + 4m)(a^2 - 4m) - (a^2 + 4m)(a^3 - 4m) = a^5 - 4a^3m + 4ma^2 - 16m^2 - (a^5 - 4a^2m + 4ma^3 - 16m^2) = a^5 - 4a^3m + 4ma^2 - 16m^2 - a^5 + 4a^2m - 4a^3m + 16m^2 = -8a^3m + 8ma^2$.

934. Розв'яжіть рівняння:

1) $(3x - 1)(2x + 6) - (2x - 2)(3x + 1) = -24$;

$6x^2 + 18x - 2x - 6 - (6x^2 + 2x - 6x - 2) = -24$;

$6x^2 + 16x - 6 - 6x^2 + 4x + 2 = -24$.

$16x + 4x = -24 + 6 - 2$;

$20x = -20$;

$x = -20 : 20$;

$x = -1$.

Відповідь: -1.

2) $(3x + 9)(x - 5) - (x - 7)(3x - 1) = 12 + 8x$;

$3x^2 - 15x + 9x - 45 - (3x^2 - x - 21x + 7) = 12 + 8x$;

$3x^2 - 15x + 9x - 45 - 3x^2 + x + 21x + 7 = 12 + 8x$;

$-6x + 22x - 8x = 12 + 45 + 7$;

$8x = 64$;

$x = 64 : 8$;

$x = 8$.

Відповідь: 8.

935. Доведіть, що значення виразу $2(10x - 5)(x + 0{,}6) + (4x^2 - 1)(2x - 5) - (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$ не залежить від значення змінної.

$2(10x - 5)(x + 0{,}6) + (4x^2 - 1)(2x - 5) - (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) =$
$= 2(10x^2 + 6x - 5x - 3) + 8x^3 - 20x^2 - 2x + 5 - 8x^3 + 1 =$
$= 20x^2 + 2x - 6 - 20x^2 - 2x + 6 = 0$.

936. Доведіть, що $(x + 1)(y + 1) - (x - 1)(y - 1) = 8$, якщо $x + y = 4$.

$(x + 1)(y + 1) - (x - 1)(y - 1) = xy + x + y + 1 - (xy - x - y + 1) =$
$= xy + x + y + 1 - xy + x + y - 1 = 2x + 2y = 2(x + y) = 2 \cdot 4 = 8$.

937. Два акваріуми мають форму прямокутного паралелепіпеда. Довжина першого на 10 см більша за його ширину. Довжина другого акваріума на 20 см більша за довжину першого, а ширина − на 10 см більша за ширину першого. Якщо обидва акваріуми

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

наповнити водою на висоту 25 см, то води в другому буде на 37,5 л більше, ніж у першому. Знайдіть довжину і ширину першого акваріума.

Нехай x см — ширина першого акваріуму, (x + 10) см — довжина першого акваріуму.

$x(x + 10) \cdot 25(см^3)$ — об'єм води у першому акваріуму.

(x + 10) см — ширина другого акваріуму;

(x + 30) см — довжина другого акваріуму;

$(x + 30)(x + 10) \cdot 25(см^3)$ — об'єм води у другому акваріуму.

$37,5 л = 37,5 дм^3 = 37\,500 см^3$.

Рівняння:

$x(x + 10) \cdot 25 + 37\,500 = (x + 30)(x + 10) \cdot 25;$

$25x^2 + 250x + 37\,500 = (x^2 + 10x + 30x + 300) \cdot 25;$

$250x - 1000x = 7\,500 - 37\,500;$

$750x = 30\,000;$

$x = 30\,000 : 750;$

$x = 40.$

Довжина: 50 см. Ширина: 40 см.

Відповідь: 40 см; 50 см.

938. Закінчіть розкладання многочлена на множники:

$ab - 7b + 3a - 21 = (ab - 7b) + (3a - 21) = b(a - 7) + 3(a - 7) = (a - 7)(b + 3).$

939. Розкладіть на множники:

1) $m(a - b) + 3a - 3b = m(a - b) + 3(a - b) = (a - b)(m + 3);$

2) $a(b + c) + b + c = (b + c)(a + 1);$

3) $3a - 3c + xa - xc = 3(a - c) + x(a - c);$

4) $ab - ac - 4b + 4c = a(b - c) - 4(b - c) = (b - c)(a - 4).$

940. Подайте многочлен у вигляді добутку:

1) $12x^2c - 8x^2y - 9xy^3 + 6y^4 = 4x^2(3c - 2y) - 3y^3(3c - 2y) = (3c - 2y)(4x^2 - 3y^3);$

2) $1,6mn^2 - 2,4mp^2 - n^3 + 1,5np^2 = 0,8m(2n^2 - 3p^2) - 0,5n(2n^2 - 3p^2) =$

$= (2n^2 - 3p^2)(0,8m - 0,5n).$

941. Розв'яжіть рівняння $x^2 + 5x - 6 = 0$, застосувавши розкладання многочлена на множники.

$x^2 + 5x - 6 = 0;$

$x^2 + 2x + 3x - 6 = x^2 - x + 6x - 6 = x(x - 1) + 6(x - 1) = (x - 1)(x + 6).$

942. Піднесіть двочлен до степеня:

1) $(x - p)^2 = x^2 - 2px + p^2;$ **2)** $(m + a)^2 = m^2 + 2ma + a^2;$

3) $(b - k)^2 = b^2 - 2bk + k^2;$ **4)** $(y + c)^2 = y^2 + 2yc + c^2.$

943. Перетворіть вираз на многочлен:

1) $(3a - 7)^2 = 9a^2 - 42a + 49;$ **2)** $(2b + 5)^2 = 4b^2 + 20b + 25;$

3) $(10m - 5k)^2 = 100m^2 - 100mk + 25k^2;$ **4)** $(4p + 9q)^2 = 16p^2 + 72pq + 81q^2;$

5) $(0,1m - 5p)^2 = 0,01m^2 - mp + 25p^2;$ **6)** $(\frac{1}{6}a + 6b)^2 = \frac{1}{36}a^2 + 2ab + 36b^2.$

944. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $(a - 1)^2 - (a - 2)^2 = a^2 - 2a + 1 - (a^2 - 4a + 4) = a^2 - 2a + 1 - a2 + 4a - 4 = 2a - 3.$

Якщо $a = 1,5$, то $2a - 3 = 2 \cdot 1,5 - 3 = 3 - 3 = 0.$

2) $(3b + 2)^2 + (3b - 2)^2 = 9b^2 + 12b + 4 + 9b^2 - 12b + 4 = 18b^2 + 8.$

Якщо $b = -\frac{1}{3}$, то $18(-\frac{1}{3})^2 + 8 = 18(-\frac{1}{9}) + 8 = -2 + 8 = 6.$

945. Знайдіть число, квадрат якого після збільшення цього числа на 3 збільшується на 159.

x — число; x^2 — квадрат числа;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$(x + 3)^2 = x^2 + 159$;
$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 159$;
$6x = 150$;
$x = 25$.
Відповідь: 25.

946. Чи є рівність $(a - b)^2 = |a - b|^2$ тотожністю?
Нехай $a - b \geq 0$, тоді $|a - b| = a - b$ і $|a - b|^2 = (a - b)^2$.
Нехай $a - b < 0$, тоді $|a - b| = -(a - b)$, $|a - b|^2 = (-(a - b))^2 = (a - b)^2$.
Отже, рівність $(a - b)^2 = |a - b|^2$ є тотожністю.

947. Подайте у вигляді многочлена:
1) $((x + y) + a)^2 = (x + y)^2 + 2a(x + y) + a^2 = x^2 + 2xy + y^2 + 2ax + 2ay + a^2$.
2) $((b - c) - d)^2 = (b - c)^2 - 2d(b - c) + d^2 = b^2 - 2bc + c^2 - 2bd + 2dc + d^2$.
3) $(m + n + 2)^2 = m^2 + n^2 + 4 + 2mn + 4m + 4n$.
4) $(a + 3 - c)(a + 3 - c) = ((a + 3) - c)^2 = (a + 3)^2 - 2c(a + 3) + c^2 = a^2 + 6a + 9 - 2ac - 6c + c^2$.

948. Подайте у вигляді квадрата двочлена:
1) $m^2 - 2mp + p^2 = (m - p)^2$;
2) $b^2 + 2by + y^2 = (b + y)^2$;
3) $a^2 - 2 \cdot a \cdot 4 + 4^2 = (a - 2)^2$.

949. Розкладіть на множники:
1) $m^2 + 20m + 100 = (m + 10)^2$;
2) $49 - 14b + b^2 = (7 - b)^2$;
3) $0{,}09x^2 + 0{,}6x + 1 = (0{,}3x + 1)^2$;
4) $\frac{1}{36} - \frac{1}{3}p + p^2 = (\frac{1}{6} - p)^2$;
5) $4x^2 + 20x + 25 = (2x + 5)^2$;
6) $14m^2 - 12mp + 9p^2 = (7m - 3p)^2$.

950. Знайдіть значення виразу:
1) $-100m^2 + 20m - 1 = -(100m^2 - 20m + 1) = -(10m - 1)^2$.
Якщо $m = 0{,}1$, то $(10 \cdot 0{,}1 - 1)^2 = (1 - 1)^2 = 0$;
якщо $m = -0{,}9$, то $(10(-0{,}9) - 1)^2 = (-10)^2 = 100$.
2) $-4x^2 - 12xy - 9y^2 = -(4x^2 + 12xy + 9y^2) = -(2x + 3y)^2$.
Якщо $x = 0{,}03$, $y = -0{,}02$, то $-(2 \cdot 0{,}03 + 3(-0{,}02)) = (-0{,}06 - 0{,}06) = 0$.

951. Розв'яжіть рівняння:
1) $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$;
$9x^2 - 6x + 1 = 0$;
$(3x - 1)^2 = 0$;
$3x - 1 = 0$;
$x = \frac{1}{3}$.
Відповідь: $\frac{1}{3}$.

2) $5y^2 + 2y + \frac{1}{5} = 0$;
$25y^2 + 10y + 1 = 0$;
$(5y + 1)^2 = 0$;
$5y + 1 = 0$;
$5y = -1$; $y = -\frac{1}{5}$.
Відповідь: $-\frac{1}{5}$.

952. Змініть один з коефіцієнтів многочлена так, щоб одержаний тричлен можна було подати у вигляді квадрата двочлена (знайдіть три різних розв'язки):
1) $100m^2 + 20mn + n^2 = (10m + n)^2$;
2) $25a^2 - 30ab + 9b^2 = (5a - 3b)^2$.

953. Доведіть, що для будь-яких значень змінних вираз набуває лише невід'ємних значень:
1) $4x(4x - 10) + 25 = 16x^2 - 40x + 25 = (4x - 5)^2 > 0$;
2) $(a - 2)((a - 2) + 2m) + m^2 = (a - 2)(a - 2 + 2m) + m^2 =$
$= a^2 - 2a + 2am - 2a + 4 - 4m + m^2 = (a - 2 + m)^2$;
3) $(a + b)(a + b + 8) + 16 = a^2 + ab + 8a + ab + b^2 + 8b = (a + b + 4)^2$.

954. Які з рівностей є тотожностями:
1) $(b - x)(b + x) = b^2 + x^2$; $b^2 - x^2 = b^2 + x^2$, не є тотожністю;

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

2) $(c - d)(c + d) = c^2 - d^2$ — тотожність;
3) $(m - n)(m - n) = (m + n)^2$, не є тотожністю;
4) $(p - q)(p - q) = p^2 - q^2$ — тотожність.

955. Виконайте множення:
1) $(c + 7)(7 - c) = 49 - c^2$;
2) $(0{,}5m - 3)(0{,}5m + 3) = 0{,}25m^2 - 9$;
3) $(3k + 7)(3k - 7) = 9k^2 - 49$;
4) $(2p - 9q)(9a + 2p) = 4p^2 - 81q^2$;
5) $(10m + 9n)(9n - 10m) = 81n^2 - 100m^2$;
6) $(\frac{2}{3}c - \frac{4}{5}d)(\frac{2}{3}c + \frac{4}{5}d) = \frac{4}{9}c^2 - \frac{16}{25}d^2$.

956. Подайте у вигляді многочлена:
1) $4(a - 1)(a + 1) = 4(a^2 - 1) = 4a^2 - 4$;
2) $b(b - 2)(b + 2) = b(b^2 - 4) = b^3 - 4b$;
3) $7p(p + 3)(p - 3) = 7p(p^2 - 9) = 7p^3 - 63p$;
4) $-3x(x + 4)(x - 4) = -3x(x^2 - 16) = -3x^3 + 48x$.

957. Спростіть вираз і знайдіть його значення:
1) $(1{,}9x - 3)(3 + 1{,}9x) + 0{,}39x^2 = 3{,}61x^2 - 9 + 0{,}39x^2 = 4x^2 - 9 = 4 \cdot 2^2 - 9 = 4 \cdot 4 - 9 = 16 - 9 = 7$;
2) $9{,}99 - (5y - 0{,}1)(5y + 0{,}01) = 9{,}99 - (25y^2 - 0{,}01) = 9{,}99 - 25y^2 + 0{,}01 = 10 - 15y^2$.
Якщо $y = \frac{1}{5}$, то $10 - 25(\frac{1}{5})^2 = 10 - 25\frac{1}{25} = 9$;
3) $(2x - 3y)(2x + 3y) - (3x + 2y)(3x - 2y) = 4x^2 - 9y^2 - (9x^2 - 4y^2) = 4x^2 - 9y^2 - 9x^2 + 4y^2 = -5x^2 - 5y^2$.
Якщо $x = 1{,}8$, $y = -1{,}8$, то $-5 \cdot 1{,}82 - 5(-1{,}8)^2 = -5 \cdot 1{,}8^2 - 5 \cdot 1{,}8^2 = -10 \cdot 3{,}24 = -32{,}4$.
4) $(ab + 1)(ab - 1)(a^2b^2 + 1) = (a^2b^2 - 1)(a^2b^2 + 1) = a^4b^4 - 1 = 5^4 \cdot (\frac{1}{5})^4 - 1 = (5\frac{1}{5})^4 - 1 = 0$.

958. Обчисліть:
$7^{40} \cdot 3^{40} - (21^{20} - 1)(21^{20} + 1) = 7^{40} \cdot 3^{40} - (21^{40} - 1) = 7^{40} \cdot 3^{40} - 21^{40} + 1 = 1$.

959. Які з рівностей є тотожностями:
1) $m^2 - p^2 = (m + p)(m - p)$ — тотожність;
2) $a^2 - 7^2 = (a - 7)(a + 7)$ — тотожність;
3) $c^2 - d^2 = (c - d)(c + d)$ — тотожність;
4) $9^2 - a^2 = (9 - a)^2$ — не є тотожність.

960. Розкладіть на множники двочлен:
1) $x^2 - 49 = (x - 7)(x + 7)$;
2) $100 - p^2 = (10 - p)(10 + p)$;
3) $0{,}04m^2 - n^2 = (0{,}2m - n)(0{,}2m + n)$;
4) $25x^2 - 36y^2 = (5x - 6y)(5x + 6y)$;
5) $16a^2 - b^2c^2 = (4a - bc)(4a + bc)$;
6) $121m^2a^2 - \frac{1}{9}b^2 = (11ma - \frac{1}{3}b)(11ma + \frac{1}{3}b)$.

961. Розв'яжіть рівняння, де x – змінна:
1) $a^2x^2 - b^2 = 0$;
$(ax - b)(ax + b) = 0$;
$ax - b = 0$;
$ax = b$; $x = \frac{b}{a}$;
або $ax + b = 0$;
$ax = -b$; $x = -\frac{b}{a}$.
Відповідь: $\frac{b}{a}$; $-\frac{b}{a}$.

2) $x^2 - 0{,}09a^2 = 0$;
$(x - 0{,}3a)(x + 0{,}3a) = 0$;
$x = 0{,}3a$;
$x = -0{,}3a$.
Відповідь: $0{,}3a$; $-0{,}3a$.

962. Чи ділиться:
1) $138^2 - 136^2 = (138 - 136)(138 + 136) = 2 \cdot 274 = 4 \cdot 137$ ділиться на 4;
2) $349^2 - 347^2 = (349 - 347)(349 + 347) = 2 \cdot 696 = 2 \cdot 3 \cdot 232 = 6 \cdot 232$ ділиться на 6.

963. Розкладіть на множники вираз:
1) $9 - (2x - 8)(3x + 2) - 2x(5x + 10) = 9 - (6x^2 + 4x - 24x - 16) - 10x^2 - 20x =$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

$= 9 - 6x^2 + 20x + 16 - 10x^2 - 20x = 9 - 16x^2 + 16 = 25 - 16x^2 = (5 - 4x)(5 + 4x)$.

2) $(3x + 5)(4x - 5) - 2x(2,5 + 1,5x) = 12x^2 - 15x + 20x - 25 - 5x - 3x^2 =$
$= 9x^2 - 25 = (3x - 5)(3x + 5)$.

964. Який з даних виразів є неповним квадратом суми виразів m і n, а який – неповним квадратом їх різниці:

2) $m^2 + 2mn + n^2 = (m + n)^2$; — неповний квадрат суми виразів m і n;

4) $m^2 - 2mn + n^2 = (m - n)^2$; — неповний квадрат різниці виразів m і n.

965. Розкладіть на множники:

1) $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$;

2) $p^3 + k^3 = (p + k)(p^2 - pk + k^2)$;

3) $a^3 - 64 = (a - 8)(a^2 + 8a + 16)$;

4) $\frac{1}{125} + b^3 = (\frac{1}{5} + b)(\frac{1}{25} - \frac{1}{5}b + b^2)$;

5) $0,001m^3 - 1 = (0,1m - 1)(0,01m^2 + 0,1m + 1)$;

6) $8x^3 + 27p^3 = (2x + 3p)(4x^2 - 6xp + 9p^2)$.

966. Доведіть, що значення виразу $37^3 + 13^3$ ділиться на 50.

$37^3 + 13^3 = (37 + 13)(37^2 - 37 \cdot 13 + 13^2) = 50(37^2 - 37 \cdot 13 + 13^2)$ — ділиться на 50, один із множників є 50.

967. Доведіть тотожність:

$x6 - y6 = (x - y)(x + y)(x^2 + xy + y^2)(x^3 - xy + y^2)$;

$(x - y)(x + y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = (x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2) =$
$= (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = (x^3)^2 - (y^3)^2 = x^6 - y^6$.

968. Закінчіть розкладання на множники:

1) $ym^2 - 4y = y(m^2 - 4) = y(m^2 - 2^2) = y(m - 2)(m + 2)$;

2) $ca^2 + 2ac + c = c(a^2 + 2a + 1) = c(a + 1)^2$.

969. Розкладіть на множники многочлен:

1) $mp^2 - mq^2 = m(p^2 - q^2) = m(p - q)(p + q)$;

2) $20a^2 - 5 = 5(4a^2 - 1) = 5(2a - 1)(2a + 1)$;

3) $c - c^3 = c(1 - c^2) = (1 - c)(1 + c)$;

4) $64a^2 - a^4 = a^2(64 - c^2) = a(8^2 - a^2) = a(8 - a)(8 + a)$;

5) $5x^2 - 10xy + 5y^2 = 5(x^2 - 2xy + y^2) = 5(x - y)^2$;

6) $2b + 4bn + 2bn^2 = 2b(1 + 2n + n^2) = 2b(1 + n)^2$.

970. Подайте у вигляді добутку:

1) $9a^3 - 9b^3 = 9(a^3 - b^3) = 9(a - b)(a^2 + ab + b^2)$;

2) $2mn - 2bn + 6m - 6b = (2mn - 2bn) + (6m - 6b) = 2n(m - b) + 6(m - b) =$
$= (m - n)(2n + 6) = 2(m - b)(n + 3)$;

3) $\frac{1}{81}p^4 - 1 = (\frac{1}{9}p^2 - 1)(\frac{1}{9}p^2 + 1) = (\frac{1}{3}p - 1)(\frac{1}{3}p + 1)(\frac{1}{9}p^2 + 1)$;

4) $m^2 - 4mn + 4n^2 - 25 = (m^2 - 4mn + 4n^2) - 25 = (m - 2n)^2 - 5^2 = (m - 2n - 5)(m - 2n + 5)$;

5) $b^2 - 36 + b - 6 = (b^2 - 36) + (b - 6) = (b - 6)(b + 6) + (b - 6) = (b - 6)(b + 6 + 1)$;

6) $m^2 - 4m - m^2n + 4n = (m^2 - m^2n) + (-4m + 4n) = m^2(m - n) - 4(m - n) =$
$= (m - n)(m^2 - 4) = (m - n)(m - 2)(m + 2)$.

971. Розкладіть на множники многочлен:

1) $am^4 - m^4 - an^2 + m^2 = (am^4 - m^4) + (-am^2 + m^2) = m^4(a - 1) - m^2(a - 1) =$
$= (a - 1)(m^4 - m^2) = m^2(a - 1)(m^2 - 1) = m^2(a - 1)(m - 1)(m + 1)$;

2) $a^3b - a^3 - ab + a = (a^3b - a^3) + (-ab + a) = a^3(b - 1) - a(b - 1) = (b - 1)(a^3 - a) =$
$= (b - 1) \cdot a(a^2 - 1) = a(b - 1)(a - 1)(a + 1)$;

3) $(b^3 + 1) + (-b^2 - b) = (b + 1)(b^2 - b + 1) - b(b + 1) = (b + 1)(b^2 - b + 1 - b) =$
$= (b + 1)(b^2 - 2b + 1) = (b + 1)(b - 1)^2$;

4) $x^3 - 27 + x^4 - 9x^2 = (x^3 - 27) + (x^4 - 9x^2) = (x - 3)(x^2 + 3x + 9) + x^2(x - 3)(x + 3) =$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$= (x - 3)(x^2 + 3x + 9 + x^2 (x + 3)) = (x - 3)(x^3 - 4x^2 + 3x + 9)$.

972. Доведіть тотожність:

1) $(a + 1)^3 - 4(a + 1) = (a + 1)((a+ 1)^2 - 4) = (a + 1)(a + 1 - 2)(a + 1 + 2) = (a + 1)(a - 1)(a + 3)$ — тотожність доведена;

2) $(m^2 + 9)^2 - 36m^2 = (m^2 + 9 - 6m)(m^2 + 9 + 6m) = (m - 3)^2(m + 3)^2$ — тотожність доведена.

РОЗДІЛ 3. ФУНКЦІЇ

§22. Функція. Область визначення і область значення функції. Способи задання функцій.

973. Чи залежить периметр рівностороннього трикутника від довжини його сторони? Чи є периметр цього трикутника функцією від довжини сторони трикутника? Якщо так, то задайте цю функцію формулою за умови, що сторона трикутника дорівнює a.

Периметр P рівностороннього трикутника залежить від довжини його сторони. Ця залежність є функцією, яку можна задати формулою $P = 3a$.

974. Які з даних записів задають функцію? Укажіть для них незалежну змінну (аргумент) та залежну змінну:

1) $a = 4b + 2$ — залежність є функцією. Незалежна змінна (аргумент) для цієї функції b, а залежна змінна (функція від цього аргументу) — a;

3) $y = \frac{1}{4x - 1}$ залежність є функцією. Незалежна змінна (аргумент) для цієї функції x, а залежна змінна (функція від цього аргументу) — y;

5) $p = t - t^3 - 2$ — залежність є функцією. Незалежна змінна (аргумент) для цієї функції t, а залежна змінна (функція від цього аргументу) — p.

975. Які з даних записів задають функцію? Укажіть для них незалежну змінну (аргумент) та залежну змінну:

1) $m = 5n^2 - 2$ — залежність є функцією. Незалежна змінна (аргумент) для цієї функції n, а залежна змінна (функція від цього аргументу) — m;

2) $y = x^2 - x + 2$ — залежність є функцією. Незалежна змінна (аргумент) для цієї і функції x, а залежна змінна (функція від цього аргументу) — y;

5) $d = \frac{m - 1}{m^2 + 1}$ — залежність є функцією. Незалежна змінна (аргумент) для цієї функції m, а залежна змінна (функція від цього аргументу) — d.

976. Площу круга знаходять за формулою $S = \pi r^2$, де r – радіус круга. Чи задає ця формула функцію? Якщо так, укажіть її аргумент та область визначення.

Формула $S = \pi r^2$ задає функцію. Аргумент функції r, а область визначення — додатні числа.

977. Площа прямокутника зі сторонами x см і 8 см дорівнює S. Виразіть формулою залежність S від x. Чи задає ця формула функцію?

Залежність S від x можна виразити формулою $S = 8x$, яка задає функцію.

978. Об'єм куба з ребром a см дорівнює V $см^3$. Виразіть формулою залежність V від a. Чи задає ця формула функцію? Знайдіть за цією формулою значення V, якщо:

Залежність V від a задається формулою $V = a^3$, яка є функцією.

1) Якщо $a = 5$, то $V = 5^3 = 125$;

2) якщо $a = 7$, то $V = 7^3 = 343$;

3) якщо $a = \frac{3}{4}$, то $V = (\frac{3}{4})^3 = \frac{27}{64}$.

979. Периметр прямокутника зі сторонами x дм і 6 дм дорівнює P дм. Запишіть формулу залежності P від x. Для значень аргументу $x = 2; 4; 5; 15$ знайдіть відповідні значення функції P.

$P = 2(x + 6)$.

Якщо $x = 2$, то $P = 2(2 + 6) = 2 \cdot 8 = 16$ (дм);

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

якщо x = 4, то P = 2(4 + 6) = 2 · 10 = 20 (дм);
якщо x = 5, то P = 2(5 + 6) = 2 · 11 = 22 (дм);
якщо x = 15, то P = 2(15 + 6) = 2 · 21 = 42 (дм).

980. Функцію задано формулою y = –2x. 1) Яка змінна є незалежною, а яка – залежною? 2) Знайдіть значення функції, що відповідають значенням аргументу –3 ; 0; 8.

1) Для функції y = –2x змінна x є незалежною, а змінна y — залежною;
2) Якщо x = –3, то y = –2 · (–3) = 6; якщо x = 0, то y = –2 · 0 = 0;
якщо x = 8, то y = –2 · 8 = –16.

981. Обчисліть значення функції, заданої формулою y = 5x – 7 для значень аргументу, що дорівнюють –2; 0; 5; 10.

Якщо x = –2, то y = 5 · (–2) – 7 = – 10 – 7 = –17;
якщо x = 0, то y = 5 · 0 – 7 = 0 – 7 = –7;
якщо x = 5, то y = 5 · 5 – 7 = 25 – 7 = 18;
якщо x = 10, то y = 5 · 10 – 7 = 50 – 7 = 43.

982. Знайдіть значення функції, заданої формулою $y = \frac{20}{x}$, для значень аргументу, що дорівнюють –40; –10; 4; 5.

Якщо x = – 40, то $y = -\frac{20}{40} = -\frac{1}{2} = -0{,}5$;
якщо x = –10, то $y = \frac{20}{10} = 2$;
якщо x = 4, то $y = \frac{20}{4} = 5$;
якщо x = 5, то $y = \frac{20}{5} = 4$.

983. Функцію задано формулою $y = -\frac{6}{x}$. У таблиці наведено x значення її аргументу. Заповніть таку таблицю в зошиті, обчисливши відповідні значення функції:

Якщо x = –12, то $y = \frac{6}{12} = 0{,}5$; якщо x = –6, то $y = \frac{6}{6} = 1$;
якщо x = –5 , то $y = \frac{6}{5} = 1{,}2$; якщо x = –3 , то $y = \frac{6}{3} = 2$;
якщо x = 2, то $y = \frac{6}{2} = 3$; якщо x = 4, то $y = \frac{6}{4} = 1{,}5$;
якщо x = 8, то $y = \frac{6}{8} = 0{,}75$; якщо x = 10, то $y = \frac{6}{10} = 0{,}6$.

x	–12	–6	–5	–3	2	4	8	10
y	0,5	1	1,2	2	3	1,5	0,75	0,6

984. Функцію задано формулою y = 4x + 3. У таблиці наведено значення її аргументу. Заповніть таку таблицю в зошиті, обчисливши відповідні значення функції:

Якщо x = –7, то y = 4 · (–7) + 3 = –28 + 3 = –25;
якщо x = –5, то y = 4 · (–5) + 3 = –20 + 3 = –17;
якщо x = –3, то y = 4 · (–3) + 3 = –12 + 3 = –9;
якщо x = –1, то y = 4 · (–1) + 3 = –4 + 3 = –1;
якщо x = 2, то y = 4 · 2 + 3 = 8 + 3 = 11;
якщо x = 4, то y = 4 · 4 + 3 = 16 + 3 = 19;
якщо x = 6, то y = 4 · 6 + 3 = 24 + 3 = 27;
якщо x = 8, то y = 4 · 8 + 3 = 32 + 3 = 35.

x	–7	–5	–3	–1	2	4	6	8
y	–25	–17	–9	–1	11	19	27	35

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

985. Складіть таблицю значень функції, заданої формулою $y = x^2 - 3$, для значень аргументу –3; –2; –1; 0; 1; 2.

x	–3	–2	–1	0	1	2
y	6	1	–2	–3	–2	1

986. Складіть таблицю значень функції, заданої формулою $y = 5 - x^2$, для значень аргументу –2; –1; 0; 1; 2; 3.

x	–2	–1	0	1	2	3
y	1	4	5	4	1	–4

987. Потяг, рухаючись зі швидкістю 65 км/год, проходить за t год відстань S км. Задайте формулою залежність S від t. Обчисліть значення функції, які відповідають значенням аргументу, що дорівнюють 1; 2,4; 3; 5,8.

Залежність S від t задається формулою $S = 65t$.

Якщо $t = 1$, то $S = 65 \cdot 1 = 65$;

якщо $t = 2,4$, то $S = 65 \cdot 2,4 = 156$;

якщо $t = 3$, то $S = 65 \cdot 3 = 195$;

якщо $t = 5,8$, то $S = 65 \cdot 5,8 = 377$.

988. Кожному натуральному значенню n відповідає втричі більше за нього число N. Задайте формулою залежність N від n. Знайдіть значення функції, що відповідають значенням аргументу 2; 7; 13; 20.

$N = 3n$.

Якщо $n = 2$, то $N = 3 \cdot 2 = 6$;

якщо $n = 7$, то $N = 3 \cdot 7 = 21$;

якщо $n = 13$, то $N = 3 \cdot 13 = 39$;

якщо $n = 20$, то $N = 3 \cdot 20 = 60$.

989. Знайдіть область визначення функції:

1) Областю визначення функції $y = 3x - 5$ є всі числа;

2) областю визначення функції $y = \frac{2x + 3}{5}$ є всі числа;

3) областю визначення функції $y = \frac{8}{x}$ є всі числа, крім нуля, бо при цьому значенні знаменник перетворюється в нуль;

4) областю визначення функції $y = \frac{7}{x + 2}$ є всі числа, крім числа –2, бо при цьому $x + 2$ значенні знаменник перетворюється в нуль.

990. найдіть область визначення функції:

1) Областю визначення функції $y = 2x + 3$ є всі числа;

2) областю визначення функції $y = \frac{8x - 3}{7}$ є всі числа;

3) областю визначення функції $y = -\frac{6}{x}$ є всі числа, крім нуля, бо при цьому значенні знаменник перетворюється в нуль;

4) областю визначення функції $y = \frac{4}{x - 3}$ є всі числа, крім числа 3, бо при цьому значенні знаменник перетворюється в нуль.

991. Знайдіть значення аргументу, при якому: 1) функція $y = -3x$ набуває значення –6; 9; 15; 2) функція $y = 5x - 1$ набуває значення –1; 4; 14.

1) $y = -3x$. **2)** $y = 5x - 1$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

якщо y = –6: –6 = –3x; x = 6 : 3; x = 2;
якщо y = –9: 9 = –3x; x = –9 : 3; x = –3 ;
якщо y = 15: 15 = –3x; x = –15 : 3; x = –5;
якщо y = –1: –1 = 5x – 1; 5x = 0; x = 0;
якщо y = 4: 4 = 5x – 1; 5x = 5; x = 1;
якщо y = 14: 14 = 5x – 1; 5x = 15; x = 3.

992. Знайдіть значення аргументу, при якому: 1) функція y = 4x набуває значення –8; 0; 12; 2) функція y = 3 – 2x набуває значення –1; 3; 17.

1) y = 4x.
якщо y = –8: –8 = 4x; x = –8 : 4; x = –2;
якщо y = 0: 0 = 4x; x = 0 : 4; x = 0;
якщо y = 12: 12 = 4x; x = 12 : 4; x = 3;

2) y = 3 – 2x.
якщо y = –1: –1 = 3 – 2x; 2x = 4 ; x = 2;
якщо y = 3: 3 = 3 – 2x; 2x = 0; x = 0;
якщо y = 17: 17 = 3 – 2x; 2x = –14; x = –7.

993. Функцію задано таблицею: Знайдіть: 1) значення функції, якщо x = –2; 0; 1; 2) значення аргументу, при якому значення функції дорівнює –3 ; 2; 7; 3) область визначення функції; 4) область значень функції.

x	–2	–1	0	1	2
y	–5	–3	–1	2	7

1) Якщо x = –2, то y = –5; якщо x = 0, то y = –1; якщо x = 1, то y = 2;
2) y = –3, якщо x = – 1; y = 2, якщо x = 1; y = 7, якщо x = 2;
3) область визначення функції складають числа –2, –1, 0, 1, 2;
4) область значень функції складають числа –5, –3, –1, 2, 7.

994. Функцію задано таблицею: Знайдіть: 1) значення функції, яке відповідає значенню аргументу, що дорівнює 1; 3; 4; 2) значення аргументу, при якому y = 0; 5; 7; 3) область визначення функції; 4) область значень функції.

x	1	2	3	4	5
y	–2	0	2	5	7

1) Якщо x= 1, то y = –2; якщо x = 3, то y = 2; якщо x = 4, то y = 5;
2) y = 0, якщо x = 2; y = 5, якщо x = 4; y = 7, якщо x = 5;
3) область визначення функції складають числа 1, 2, 3, 4, 5;
4) область значень функції складають числа –2, 0, 2, 5, 7.

995. Функцію задано формулою $y = \frac{3}{4}x$. Заповніть порожні комірки таблиці:

x	–8	–12	1,6	0,5	20,8	$2\frac{2}{7}$	15,525
y	–6	–9	1,2	$-\frac{3}{8}$	15,6	$1\frac{5}{7}$	20,7

996. Функцію задано формулою $y = \frac{3}{5}x$. Заповніть порожні комірки таблиці:

x	–10	–2	0	1	8,5	22,5
y	–6	–1,2	0	$\frac{3}{5}$	5,1	13,5

997. Знайдіть область визначення функції, заданої формулою:
1) $x^2 - 9 = 0$; (x – 3)(x + 3) = 0; x – 3 = 0 або x + 3 = 0; x = 3 або x = –3. Областю визначення функції $y = \frac{5}{x^2 - 9}$ є всі числа, крім чисел –3 і 3, бо при цих значеннях знаменник перетворюється в нуль;
2) областю визначення функції $y = \frac{17}{x^2 + 4}$ є всі числа;
3) x(x – 3) = 0; x = 0 або x – 3 = 0 x = 0 або x = 3. Областю визначення функції y є всі числа , крім чисел 0 і 3, бо при цих значеннях знаменник перетворюється в нуль;

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

4) $x^2 + x = 0$; $x(x + 1) = 0$; $x = 0$ або $x + 1 = 0$ $x = 0$ або $x = –1$. Областю визначення функції $y = \frac{7x + 1}{x^2 + x}$ є всі числа, крім чисел 0 і –1, бо при цих значеннях знаменник перетворюється в нуль;

5) $(x – 1)(x + 4) = 0$; $x – 1 = 0$ або $x + 4 = 0$; $x = 1$ або $x = –4$. Областю визначення функції $y = \frac{9}{(x – 1)(x + 4)}$ є всі числа, крім чисел 1 і –4, бо при цих значеннях знаменник перетворюється в нуль;

6) $x – 2 = 0$; $x = 2$; і $x + 3 = 0$; $x = –3$. Областю визначення функції $y = \frac{5}{x – 2} + \frac{7}{x + 3}$ є всі числа, крім чисел 2 і –3, бо при цих значеннях відповідні знаменники перетворюються в нуль.

998. Знайдіть область визначення функції:

1) $x^2 – 4 = 0$; $(x – 2)(x + 2) = 0$; $x – 2 = 0$ або $x + 2 = 0$; $x = 2$; або $x = –2$. Областю визначення функції $y = \frac{7}{x^2 – 4}$ є всі числа, крім чисел –2 і 2, бо при цих значеннях знаменник перетворюється в нуль;

2) областю визначення функції $y = \frac{13}{x^2 + 1}$ є всі числа;

3) $(x + 2)x = 0$; $x + 2 = 0$ або $x = 0$; $x = –2$ або $x = 0$. Областю визначення функції $y = \frac{14}{(x + 2)x}$ є всі числа, крім чисел –2 і 0, бо при цих значеннях знаменник перетворюється в нуль;

4) $x^2 – x = 0$; $x(x – 1) = 0$; $x = 0$ або $x – 1 = 0$; $x = 0$ або $x = 1$. Областю визначення функції $y = \frac{9}{x^2 – x}$ є всі числа, крім чисел 0 і 1, бо при цих значеннях знаменник перетворюється в нуль;

5) $(x + 5)(x – 3) = 0$; $x + 5 = 0$ або $x – 3 = 0$; $x = –5$ або $x = 3$. Областю визначення функції $y = \frac{7}{(x + 5)(x – 3)}$ є всі числа , крім чисел –5 і 3, бо при цих значеннях знаменник перетворюється в нуль;

6) $x + 3 = 0$; $x = –3$ і $x – 1 = 0$; $x = 1$. Областю визначення функції $y = \frac{14}{x + 3} + \frac{7}{x – 1}$ є всі числа, крім чисел –3 і 1, бо при цих значеннях відповідні знаменники перетворюються в нуль.

999. Початкова температура води була 20 °С. Під час нагрівання вона щохвилини підвищувалася на 5 °С. 1) Задайте формулою залежність температури води T від часу t її нагрівання. 2) Знайдіть значення T, що відповідає значенню аргументу t = 7; 9; 10. 3) Знайдіть значення t, яким відповідає T = 45; 60; 70. 4) Знайдіть значення t, за якого вода закипить.

1) $T = 20 + 5t$;

2) якщо $t = 7$, то $T = 20 + 5 \cdot 7 = 20 + 35 = 55$; якщо $t = 9$, то $T = 20 + 5 \cdot 9 = 20 + 45 = 65$; якщо $t = 10$, то $T = 20 + 5 \cdot 10 = 20 + 50 = 70$;

3) $T = 45$, якщо: $45 = 20 + 5t$; $5t = 25$; $t = 5$; $T = 60$, якщо: $60 = 20 + 5t$; $5t = 40$; $t = 8$; $T = 70$, якщо: $70 = 20 + 5t$; $5t = 50$; $t = 10$;

4) вода закипить, якщо $T = 100$, тому: $100 = 20 + 5t$; $5t = 80$; $t = 16$.

1000. Велосипедистка зупинилася на відстані 10 км від міста. А через деякий час продовжила рух зі швидкістю 15 км/год. 1) Задайте формулою залежність відстані s (у км), яку загалом подолала велосипедистка, від часу t (у год), який відраховується після зупинки. 2) Знайдіть значення s, що відповідає значенню t = 1; 2; 5. 3) Знайдіть значення t, для якого s = 34; 55; 70.

1) $S = 10 + 15t$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2)
якщо t = 1, то S = 10 + 15 · 1 = 10 + 15 = 25;
якщо t = 2, то S = 10 + 15 · 2= 10 +30 = 40;
якщо t = 5, то S = 10 + 15 · 5 = 10 + 75 = 85;

3)
якщо S = 34: 34 = 10 + 15t; 15t = 24; t = 1,6;
якщо S = 55: 55 = 10 + 15t; 15t = 45; t = 3;
якщо S = 70: 70 = 10 + 15t; 15t = 60; t = 4.

1001. У таблиці подано залежність функції y від аргументу x. Знайдіть: 1) значення y, якщо x = –4; –1; 0; 3; 2) значення x, яким відповідає y = –3; –2; 5; 3) значення x, якому відповідає таке саме значення y; 4) область визначення функції; 5) область значень функції.

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	–3	–2	1	–3	5	1	6	–2	–3

1) Якщо x = –4, то y = –3; якщо x = –1, то y = –3 ; якщо x = 0, то y = 5;
якщо x = 3, то y = –2;
2) y = –3, якщо x = –4 або x = – 1; y = –2, якщо x = –3 або x = 3; y = 5, якщо x = 0;
3) якщо x = 1, то y = 1;
4) область визначення функції складають числа –4, –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4;
5) область значень функції складають числа –3, –2, 1, 5, 6.

1002. У таблиці подано залежність функції y від аргументу x. Знайдіть: 1) значення y, якщо x = –8; –2; 4; 6; 2) значення x, яким відповідає y = –1; 4; 7; 3) значення x, якому відповідає протилежне до x значення y; 4) область визначення функції; 5) область значень функції.

x	–8	–6	–4	–2	0	2	4	6	8
y	–1	2	4	2	4	7	2	–1	–9

1) Якщо x = –8, то y = –1; якщо x = –2, то y = 2; якщо x = 4, то y = 2; якщо x = 6, то y = –1;
2) y = –1, якщо x = –8 або 6; y = 4, якщо x = –4 або 0;
3) x = –4; y = 4 або x = –2; y = 2;
4) область визначення функції складають числа –8, –6, –4, –2, 0, 2, 4, 6, 8;
5) область значень функції складають числа –1, 2, 4, 7, 9.

1003. Складіть таблицю значень функції y = 0,6 – 0,3x, де –2 ≤ x ≤ 5, з кроком, що дорівнює 1. Використовуючи цю таблицю, укажіть: 1) значення функції, яке відповідає значенню аргументу, що дорівнює 0; 2) значення аргументу, при якому значення функції дорівнює 0.

y = 0,6 – 0,3x.

x	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	1,2	0,9	0,6	0,3	0	–0,3	–0,3	–0,9

1) якщо x = 0, то y = 0,6;
2) y = 0, якщо x = 2.

1004. Знайдіть значення функції для x = –5; x = 0; x = 3, якщо:

1) $y = \begin{cases} 4x - 3, & \text{якщо } x < 0, \\ -2x, & \text{якщо } x \geq 0, \end{cases}$
Якщо x = –5, то y = 4(–5) – 3 = –23;
якщо x = 0, то y = –2 · 0 = 0;
якщо x = 3, то y = –2 · 3 = –6;

2) $y = \begin{cases} 7, & \text{якщо } x \leq 0, \\ -x^2, & \text{якщо } x > 0. \end{cases}$
Якщо x = –5, то y = 7;
якщо x = 0, то y = 7;
якщо x = 3, то $y = 3^2 = 9$.

1005. Знайдіть значення функції для значення аргументу, яке дорівнює –2; 0; 4, якщо:

1) $y = \begin{cases} 7x - 2, & \text{якщо } x \leq 0, \\ -3x, & \text{якщо } x > 0, \end{cases}$

2) $y = \begin{cases} 3, & \text{якщо } x \leq 2, \\ -x^2, & \text{якщо } x > 2. \end{cases}$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

Якщо $x = -2$, то $y = 4(-2) - 2 = -16$;
якщо $x = 0$, то $y = 7 \cdot 0 - 2 = -2$;
якщо $x = 4$, то $y = -3 \cdot 4 = -12$;

Якщо $x = -2$, то $y = 3$;
якщо $x = 0$, то $y = 3$;
якщо $x = 4$, то $y = -4^2 = -16$.

1006. Знайдіть найменше значення функції $y = x^2 + 2x + 5$.

$y = x^2 + 2x + 5 = x^2 + 2x + 4 + 1 = (x + 2)^2 + 1$. Вираз $(x + 2)^2$ невід'ємний і набирає найменшого значення 0 при $x = -2$. Отже, функція $y = (x + 2)^2 + 1$ набуває найменшого значення $0 + 1 = 1$ при $x = -2$.

1007. Обчисліть

$$\frac{8}{15} \cdot 0{,}5625 - \left(\frac{11}{24} + 1\frac{13}{36}\right) \cdot 1{,}44 + 2\frac{8}{25} = \frac{8}{15} \cdot \frac{5625}{10000} - 1\frac{22+26}{72} \cdot 1{,}44 + 2\frac{8}{25} = \frac{8}{15} \cdot \frac{9}{16} - 1\frac{59}{72} \cdot \frac{144}{100} + 2\frac{8}{25} =$$

$$\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{2} - \frac{131}{72} \cdot \frac{144}{100} + \frac{58}{25} = \frac{3}{10} - \frac{131}{50} + \frac{58}{25} = \frac{15 - 131 + 1163}{50} = 0.$$

1008. Якими одночленами треба заповнити клітинки, щоб рівність перетворилася на тотожність:

1) $(3x - 2y)(3x + 2y) = 9x^2 - 4y^2$;
2) $(5m + 6)(5m - 6) = 25m^2 - 36$;
3) $(7c^2 - 3p)(7c^2 + 3p) = 49c^4 - 9p^2$;
4) $(4m + 9a^2)(9a^2 - 4m) = 81 \cdot a^4 - 16m^2$.

1009. Сторона квадрата на 4 см більша за одну сторону прямокутника і на 5 см менша за другу. Знайдіть сторону квадрата, якщо його площа на 10 см^2 більша за площу прямокутника.

Нехай сторона квадрата дорівнює x см, тоді одна сторона прямокутника дорівнює $(x - 4)$ см, а інша – $(x + 5)$ см.
Площа квадрата дорівнює x^2 см^2, а прямокутника — $(x - 4)(x + 5)$ см^2.
Рівняння: $x^2 - (x - 4)(x + 5) = 10$;
$x^2 - x^2 - 5x + 4x + 20 = 10$;
$-x = -10$;
$x = 10$.
Відповідь: 10 см.

1010. Відомо, що 60 кг макулатури зберігають одне дерево. Учні сьомих класів школи зібрали 300 кг макулатури. Скільки дерев зберегли учні?

$300 : 60 = 5$ (дерев) – зберегли учні.

1011. У трьох коробках лежать кульки: у першій – дві білого кольору, у другій – дві чорного кольору, у третій – білого й чорного. На коробках є таблички з написами, що відповідають кольору кульок: ББ, ЧЧ і БЧ, але вміст жодної з коробок не відповідає її табличці. Як, взявши з якоїсь однієї коробки навмання одну кульку, визначити колір кульок, що лежать у кожній з коробок?

Візьмемо одну кульку з коробки БЧ. Якщо вона білого кольору, то в цій коробці дві білі кульки (надпис не відповідає вмісту), тоді у коробці ЧЧ — біла й чорна кулька, а в коробці ББ — дві чорні кульки. Якщо витягнута з коробки БЧ кулька чорного кольору, то у цій коробці дві чорні кульки, у коробці ББ — чорна й біла кульки, а в коробці ЧЧ — дві білі кульки.

§23. Графік функції. Графічний спосіб задання функції

1012. На малюнку зображено графік функції. За графіком:

1) заповніть у зошиті таблицю:

x	–3	–2,5	–2	–1,5	–0,5	0	1	2	3
y	–1,5	–1	0	1	1,5	2,5	2	2,5	3

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

2) знайдіть область визначення і область значень функції.
областю визначення функції є числа x такі, що $-3 \le x \le 3$;
областю значень функції є числа y такі, що $-1{,}5 \le y \le 3$.

1013. На малюнку зображено графік функції. За графіком:

1) заповніть таблицю:

x	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
y	1	0,5	1,5	2	1,5	0	–1	–1,5	–1	–2	–3	–2,5	–2

2) знайдіть область визначення і область значень функції.
областю визначення функції є такі числа x, що $-2 \le x \le 4$;
областю значень функції є такі числа y, що $-3 \le y \le 2$.

1014. Побудуйте графік функції $y = x - 3$, де $-2 \le x \le 5$, склавши таблицю для цілих значень аргументу. 1) Чи належить графіку функції точка A(3; 0); точка B (–1; 2)? 2) Знайдіть за графіком значення функції, якщо $x = 2$; $x = 4$. 3) Знайдіть за графіком значення аргументу, якому відповідає значення функції $y = -3$; $y = 2$.

1) $y = x - 3$, де $-2 \le x \le 5$;

x	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2

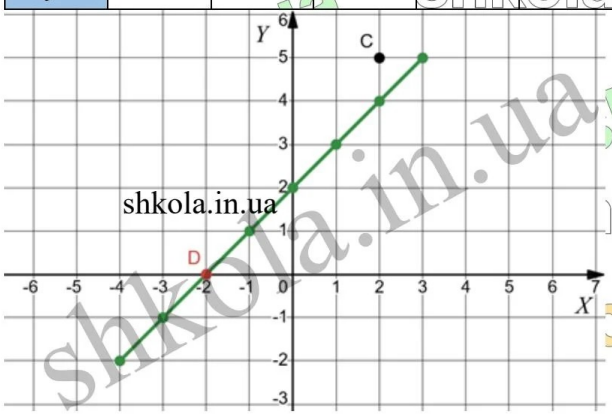


2) точка A(3; 0) належить графіку функції; точка B (–1; 2) не належить графіку функції;
3) якщо $x = 2$, то $y = -1$; якщо $x = 4$, то $y = 1$;
4) $y = -3$, якщо $x = 0$; $y = 2$, якщо $x = 5$.

1015. Побудуйте графік функції $y = x + 2$, де $-4 \le x \le 3$, склавши таблицю для цілих значень аргументу. 1) Чи належить графіку функції точка C(2; 5), точка D(–2; 0)? 2) Знайдіть за графіком значення функції, якщо $x = -3$; $x = 1$. 3) Знайдіть за графіком значення аргументу, якому відповідає значення функції $y = 1$; $y = 5$.

1) $y = x + 2$, де $-4 \le x \le 3$;

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3
y	–2	–1	0	1	2	3	4	5



issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

2) точка C(2; 5) не належить графіку функції; точка D(–2; 0) належить графіку функції;
3) якщо x = –3, то y = –1; якщо x = 1, то y = 3;
4) y = 1, якщо x = –1; y = 5, якщо x = 3.

1016. Не виконуючи побудови графіка, знайдіть нулі функції:
1) y = 5x; y = 0, якщо: 0 = 5x; x = 0;
2) y = 3x – 6; y = 0, якщо: 0 = 3x – 6; 3x = 6; x = 2;
3) $y = -\frac{x}{10}$; y = 0, якщо: $0 = -\frac{x}{10}$; x = 0;
4) $y = \frac{5-x}{8}$; y = 0, якщо: $0 = \frac{5-x}{8}$; 0 = 5 – x; x = 5.

1017. Не будуючи графіка, знайдіть нулі функції:
1) y = –3x; y = 0, якщо: 0 = –3x; x = 0;
2) y = 12 – 4x; y = 0, якщо: 0 = 12 – 4x; 4x = 12; x = 3;
3) $y = \frac{x}{3}$; y = 0, якщо $0 = \frac{x}{3}$; x = 0;
4) $y = \frac{x+2}{4}$; y = 0, якщо: $0 = \frac{x+2}{4}$; x + 2 = 0; x = –2.

1018. За графіком, знайдіть: 1) якою була температура повітря о 3 год; о 5 год; о 7 год; о 21 год; 2) о котрій годині температура повітря була –5 °C; 0 °C; 5 °C.
1) Температура повітря о 3 год була –5,5°C, о 5 год – –5,2°C, о 7 год – –2°C, о 21 год –2 °C;
2) температура повітря –5°C була о 2 год 15 хв і о 5 год 15 хв; 0°C — о 8 год і о 20 год; 5 °C — о 14 год.

1019. За графіком, знайдіть: 1) якою була температура повітря в 0 год; о 2 год; о 9 год; о 12 год; о 18 год; 2) о котрій годині температура повітря дорівнювала –6 °C; –2 °C; 1°C; 3 °C; 3) якою була найнижча температура і о котрій годині; 4) якою була найвища температура і о котрій годині; 5) протягом якого часу температура підвищувалась; 6) протягом якого часу температура знижувалась; 7) протягом якого часу температура повітря була нижчою за 0 °C; 8) протягом якого часу температура повітря була вищою за 0 °C.
1) Температура повітря в 0 год була –3 °C, о 2 год – –5°C, о 9 год — 1,2 °C, о 12 год — 3 °C, о 18 год — 3 °C;
2) температура повітря була –6 °C о 4 год і 24 год; –2°C о 7 год і 21 год; 1 °C о 8 год 40 хв і 18 год; 3 °C о 12 год і 16 год;
3) найнижча температура –6 °C була о 4 год і 24 год;
4) найвища температура 5 °C була о 14 год;
5) температура повітря підвищувалась від 4 год до 14 год;
6) температура повітря знижувалась від 0 год до 4 год і від 14 год до 24 год;
7) температура повітря була нижча від нуля від 0 год до 8 год і від 20 год до 24 год;
8) температура повітря була вища від нуля від 8 год до 20 год.

1020. За графіком знайдіть: 1) значення y, якщо x = –3; –2; –0,5; 1,5; 4; 2) значення x, яким відповідає y = –2,5; –1,5; 1; 3) нулі функції; 4) значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень; 5) значення аргументу, при яких функція набуває від'ємних значень.
1) Якщо x = –3, то y = –2; якщо x = –2, то y = –2,5; якщо x = –0,5, то y = 1; якщо x = 1,5, то y = 2,5; якщо x = 4, то y = –1;
2) y = –2,5, якщо x = –2; y = –1,5, якщо x = –1,5 або x = 3,5;
y = 1, якщо x = –0,5 або x = 2,5;
3) x = –1 і x = 3 — нулі функції;
4) функція набуває додатних значень, якщо –1 < x < 3;

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

5) функція набуває від'ємних значень, якщо $-3 \le x < -1$ і $3 < x \le 4$.

1021. За графіком функції (мал. 23.10) знайдіть: 1) значення y, якщо x = –3,5; –2; –1,5; 0; 1; 2,5; 2) значення x, яким відповідає y = –1; 1; 2; 3; 3) нулі функції; 4) значення аргументу, при яких функція набуває від'ємних значень; 5) значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень.

1) Якщо x = –3,5 то y = 2; якщо x = –2, то y = 2; якщо x = –1,5, то y = 1,2;
якщо x = 0, то y = –2; якщо x = 1, то y = –1,5; якщо x = 2,5, то y = 1;
2) y = –1, якщо x = –0,5 або x = 1,5; y = 1, якщо x = –1,4 або x = 2,5;
y = 2, якщо x = –3,5 або x = –2, або x = 3; y = 3, якщо x = 4;
3) x = –1 і x = 2 — нулі функції;
4) функція набуває від'ємних значень, якщо $-1 < x < 2$;
5) функція набуває додатних значень, якщо $-4 \le x < -1$ і $2 < x \le 4$.

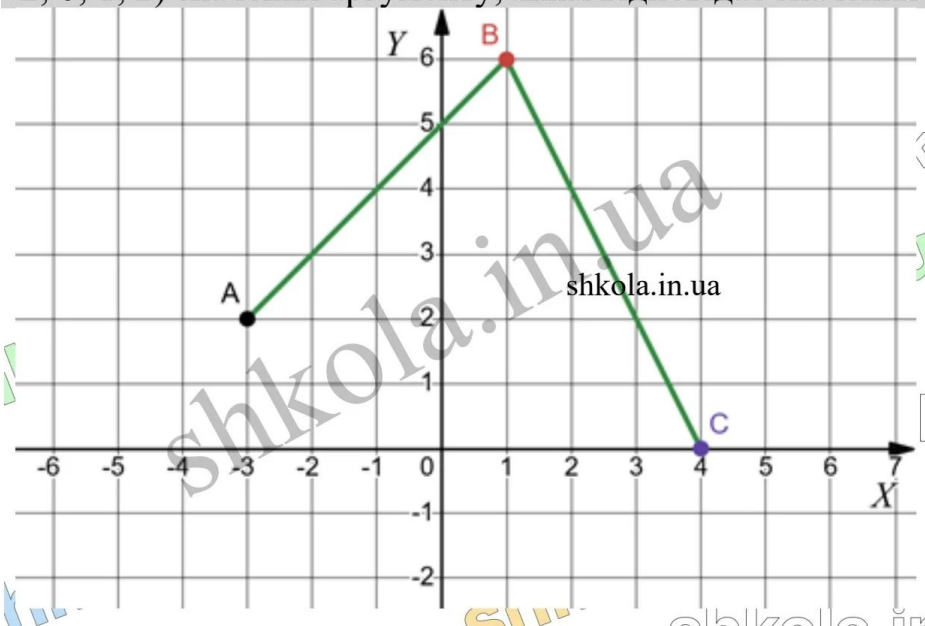
1022. Не виконуючи побудови, з'ясуйте, чи належить графіку функції $y = x^2 - 3x$ точка:

1) Точка (1; –2) належить графіку функції $y = x^2 - 3x$, бо:
$-2 = 1^2 - 3 \cdot 1$; $-2 = -2$ — правильна рівність;
2) точка (–2; –2) не належить графіку функції y – $y^2 - 3x$, бо:
$-2 = (-2)^2 - 3 \cdot (-2)$; $-2 = 10$ — неправильна рівність;
3) точка (0; –3) не належить графіку функції $y = x^2 - 3x$, бо:
$-3 = 0 - 3 \cdot 0$; $-3 = 0$ — неправильна рівність;
4) точка (–1; 4) належить графіку функції $y = x^2 - 3x$, бо:
$4 = (-1)^2 - 3 \cdot (-1)$; $4 = 4$ — правильна рівність.

1023. Не будуючи графіка функції $y = 2x + x^2$, з'ясуйте, чи належить йому точка:

1) Точка (1; 3) належить графіку функції $y = 2x + x^2$, бо:
$3 = 2 \cdot 1 + 1$; $3 = 3$ — правильна рівність;
2) точка (–1; 3) не належить графіку функції $y = 2x + x^2$, бо:
$3 = 2 \cdot (-1) + (-1)^2$; $3 = -1$ — неправильна рівність;
3) точка (0; 0) належить графіку функції $y = 2x + x^2$, бо:
$0 = 2 \cdot 0 + 0$; $0 = 0$ — правильна рівність;
4) точка (–2; 4) не належить графіку функції $y = 2x + x^2$, бо:
$4 = 2 \cdot (-2) + (-2)^2$; $4 = 0$ — неправильна рівність.

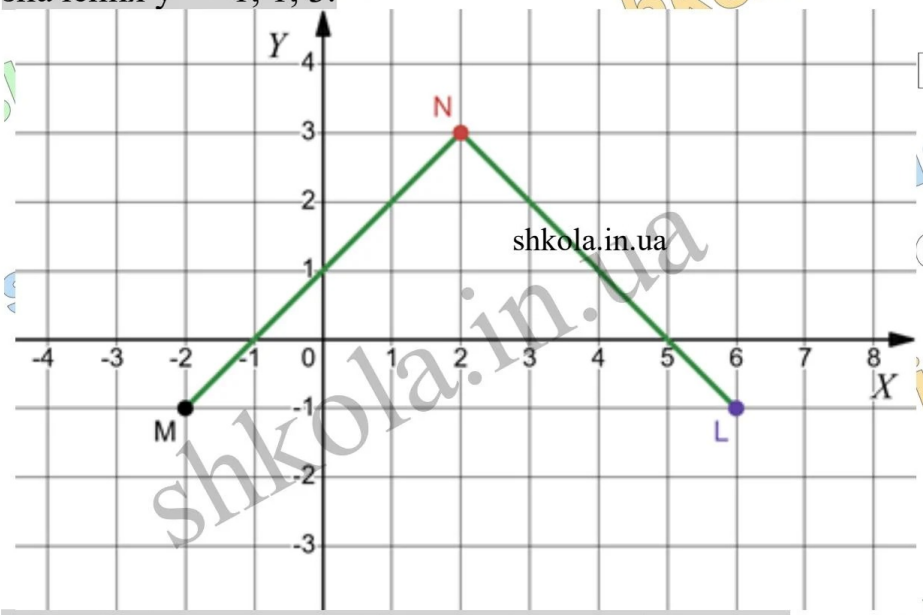
1024. Ламана ABC – графік деякої функції, причому A(–3; 2), B(1; 6), C(4; 0). Побудуйте графік і знайдіть з його допомогою: 1) значення функції, які відповідають значенням x = –2; 0; 1; 2) значення аргументу, яким відповідає значення y = 2; 4; 6.



1) Якщо x = –2, то y = 3;
якщо x = 0, то y = 5;
якщо x = 1, то y = 6;
2) y = 2, якщо x = –3 і x = 3;
y = 4, якщо x = –1 і x = 2;
y = 6, якщо x = 1.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

1025. Ламана MNL є графіком деякої функції, причому M(–2; –1), N(2; 3), L(6; –1). Побудуйте графік цієї функції і знайдіть з його допомогою: 1) значення функції, які відповідають значенням x = –2; 0; 2; 5; 2) значення аргументу, яким відповідають значення y = –1; 1; 3.



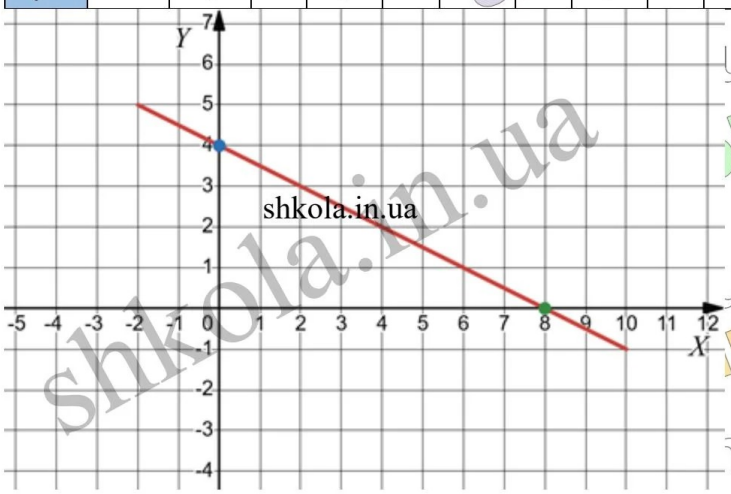
1) Якщо x = –2, то y = –1;
якщо x = 0, то y = 1;
якщо x = 2, то y = 3;
якщо x = 5, то y = 0;
2) y = –1, якщо x = –2 і x = 6;
y = 1, якщо x = 0 і x = 4;
y = 2, якщо x = 1 і x = 3.

1026. Не будуючи графіка, знайдіть нулі функції:
1) $y = x^2 - 4x$; y = 0, якщо:
$0 = x^2 - 4x$; x(x – 4) = 0; x = 0 або x – 4 = 0; x = 0 або x = 4;
2) $y = 16 - x^2$; y = 0, якщо:
$0 = 16 - x^2$; (4 – x) (4 + x) = 0; 4 – x = 0 або 4 + x = 0; x = 4 або x = –4;
3) $y = 2x^2 + 10x$; y = 0, якщо:
$0 = 2x^2 + 10x$; 2x(x + 5) = 0; 2x = 0 або x + 5 = 0; x = 0 або x = –5.

1027. Не будуючи графіка, знайдіть нулі функції:
1) $y = x^2 + 2x$; y = 0, якщо:
$x^2 + 2x = 0$; x(x + 2) = 0; x = 0 або x + 2 = 0; x = 0 або x = –2;
2) $y = x^2 - 25$; y = 0, якщо:
$x^2 - 25 = 0$; (x – 5)(x + 5) = 0; x – 5 = 0 або x + 5 = 0; x = 5 або x = –5;
3) $y = 12x - 3x^2$; y = 0, якщо:
$12x - 3x^2 = 0$; 3x(4 – x) = 0; x = 0 або 4 – x = 0; x = 0 або x = 4.

1028. Побудуйте графік функції:
1) $y = \frac{8 - x}{2}$, де $-2 \le x \le 10$.

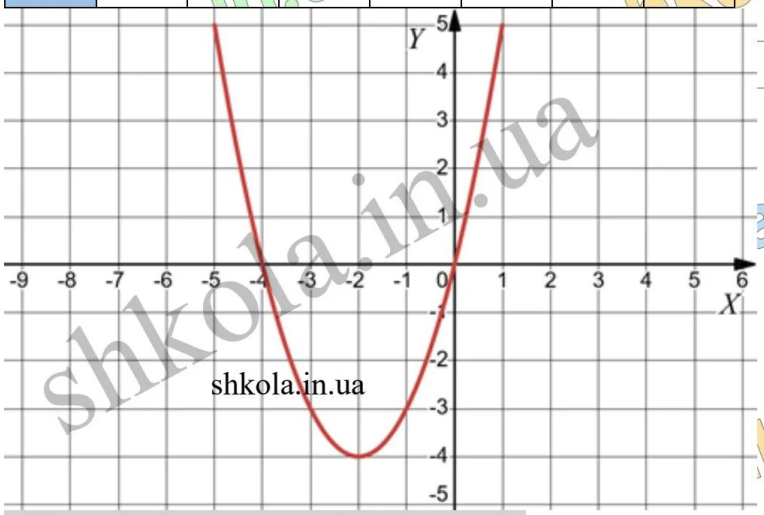
x	–2	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	5	4,5	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1	0,5	0	–0,5	–1



issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

2) $y = x(4 + x)$, де $-5 \le x \le 1$.

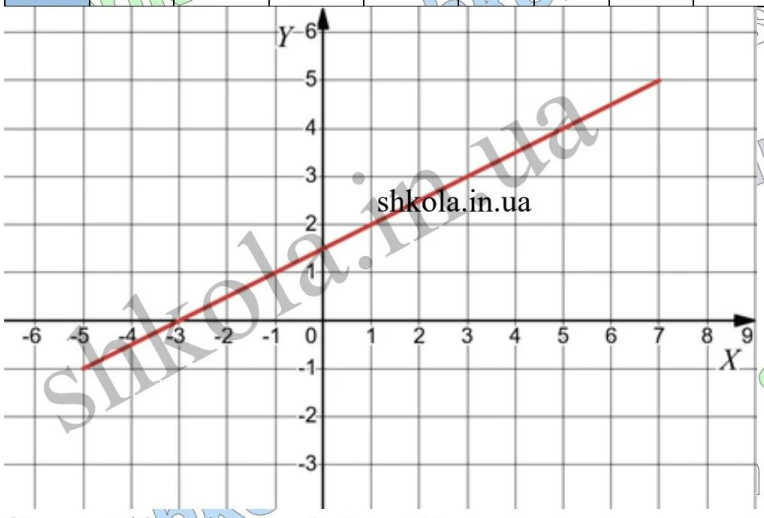
x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y	5	0	-3	-4	-3	0	5



1029. Побудуйте графік функції:

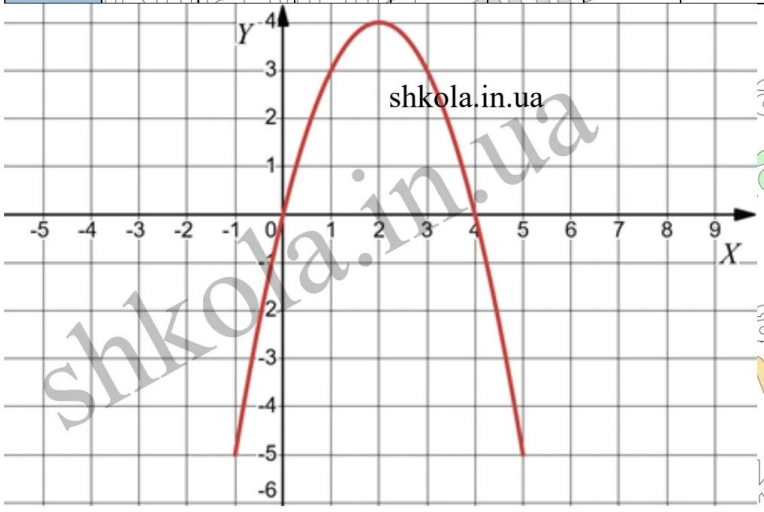
1) $y = \frac{x + 3}{2}$, де $-5 \le x \le 7$;

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
y	-1	$-0{,}5$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5



2) $y = x(4 - x)$, де $-1 \le x \le 5$.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	-5	0	3	4	3	0	-5



issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1030. Чи є фігура на малюнку графіком деякої функції?

Лінія, зображена на малюнку 16, не є графіком функції, бо, наприклад, якщо $x = 0$, то y набуває кількох значень.

1031. На малюнку 23.12 зображено графік залежності маси m (у кг) відра з водою від об'єму V (у л) води в ньому. Знайдіть за графіком: 1) масу порожнього відра; 2) масу відра, у якому 4 л води; 3) масу 1 л води; 4) об'єм води у відрі, якщо маса відра з водою – 8 кг.

1) Маса порожнього відра дорівнює 2 кг;

2) маса відра з 4л води дорівнює 6 кг;

3) маса одного літра води дорівнює: $3 - 2 = 1$ (кг);

4) якщо маса відра з водою дорівнює 8 кг, то об'єм води у відрі –6 л.

1032. Спростіть вираз:

1) $(a - 5)(a + 5) - a(a + 7) = a^2 - 25 - a^2 - 7a = -7a - 25$;

2) $m(m - 4) + (9 - m)(m + 9) = m^2 - 4m + 81 - m^2 = 81 - 4m$;

3) $2a(a - b) - (a - b)^2 = (a - b)(2a - a + b) = (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$;

4) $(q + 5p)(5p - q) - (p - 5q)^2 - 10pq = 25p^2 - q^2 - p^2 + 10pq - 25q^2 - 10pq = 24p^2 - 26q^2$.

1033. Доведіть, що різниця між будь-яким трицифровим натуральним числом і сумою його цифр є кратною числу 9.

Нехай трицифрове натуральне число дорівнює $100x + 10y + z$, тоді сума його цифр — $x + y + z$.

Маємо: $(100x + 10y + z) - (x + y + z) = 100x + 10y + z - x - y - z = 99x - 9y = 9(11x - y)$ — ділиться націло на 9.

1034. 1) Використання проточної води для миття посуду чи прання білизни призводить до марних витрат води в середньому до 15 л за хвилину. Скільки води можна зберегти під час півгодинного прання, якщо правильно ставитися до споживання води?

$15 \cdot 30 = 450$ (л) – можна зберегти.

2) Практична діяльність. З'ясуйте, який тариф на воду (ціна за 1 $м^3$ води) у вашій місцевості та обчисліть, скільки коштів за годину можна заощадити, якщо правильно ставитися до споживання води.

$1 м^3 = 35$ грн;

$1 м^3 = 1000$ л;

1 л $= 35 : 1000 = 0{,}035$ грн.

$450 \cdot 0{,}035 = 15{,}75$ (грн) – можна заощадити.

1035. Доведіть, що якщо n – натуральне число ($n > 1$), то число $4^n - 3$ не може бути квадратом натурального числа.

Припустимо, що $4^n - 3$ є квадратом натурального числа. Тоді $4^n - 3 = a^2$; $(2^n)^2 - 3 = a^2$. Звідси $(2^n)^2 - a^2 = 3$; $(2^n - a)(2^n + a) = 3$. Дана рівність має місце для натуральних n лише тоді, коли $\begin{cases} 2^n - a = 1, \\ 2^n + a = 3. \end{cases}$ Почленно додавши рівняння системи, одержимо: $2 \cdot 2n = 4$; $2^n = 2$, що можливо, лише коли $n = 1$, що суперечить умові.

§ 24. Лінійна функція, її графік та властивості

1036. Чи є лінійною функція:

1) Функція, задана формулою $y = 2x - 3$, є лінійною;

2) функція, задана формулою $y = 4x - x^2$, не є лінійною;

3) функція, задана формулою $y = 3$, є лінійною;

4) функція, задана формулою $y = \frac{4}{x}$, не є лінійною функцією;

5) функція, задана формулою $y = \frac{x}{3} - 1$, є лінійною;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

6) функція, задана формулою $y = x - 1 - x^6$, не є лінійною функцією.

1037. Які з даних функцій є лінійними:

1) Функція $y = 2x^2 - 7$ не є лінійною;

2) $y = 3x - 1$ — лінійна функція;

3) функція $y = \frac{10}{x}$ не є лінійною функцією;

4) $y = \frac{x}{2} + 3$ — лінійна функція;

5) $y = -4$ — лінійна функція;

6) функція $y = 7x - x^3$ не є лінійною.

1038. Які з функцій задають пряму пропорційність:

Пряму пропорційність задають функції:

1) $y = 2x$; **5)** $y = -\frac{x}{2}$; **6)** $y = \frac{x}{2}$.

1039. Чи є прямою пропорційністю функція, яку задано формулою:

Функція, задана формулою, є прямою пропорційністю у випадках:

1) $y = -3x$; **5)** $y = \frac{x}{3}$; **6)** $y = -\frac{x}{3}$.

1040. Назвіть коефіцієнти k і l у кожній з даних формул лінійних функцій:

1) $y = -0{,}8x + 7$. Коефіцієнт k дорівнює $-0{,}8$, а коефіцієнт b — 7;

2) $y = 6 - x$. Коефіцієнт k дорівнює -1, а коефіцієнт b — 6;

3) $y = \frac{x}{3}$. Коефіцієнт k дорівнює $\frac{1}{3}$, а коефіцієнт b — 0;

4) $y = 2{,}4x$. Коефіцієнт k дорівнює 2,4, а коефіцієнт b — 0;

5) $y = -15$. Коефіцієнт k дорівнює 0, а коефіцієнт b — -15;

6) $y = 0$. Коефіцієнт k дорівнює 0 і коефіцієнт b — 0.

1041. Ширина прямокутника дорівнює x см, а довжина на 3 см більша за ширину. Задайте формулою залежність: 1) периметра прямокутника від його ширини; 2) залежність площі прямокутника від його ширини. Яка із цих залежностей є лінійною функцією?

Якщо ширина прямокутника x см, то довжина — (x + 3) см. 1) Залежність периметра прямокутника від його ширини можна задати формулою $P = 2(x + x + 3) = 4x + 6$ см, яка є лінійною функцією; 2) залежність площі прямокутника від його ширини можна задати формулою $S = x \cdot (x + 3) = x^2 + 3x$, яка не є лінійною функцією.

1042. Учениця купила щоденник за 15 грн і кілька зошитів по 4 грн. Задайте формулою залежність вартості покупки y (у гривнях) від кількості придбаних зошитів x. Чи є ця залежність лінійною функцією? Якою є область визначення цієї функції?

Залежність кількості гривень y, які витратив учень, від кількості куплених зошитів x можна задати формулою $y = 15 + 4x$, яка є лінійною функцією. Область визначення цієї функції складають натуральні числа.

1043. Учень мав 30 грн. За ці кошти він придбав x олівців по 1,5 грн кожен, після чого в нього залишилося y грн. Задайте формулою залежність y від x. Чи є ця залежність лінійною функцією?

Залежність кількості гривень y, які залишилися в учня, від кількості куплених олівців x можна задати формулою $y = 30 - 1{,}5x$. Ця залежність є лінійною функцією.

1044. Лінійну функцію задано формулою $y = 0{,}5x + 3$. Знайдіть: 1) значення y, якщо $x = -12$; 0; 18; 2) при якому значенні x значення y дорівнює -4; 8; 2,5.

1) Якщо $x = -12$, то $y = 0{,}5 \cdot (-12) + 3 = -6 + 3 = -3$;

якщо $x = 0$, то $y = 0{,}5 \cdot 0 + 3 = 0 + 3 = 3$;

якщо $x = 18$, то $y = 0{,}5 \cdot 18 + 3 = 9 + 3 = 12$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) якщо y = –4: –4 = 0,5x + 3; 0,5x = –7; x = –14;
якщо y = 8: 8 = 0,5x + 3; 0,5x = 5; x = 10;
якщо y = 2,5: 2,5 = 0,5x + 3; 0,5x = –0,5; x = –1.

1045. Дано лінійну функцію y = –2x + 3. Знайдіть значення: 1) y, якщо x = 1,5; –4; –6,5; 2) x, при якому y = 5; 0; –8.

1) Якщо x = 1,5, то y = –2 · 1,5 + 3 = –3 + 3 = 0;
якщо x = –4, то y = –2 · (–4) + 3 = 8 + 3 = 11;
якщо x = –6,5, то y = –2 · (–6,5) + 3 = 13 + 3 = 16;
2) якщо y = 5: 5 = –2x + 3; –2x = 2; x = –1;
якщо y = 0: 0 = –2x + 3; –2x = –3; x = 1,5;
якщо y = –8: –8 = –2x + 3; –2x = –11; x = 5,5.

1046. Використовуючи графік функції на малюнку, заповніть таблицю:

x	–2	0	1	3	–3	–1	2
y	–3	1	3	7	–5	–1	5

1047. Використовуючи графік функції на малюнку, заповніть у зошиті таблицю:

x	–6	–2	2	8	4	–4
y	4	2	0	3	–1	3

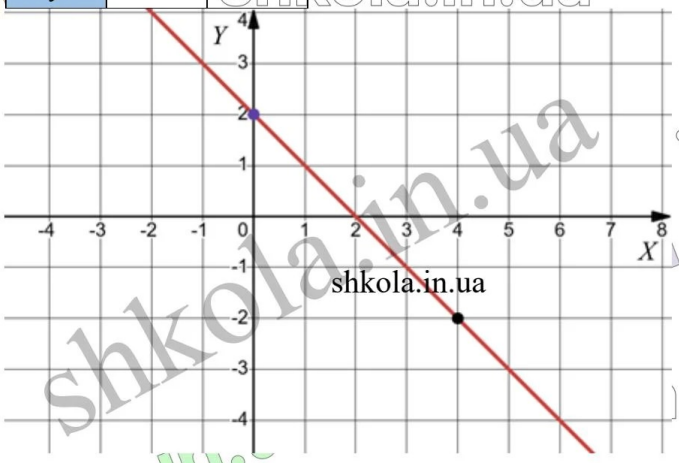
1048. Запишіть координати будь-яких двох точок, що належать графіку функції y = 5x – 2.

Точка A(0; –2) належить графіку функції y = 5x – 2, бо:
–2 = 5 · 0 – 2; –2 = –2; — правильна рівність;
Точка C(2; 8) належить графіку функції y = 5x – 2, бо:
8 = 5 · 2 – 2; 8 = 8 — правильна рівність.

1049. Заповніть у зошиті таблицю та побудуйте графік лінійної функції:

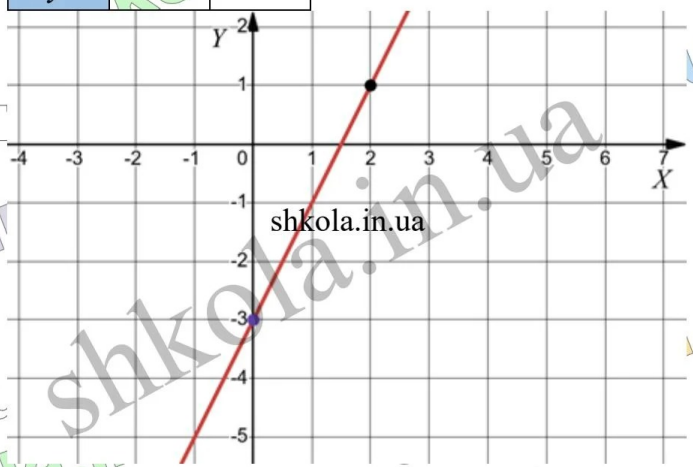
1) y = –x + 2;

x	0	4
y	2	–2



2) y = 2x – 3.

x	0	2
y	–3	1



1050. Заповніть таблицю та побудуйте графік лінійної функції:

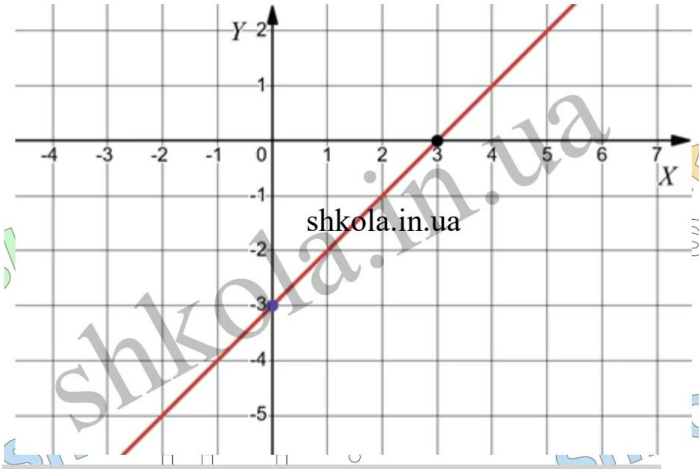
1) y = x – 3;

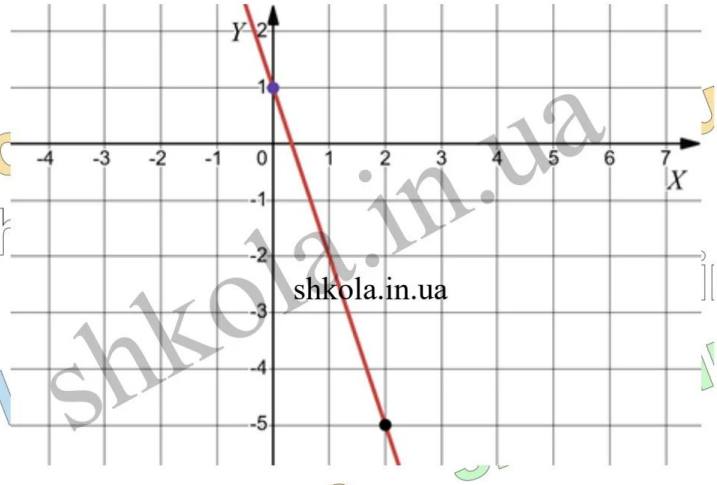
x	0	3
y	–3	0

2) y = –3x + 1;

x	0	2
y	1	–5

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

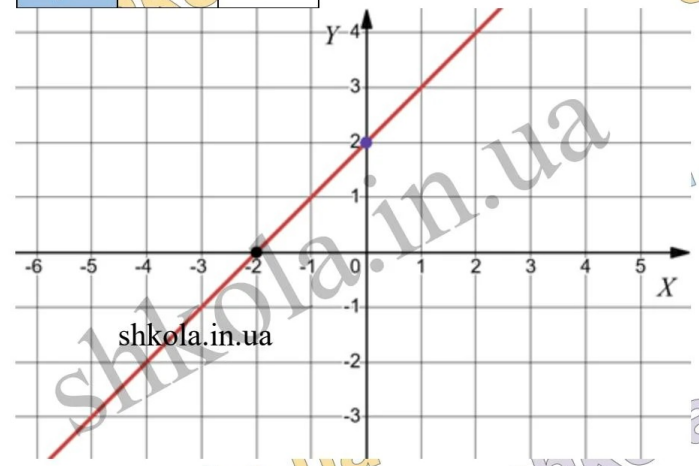




1051. Побудуйте графік лінійної функції:

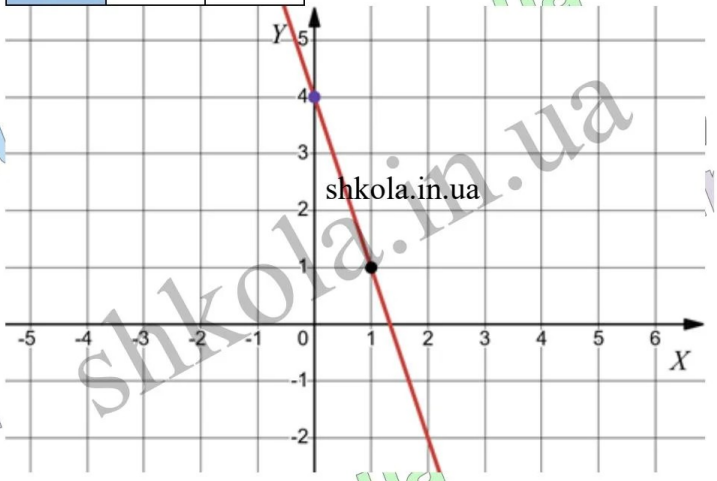
1) $y = x + 2$;

x	0	-2
y	2	0



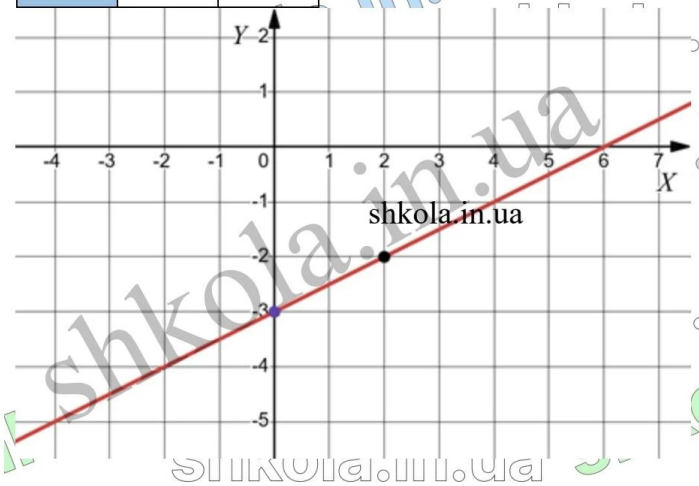
2) $y = -3x + 4$;

x	0	1
y	4	1



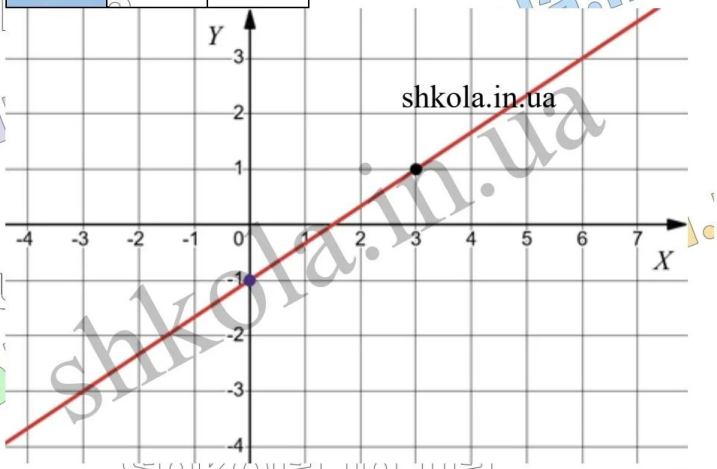
3) $y = 0{,}5x - 3$;

x	0	2
y	-3	-2



4) $y = \frac{2}{3}x - 1$;

x	0	3
y	-1	1



5) $y = -1$;

x	0	2
y	-1	-1

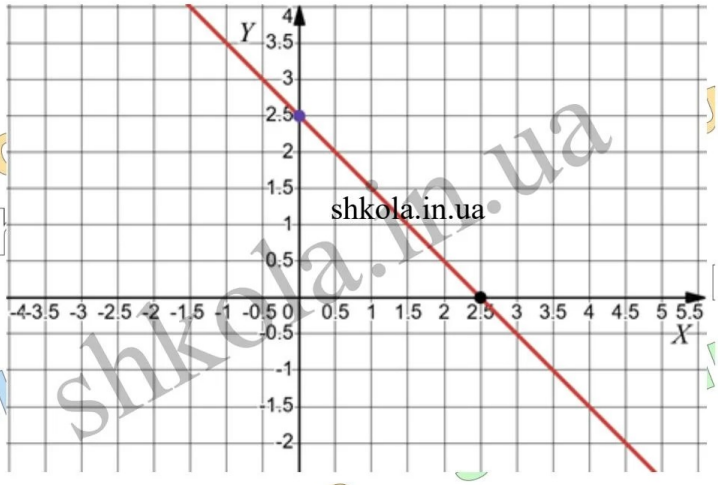
6) $y = -x + 2{,}5$.

x	0	2,5
y	2,5	0

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua





1052. Побудуйте графік лінійної функції:

1) y = x – 1;

x	0	1
y	–1	0



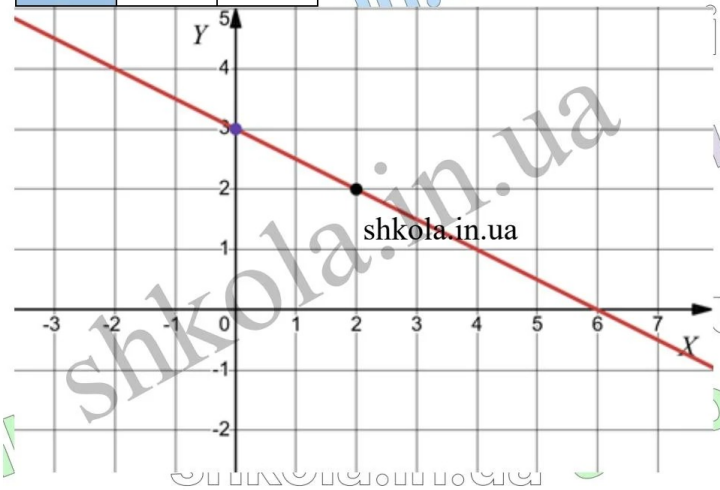
2) y = –2x + 5.

x	0	1
y	5	3



3) y = –0,5x + 3;

x	0	2
y	3	2



4) y = $\frac{3}{4}$x + 1;

x	0	4
y	1	4



5) y = 4;

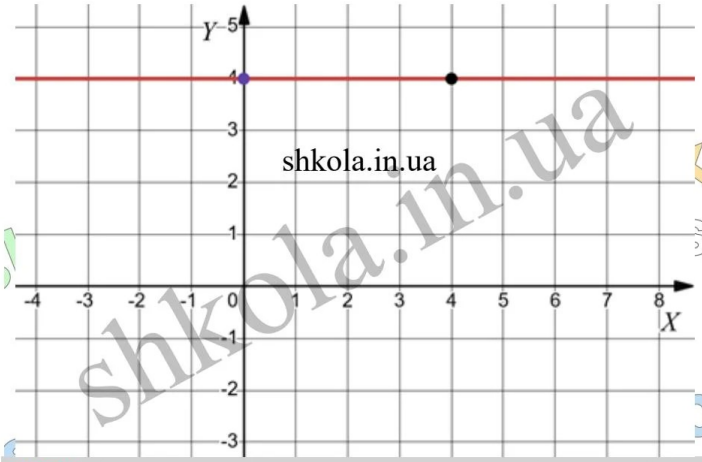
x	0	4
y	4	4

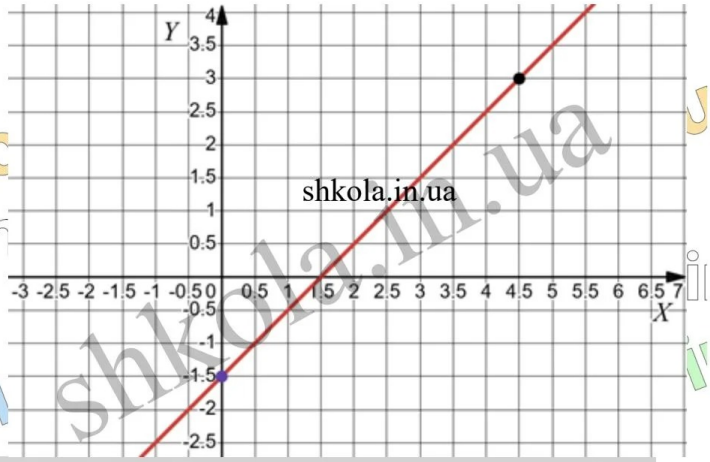
6) y = x – 1,5;

x	0	4,5
y	-1,5	3

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua





1053. Мотоциклістка рухається зі швидкістю 65 км/год. Задайте формулою залежність відстані S (у кілометрах), яку вона подолає, від часу t (у годинах). Чи є ця залежність прямою пропорційністю?

Залежність пройденого шляху S від часу t можна задати формулою $S = 65t$. Ця залежність є прямою пропорційністю.

1054. Задайте формулою залежність: 1) довжини кола C від його радіуса r; 2) площі круга S, обмеженого цим колом, від радіуса r. Яка із цих залежностей є прямою пропорційністю?

1) Залежність довжини кола від його радіуса — $C = 2\pi r$ – є прямою пропорційністю;

2) залежність площі круга від радіуса — $S = \pi r^2$ не є прямою пропорційністю.

1055. Запишіть формули двох будь–яких лінійних функцій, графіки яких проходять через точку P(1; –5).

Через точку P(1; –5) проходять, наприклад, графіки таких лінійних функцій:

$y = -5$; і $y = 2x - 7$.

1056. Серед даних функцій знайдіть ті, графіки яких проходять через точку (1; –4):

1) Графік функції $y = 4x$ не проходить через точку (1; –4), бо:

$-4 = 4 \cdot 1$; $-4 = 4$ — неправильна рівність;

2) графік функції $y = 2x - 2$ не проходить через точку (1; –4 =), бо:

$-4 = 2 \cdot 1 - 2$; $-4 = 0$ — неправильна рівність;

3) графік функції $y = 1$ не проходить через точку (1; –4), бо:

$-4 = 1$ — неправильна рівність;

4) графік функції $y = -4$ проходить через точку (1; –4), бо:

$-4 = -4$ — правильна рівність;

5) графік функції $y = -4x$ проходить через точку (1; –4), бо:

$-4 = -4 \cdot 1$; $-4 = -4$ — правильна рівність;

6) графік функції $y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$ не проходить через точку (1; –4), бо:

$-4 = \frac{1}{4} \cdot 1 - \frac{1}{4}$; $-4 = 0$ — неправильна рівність.

1057. Не виконуючи побудови графіка функції $y = 1{,}8x - 7$, з'ясуйте, чи проходить цей графік через точку:

1) Графік функції $y = 1{,}8x - 7$ не проходить через точку A(0; 7), бо:

$7 = 1{,}8 \cdot 0 - 7$; $7 = -7$ — неправильна рівність;

2) графік функції $y = 1{,}8x - 7$ проходить через точку B(–5; –16), бо:

$-16 = 1{,}8 \cdot (-5) - 7$; $-16 = -16$ — правильна рівність;

3) графік функції $y = 1{,}8x - 7$ не проходить через точку C(5; –2), бо:

$-2 = 1{,}8 \cdot 5 - 7$; $-2 = 2$ — неправильна рівність;

4) графік функції $y = 1{,}8x - 7$ проходить через точку D(10; 11), бо:

$11 = 1{,}8 \cdot 10 - 7$; $11 = 11$ — правильна рівність.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1058. Не будуючи графіка функції $y = -3x + 7$, з'ясуйте, чи належить йому точка:

1) Графік функції $y = -3x + 7$ не проходить через точку A(1; –4), бо:
$-4 = -3 \cdot 1 + 7$; $-4 = 4$ — неправильна рівність;

2) графік функції $y = -3x + 7$ проходить через точку B(0; 7), бо:
$7 = -3 \cdot 0 + 7$; $7 = 7$ — правильна рівність;

3) графік функції $y = -3x + 7$ проходить через точку C(–1; 10), бо:
$10 = -3 \cdot (-1) + 7$; $10 = 10$ — правильна рівність;

4) графік функції $y = -3x + 7$ не проходить через точку D(10; –37), бо:
$-37 = -3 \cdot 10 + 7$; $-37 = -23$ — неправильна рівність.

1059. Не виконуючи побудови, знайдіть нулі функції:

1) $y = 2x - 6$; $y = 0$, якщо: $2x - 6 = 0$; $2x = 6$; $x = 3$;

2) $y = -\frac{1}{2}x + 8$; $y = 0$, якщо: $-\frac{1}{2}x + 8 = 0$; $-\frac{1}{2}x = -8$; $x = 16$;

3) $y = 7x$; $y = 0$, якщо: $7x = 0$; $x = 0$;

4) $y = -5x$; $y = 0$, якщо: $-5x = 0$; $x = 0$.

1060. Не будуючи графіка, знайдіть нулі функції:

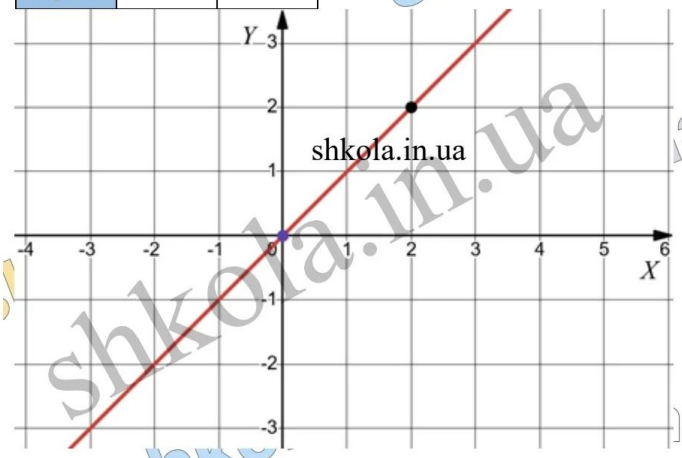
1) $y = 4x + 12$; $y = 0$, якщо: $4x + 12 = 0$; $4x = -12$; $x = -3$;

2) $y = -8x$; $y = 0$, якщо: $-8x = 0$; $x = 0$.

1061. Побудуйте графік прямої пропорційності:

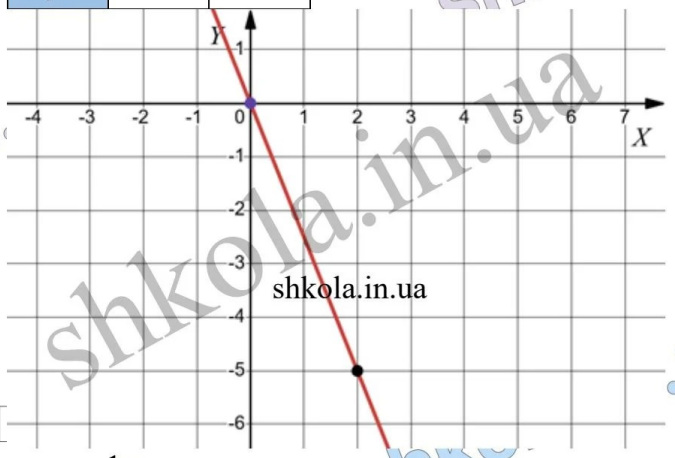
1) $y = x$;

x	0	2
y	0	2



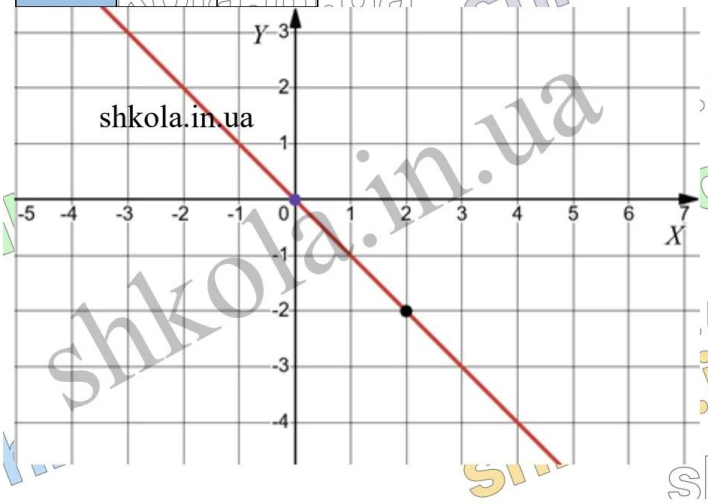
2) $y = -2{,}5x$;

x	0	2
y	0	–5



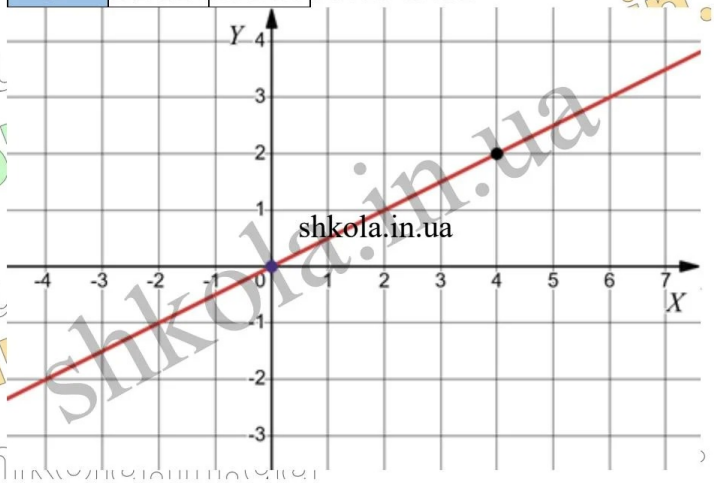
3) $y = -x$;

x	0	2
y	0	–2



4) $y = \frac{1}{2}x$.

x	0	4
y	0	2



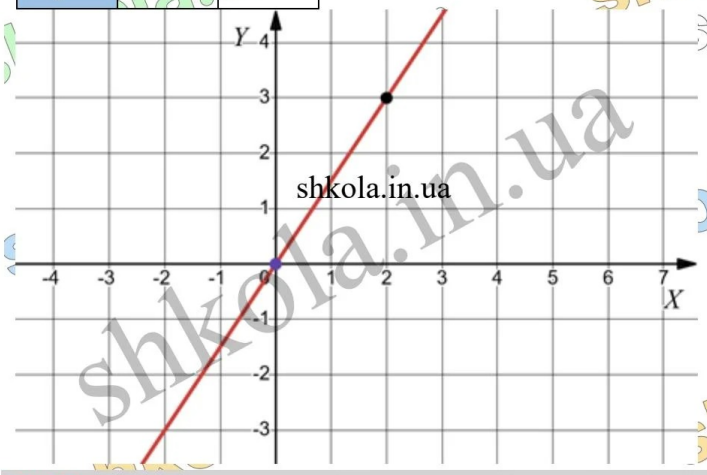
issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1062. Побудуйте графік прямої пропорційності:

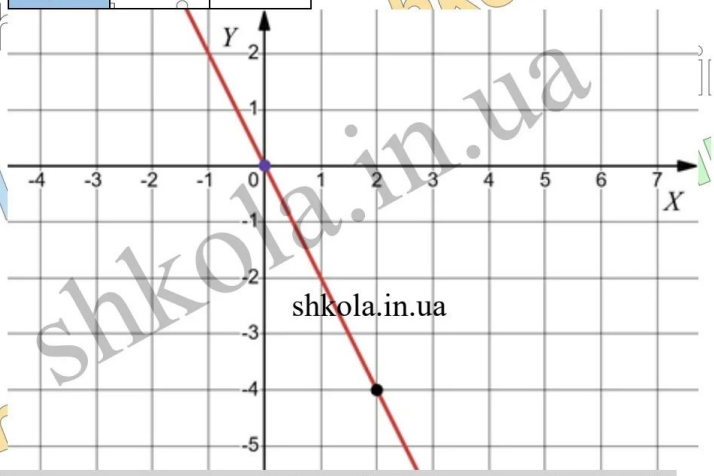
1) y = 1,5x;

x	0	2
y	0	3



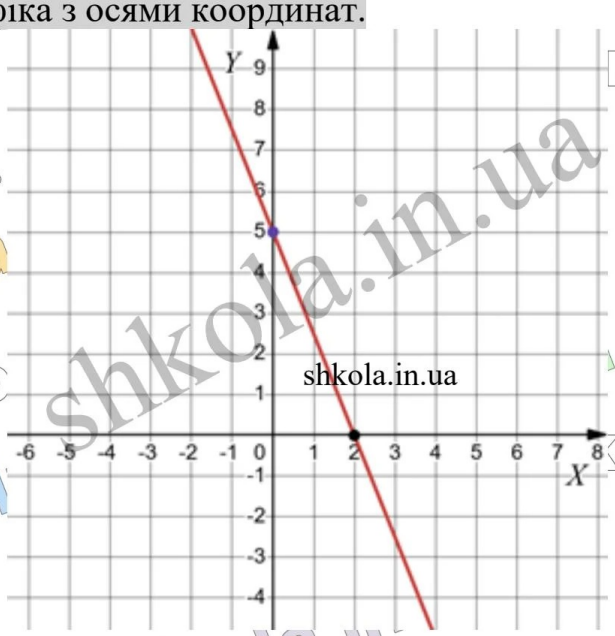
2) y = –2x.

x	0	2
y	0	–4



1063. Накресліть графік функції y = 5 – 2,5x. За графіком знайдіть: 1) значення функції, якщо значення аргументу дорівнює 0; 2; 2) значення аргументу, якщо значення функції дорівнює –5 ; 0; 10; 3) нулі функції; 4) значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень; 5) значення аргументу, при яких функція набуває від'ємних значень; 6) точки перетину графіка з осями координат.

x	0	2
y	5	0



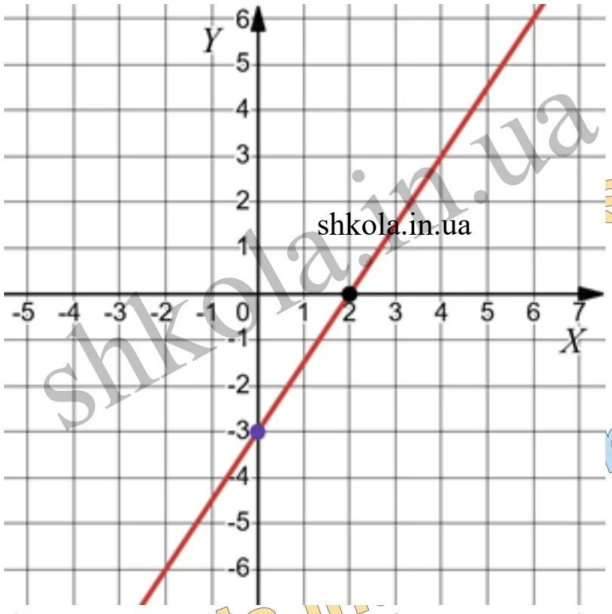
1) Якщо x = 0, то y = 5; якщо x = 2, то y = 0;
2) якщо y = –5 , то x = 4; якщо y = 0, то x = 2; якщо y = 10, то x = –2;
3) якщо y = 0, то x = 2 — нуль функції;
4) функція набуває додатних значень, якщо x < 2;
5) функція набуває від'ємних значень, якщо x > 2;
6) точки перетину з осями координат: (2; 0) і (0; 5).

1064. Побудуйте графік функції y = 1,5x – 3. За графіком знайдіть: 1) яке значення y відповідає x = –2 ; 0; 4;2) якому значенню x відповідає y = –3 ; 0; 6; 3) нулі функції; 4) значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень; 5) значення аргументу, при яких функція набуває від'ємних значень; 6) точки перетину графіка з осями координат.

x	0	2
y	–3	0

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua



1) Якщо x = –2, то y = –6; якщо x = 0, то y = –3; якщо x = 4, то y = 3;
2) якщо y = –3, то x = 0; якщо y = 0, то x = 2; якщо y = 6, то x = 6;
3) якщо y – 0, то x = 2 — нуль функції;
4) функція набуває додатних значень, якщо x > 2;
5) функція набуває від'ємних значень, якщо x < 2;
6) точки перетину з осями координат: (2; 0) і (0; –3).

1065. Графік функції y = kx – 2 проходить через точку (6; –11). Знайдіть значення k.

Якщо графік функції y = kx –2 проходить через точку A(6; –11), то:
–11 = k · 6 – 2; 6k = –11 + 2; 6k = –9; k = –1,5.

1066. Знайдіть значення l, якщо графік функції $y = -\frac{1}{5}x + l$ проходить через точку M(10; –5).

Якщо графік функції $y = -\frac{1}{5}x + l$ проходить через точку M(10; –5), то:

$-5 = -\frac{1}{5} \cdot 10 + l$; –5 = –2 + l; l = –3.

1067. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину графіка функції з осями координат:

1) Координати точки перетину графіка функції y = 1,5x – 20:

а) з віссю абсцис — $(13\frac{1}{3}; 0)$, бо, якщо y = 0, то:

$1{,}5x - 20 = 0$; $1{,}5x = 20$; $x = 13\frac{1}{3}$;

б) з віссю ординат — (0; –20), бо, якщо x = 0, то:
y = 1,5 · 0 – 20; y = –20;

2) координати точки перетину графіка функції $y = 5 - \frac{x}{4}$:

а) з віссю абсцис — (20; 0), бо, якщо y = 0, то: $5 - \frac{x}{4} = 0$; $-\frac{x}{4} = -5$; x = 20;

б) з віссю ординат — (0; 5), бо, якщо x = 0, то: $y = 5 - \frac{0}{4}$; y = 5.

1068. У яких точках перетинає осі координат графік функції:

1) Координати точки перетину графіка функції y = 0,2x – 40:
а) з віссю абсцис — (200; 0), бо, якщо y = 0, то:
0,2x – 40 = 0; 0,2x = 40; x = 200;
б) з віссю ординат — (0; –40), бо, якщо x = 0, то:
y = 0,2 · 0 – 40; y = –40;

2) координати точки перетину графіка функції $y = 18 - \frac{1}{3}x$:

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

а) з віссю абсцис — (54; 0), бо, якщо = 0, то:

$18 - \frac{1}{3}x = 0$; $\frac{1}{3}x = 18$; $x = 54$

б) з віссю ординат — (0; 18), бо, якщо x = 0, то:

$y = 18 - \frac{1}{34} \cdot 0$; $y = 18$.

1069. Точка A(0,7; 70) належить графіку прямої пропорційності. Задайте формулою цю функцію.

Якщо точка A(0,7; 70) належить графіку функції, яка є прямою пропорційністю $y = kx$, то: $70 = k \cdot 0{,}7$; $k = 70 : 0{,}7$; $k = 100$. Тоді функцію можна задати так: $y = 100x$.

1070. Задайте формулою пряму пропорційність, якщо її графік проходить через точку B(–2; 18).

Якщо графік прямої пропорційності $y = kx$ проходить через точку B(–2; 18), то:

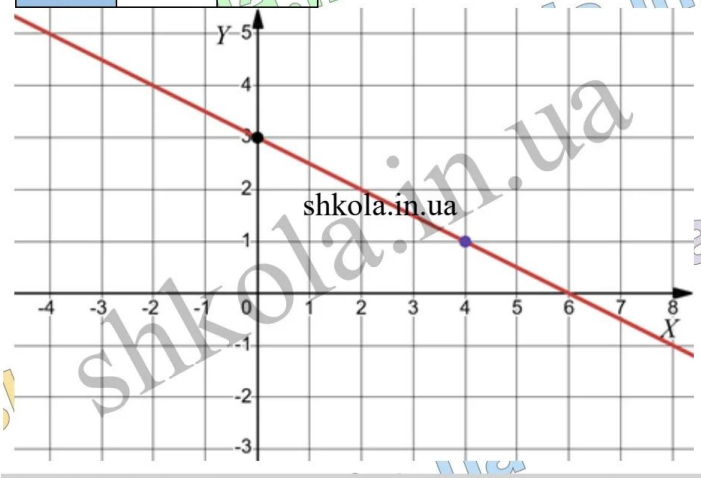
$18 = k \cdot (-2)$; $k = -9$ і формула набуває вигляду $y = -9x$.

1071. Побудуйте графік функції:

1) $y = \frac{1}{2}(6 - x)$;

$y = -\frac{1}{2}x + 3$.

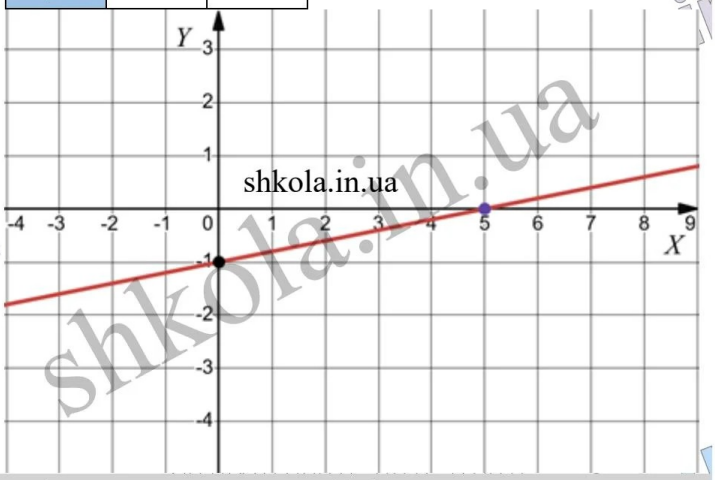
x	4	0
y	1	3



2) $y = \frac{x-5}{5}$;

$y = \frac{1}{5}x - 1$.

x	5	0
y	0	–1

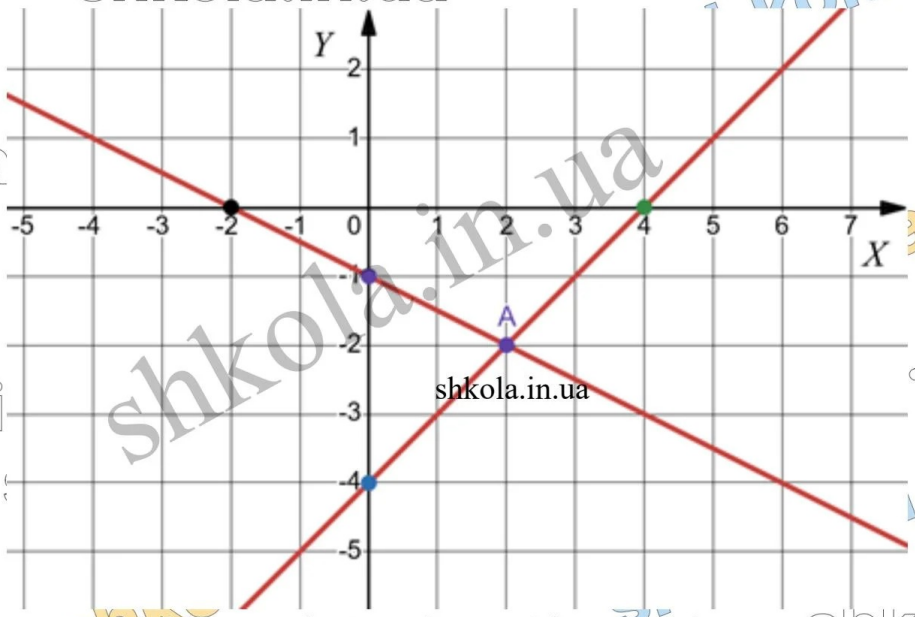


1072. Побудуйте графік функцій в одній системі координат та знайдіть координати точки їх перетину:

1)

$y = -0{,}5x - 1$		
x	0	–2
y	–1	0

$y = x - 4$		
x	0	4
y	–4	0



Відповідь: Точкою перетину графіків функцій $y = -0{,}5x - 1$ і $y = x - 4$ є точка A(2; –2);

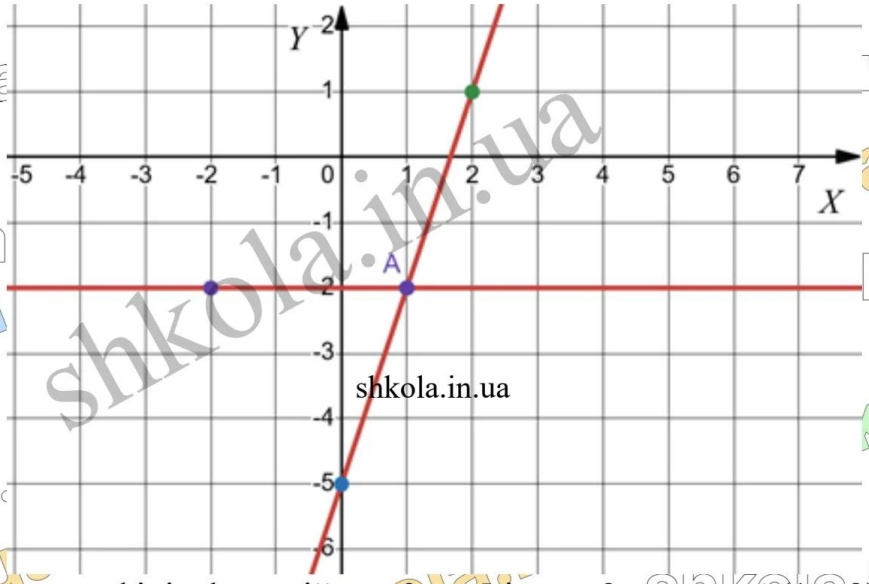
issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2)

y = –2		
x	–2	1
y	–2	–2

y = 3x – 5		
x	0	2
y	–5	1

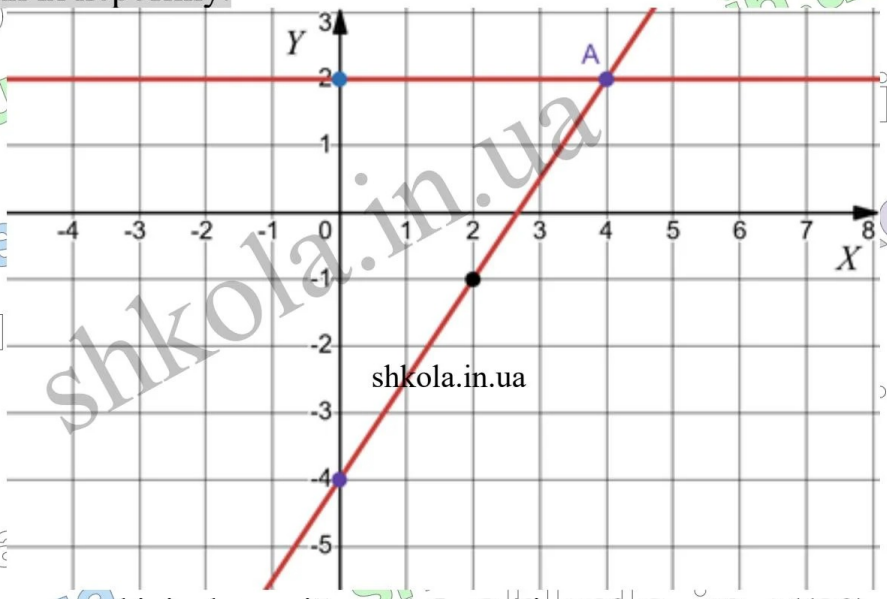


Відповідь: Точкою перетину графіків функцій y = 3x – 5 і y = –2 є точка A(1; –2).

1073. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій y = 1,5x –4 і y = 2 та знайдіть координати точки їх перетину.

y = 1,5x – 4		
x	0	2
y	–4	–1

y = 2		
x	0	4
y	2	2



Відповідь: Точкою перетину графіків функцій y = 1,5x – 4 і y = 2 є точка A(4; 2).

1074. Усі точки графіка функції y = kx + l мають одну й ту саму ординату, яка дорівнює 5. Знайдіть k і l.

Якщо усі точки графіка y = kx+ l мають одну й ту саму ординату, яка дорівнює 5 при будь-якому x, то формула набирає вигляду 5 = 0x + l. Отже, l = 5; k = 0.

1075. Графік функції y = kx + l паралельний осі абсцис і проходить через точку M(0; –5). Знайдіть k і l.

Якщо графік функції y = kx + l паралельний осі абсцис, то усі точки графіка мають одну й ту саму ординату при будь-якому x і формула набирає вигляду y = 0x + l; y = l. Якщо графік функції y = l ще проходить через точку M(0; –5), то: y = –5. Отже, k = 0; l = –5.

1076. Установіть відповідність між формулами функцій y = 3x; y = –3x і y = x + 3 та їх графіками I—III, зображеними на малюнку 24.

Формула y = 3x відповідає графіку III, формула y = –3x — графіку I, а формула y = x + 3 — графіку II.

1077. Функцію y = 2x + 1 задано для –3 ≤ x ≤ 4. Знайдіть область значень цієї функції.

x	–3	4
y	–5	9

Областю значень функції є такі числа y, що: –5 ≤ y ≤ 9.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1078. Не будуючи графіка функції $y = 4x - 6$, знайдіть таку його точку, у якої: 1) абсциса дорівнює ординаті; 2) абсциса й ордината – протилежні числа; 3) абсциса вдвічі менша за ординату.

1) Якщо абсциса точки графіка дорівнює ординаті, то:
$x = 4x - 6$; $-3x = -6$; $x = 2$. Отже, шукана точка (2; 2);

2) якщо абсциса і ордината точки графіка — протилежні числа, то:
$-x = 4x - 6$; $-5x = -6$; $x = 1{,}2$. Отже, шукана точка (1,2; –1,2);

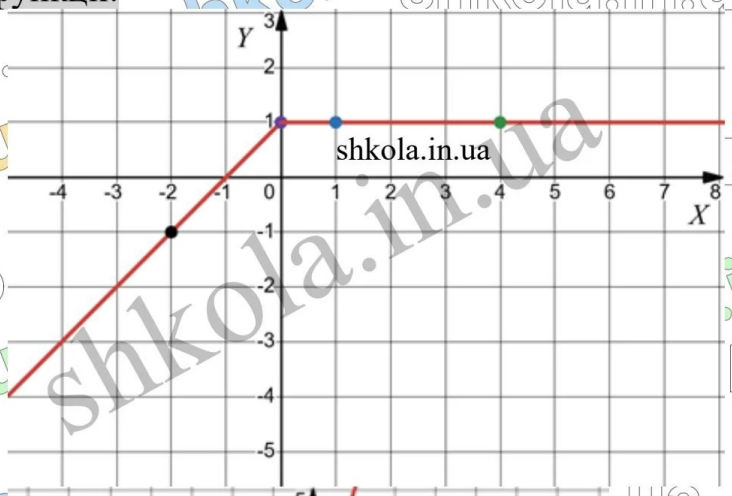
3) якщо абсциса точки графіка у два рази менша за ординату, то:
$2x = 4x - 6$; $-2x = -6$; $x = 3$, тоді $y = 2 \cdot 3 = 6$. Отже, шукана точка (3; 6).

1079. Побудуйте графік функції:

1)

$y = x + 1$, $x \le 0$		
x	0	–2
y	1	–1

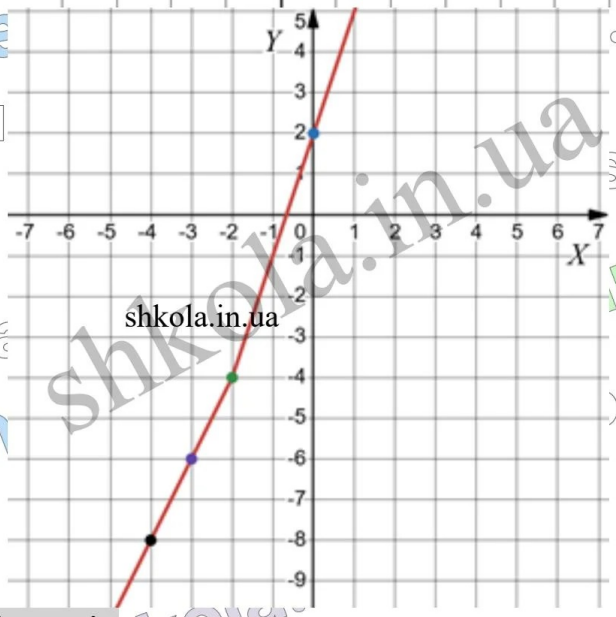
$y = 1$, $x > 0$		
x	1	4
y	1	1



2)

$y = 2x$, $x < -2$		
x	–3	–4
y	–6	–8

$y = 3x + 2$, $x \ge -2$		
x	0	–2
y	2	–4



1080. Побудуйте графік функції:

$y = 2 - 3x$, $x < 1$		
x	0	–1
y	2	5

$y = 2x - 3$, $x \ge 1$		
x	1	2
y	–1	1



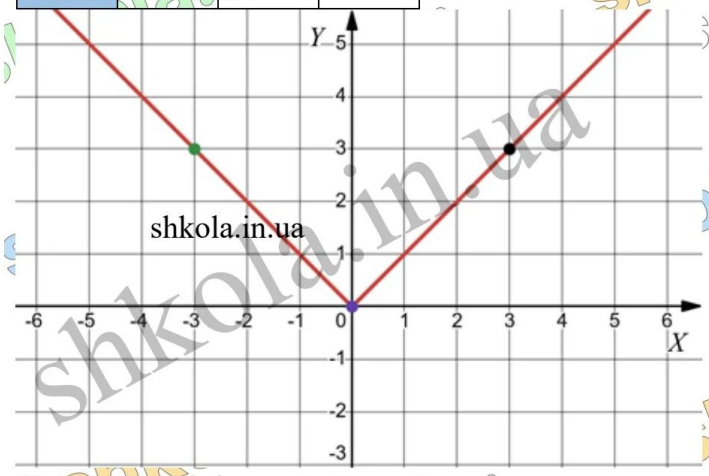
issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1081. Побудуйте графік функції:

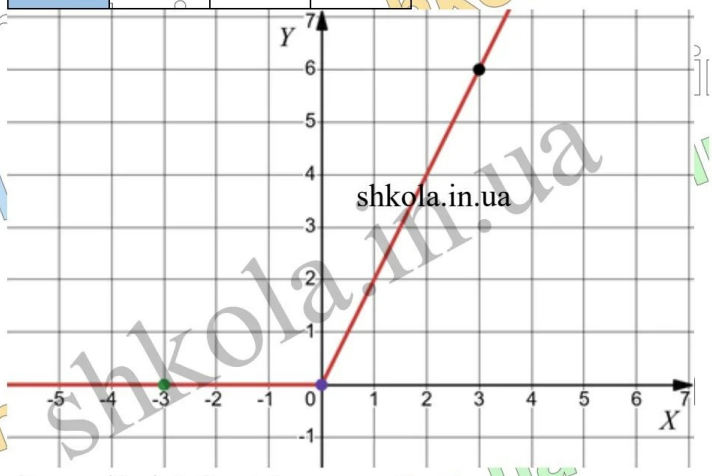
1) $y = |x|$;

x	0	3	–3
y	0	3	3



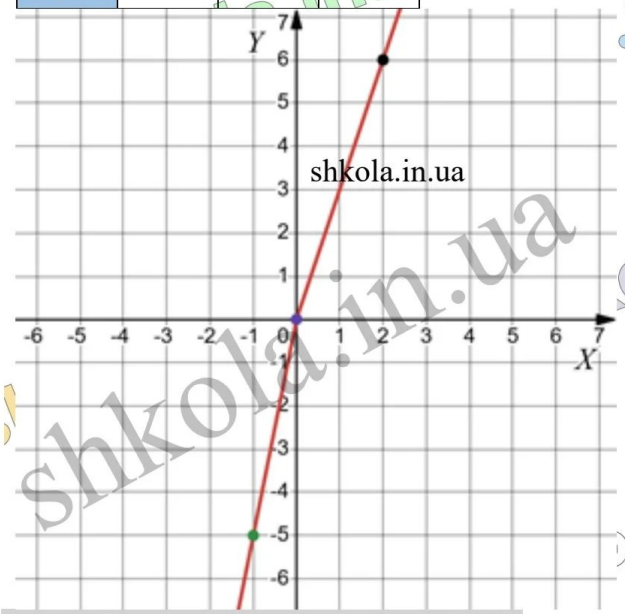
2) $y = |x| + x$;

x	0	3	–3
y	0	6	0



3) $y = 4x - |x|$;

x	0	2	–1
y	0	6	–5



4) $y = |2x| + 3x + 1$.

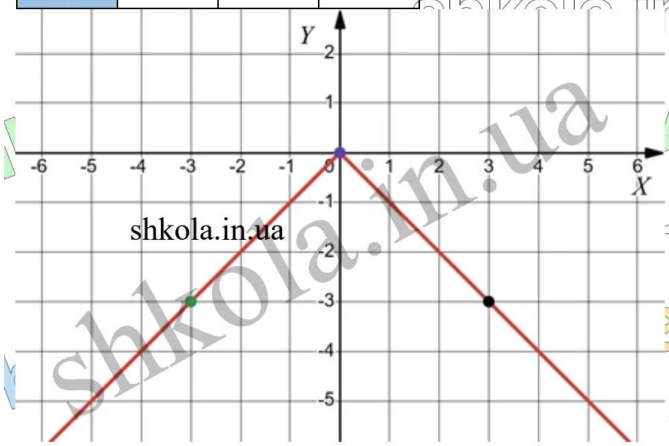
x	0	1	–2	–1
y	1	6	–1	0



1082. Побудуйте графік функції:

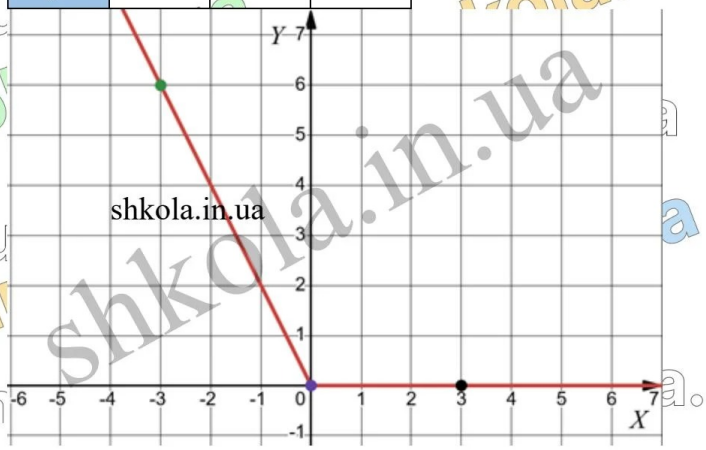
1) $y = -|x|$;

x	0	3	–3
y	0	–3	–3



2) $y = |x| - x$;

x	0	3	–3
y	0	0	6



issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

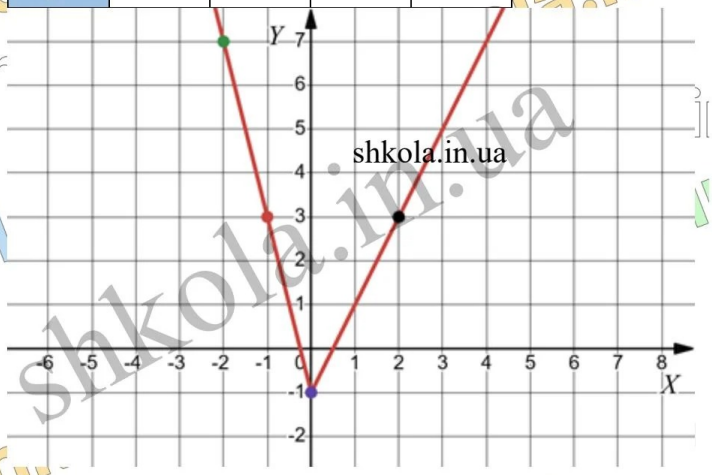
3) $y = 2x + |x|$;

x	0	2	–2
y	0	6	–2



4) $y = |3x| – x – 1$.

x	0	2	–2	–1
y	–1	3	7	3



1083. Розв'яжіть рівняння:

1) $(2x + 5)^2 – (2x – 3)^2 = 16$;
$4x^2 + 20x + 25 – (4x^2 – 12x + 9) = 16$;
$4x^2 + 20x + 25 – 4x^2 + 12x – 9 = 16$;
$4x^2 + 20x – 4x^2 + 12x = 16 – 25 + 9$;
$32x = 0$; $x = 0$.
Відповідь. 0;

2) $(7x + 1)^2 – (49x – 2)(x – 1) = –66$;
$49x^2 + 14x + 1 – (49x^2 – 49x – 2x + 2) = –66$;
$49x^2 + 14x + 1 – 49x^2 + 49x + 2x – 2 = –66$;
$49x^2 + 14x – 49x^2 + 49x + 2x = –66 – 1 + 2$;
$65x = –65$; $x = –1$.
Відповідь. –1.

1084. Спростіть вираз:

1) $(5m – 2)(5m + 2) – m(10m – 1) + (m – \frac{1}{2})^2 = 25m^2 – 4 – 10m^2 + m + m^2 – m + \frac{1}{4} = 16m^2 – 3\frac{3}{4}$;

2) $(a + 4y)^2 – (a – 2y)(a + 2y) – y(4a – 5y) = a^2 + 8ay + 16y^2 – a^2 + 4y^2 – 4ay + 5y^2 =$
$= 25y^2 + 4ay$.

1085. На столі лежать 73 зошити, а в коробці – 17 зошитів. Скільки зошитів треба перекласти зі стола в коробку, щоб у коробці їх стало вдвічі менше, ніж на столі?

Нехай кількість зошитів, які треба перекласти зі стола у коробку, дорівнює x. Тоді на столі залишиться (73 – x) зошитів, а в коробці стане (17 + x) зошитів.
Рівняння: $73 – x = 2 \cdot (17 + x)$;
$73 – x = 34 + 2x$;
$–x – 2x = 34 – 73$;
$–3x = –39$;
$x = 13$.
Відповідь: 13 зошитів.

1086. Подайте вираз у вигляді квадрата двочлена, якщо це можливо:

1) Доданок $\frac{1}{9}p^2$ є квадратом виразу $\frac{1}{3}p$: $\frac{1}{9}p^2 = (\frac{1}{3}p)^2$ Доданок $9p^2$ — квадратом виразу $3p$: $9p^2 = (3p)^2$, а добуток $pq \neq 2 \cdot \frac{1}{3}p \cdot 3p = 2p^2$. Отже, вираз $\frac{1}{9}p^2 + pq + 9p^2$ не можна подати у вигляді квадрата двочлена;

2) $\frac{1}{9}x^2 – \frac{2}{15}xy + \frac{1}{25}y^2 = (\frac{1}{3}x – \frac{1}{5}y)^2$;

3) доданок $4x^2$ є квадратом виразу $2x$: $4x^2 = (2x)^2$, $20xy = 2 \cdot 2x \cdot 5y$, а $–25y^2 \neq (5y)^2$. Отже, вираз $4x^2 – 20xy – 25y^2$ не можна подати у вигляді квадрата двочлена;

4) $–36ab + 9a^2 + 36b^2 = 9a^2 – 36ab + 36b^2 = (3a – 6b)^2$.

1087. Вкладниця відкрила у банку «Щасливий» депозит на 20 000 грн. Через рік їй було нараховано 3200 грн відсоткових коштів. **1)** Який відсоток річних нараховує банк?
20000 грн – 100%

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

3200 грн – x%

$x = \frac{3200 \cdot 100}{20000} = 16\%$ – річних депозиту «Щасливий».

2) Після сплати податку на доходи фізичних осіб вкладниця отримала відсоткові кошти в сумі 2624 грн. Скільки відсотків складає податок на доходи фізичних осіб?

1) 3200 – 2624 = 576 (грн) – податок;

2) 3200 – 100%

576 – x%

$x = \frac{576 \cdot 100}{3200} = 18\%$ – складає податок.

1088. В Аравії помер старий чоловік. Усе своє майно, 17 верблюдів, він заповів своїм синам, причому старший мав одержати половину, середній – третину, а найменший – дев'яту частину цього майна. Після смерті батька сини не знали, що робити, бо 17 не ділилося без остачі ані на 2, ані на 3, ані на 9. Довго сперечалися брати, аж тут на верблюді під'їхав до них мудрець. Довідався про суперечку і дав братам мудру пораду, яка й допомогла розділити майно відповідно до батькового заповіту. Що саме порадив мудрець?

1) Мудрець додав до 17 верблюдів свого верблюда, стало 18 верблюдів.

2) 18 : 2 = 9 верблюдів одержав старший син;

3) 18 : 3 = 6 верблюдів одержав середній син;

4) 18 : 9 = 2 верблюди одержав найменший син.

Відповідь: 9; 6; 2.

ДОМАШНЯ САМОСТІЙНА РОБОТА №5

1. Яка з формул задає функцію?

Функцію задає формула $y = \frac{4}{x - 3}$.

Відповідь: Б).

2. Яка з функцій є лінійною?

Лінійною є функція y = x – 2.

Відповідь: А).

3. Яка з функцій задає пряму пропорційність?

Пряму пропорційність задає функція y = 2x.

Відповідь: В).

4. Обчисліть значення функції $y = -\frac{20}{x}$ для значення аргументу, що дорівнює –4.

$x = -4$; $y = -\frac{20}{-4} = 5$.

Відповідь: Г).

5. Не виконуючи побудови, знайдіть нуль функції $y = \frac{1}{3}x - 2$.

$y = 0$; $0 = \frac{1}{3}x - 2$; $\frac{1}{3}x = 2$; $x = 6$.

Відповідь: В).

6. На якому з малюнків зображено графік функції y = 3 – x?

Графік функції y = 3 – x зображено на рисунку А).

Відповідь: А).

7. Знайдіть область визначення функції

Областю визначення функції $y = \frac{3}{x^2 + x}$ є всі числа, крім тих, для яких;

$x^2 + x \neq 0$; $x(x + 1) \neq 0$; $x \neq 0$ і $x + 1 \neq 0$; $x \neq 0$ і $x \neq -1$.

Відповідь: Г).

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

8. Яка з точок належить графіку функції

Графіку функції $y = x^2 - 2x$ належить точка (1; –1), бо:

$–1 = 1^2 – 2 \cdot 1$; $–1 = 1 – 2$; $–1 = –1$.

Відповідь: Б).

9. Укажіть точку, у якій графік функції $y = 0{,}1x + 15$ перетинає вісь абсцис.

$y = 0$; $0 = 0{,}1x + 15$; $0{,}1x = –15$; $x = –150$; (–150; 0).

Відповідь: В).

10. Знайдіть для $x = 2$ значення функції

Значення $x = 2$ задовольняє умову $0 \le x < 3$, тому значення функції обчислюємо за формулою $y = x^2$: $y = 2^2$; $y = 4$.

Відповідь: А).

11. Графік прямої пропорційності проходить через точку P(2; –4). Укажіть точку, через яку також проходить цей графік.

$y = kx$; $–4 = k \cdot 2$; $k = –2$.

Отже, $y = –2x$. Дане рівняння задовольняє лише точка (3; –6).

Відповідь: Г).

12. Не будуючи графіка функції $y = 3x – 8$, знайдіть таку його точку, у якій абсциса й ордината є протилежними числами.

$y = –x$; $–x = 3x – 8$; $4x = 8$; $x = 2$; $y = –2$; (2; –2).

Відповідь: Б).

13. Установіть відповідність між функціями (1–3) та точками, у яких графік функції перетинає осі координат (А–Г).

1. $y = 4 – 2x$. – В. (0; 4), (2; 0).

2. $y = 4$. – А. (0; 4).

3. $y = x – 4$. – Г. (0; –4), (4; 0).

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ ДО §§ 22-24

1. Які з даних формул задають функцію:

Функцію задають формули **1)** $y = x^2 + x$; **3)** $y = \frac{1}{x-8}$.

2. Чи є лінійною функція, яку задано формулою:

Лінійними є функції **1)** $3x – 7$; **3)** $y = 4$.

3. Лінійну функцію задано формулою:

1) $y = –2x + 6$; $k = –2$; $l = 6$;

2) $y = 7{,}4x$; $k = 7{,}4$; $l = 0$.

4. Функцію задано формулою $y = –2x + 7$. Знайдіть:

1) значення функції, якщо значення аргументу дорівнює 5;

$y = –2x + 7$; $x = 5$;

$y = –2 \cdot 5 + 7 = –10 + 7 = –3$;

2) значення аргументу, якщо значення функції дорівнює 3.

$y = –2x + 7$; $y = 3$;

$3 = –2x + 7$;

$2x = 7 – 3$;

$2x = 4$;

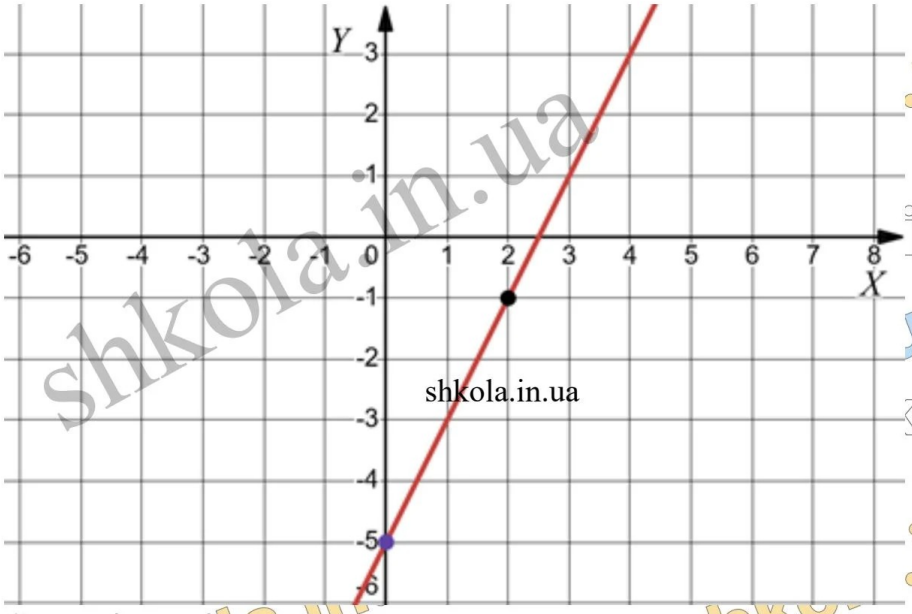
$x = 2$.

5. Побудуйте графік функції $y = 2x – 5$. За графіком знайдіть: 1) значення функції для $x = 4$; 2) значення аргументу, при якому $y = –3$.

$y = 2x – 5$		
x	0	2
y	–5	–1

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua



1) x = 4; y = 3;
2) y = –3; x = –1.

6. Функцію задано формулою y = 0,8x – 7,2. Не виконуючи побудови:

1) знайдіть нулі функції;
y = 0;
y = 0,8x – 7,2;
0 = 0,8x – 7,2;
0,8x = 7,2;
x = 9;

2) з'ясуйте, чи проходить графік функції через точку (10; 1).
y = 0,8x – 7,2;
1 = 0,8 · 10 – 7,2;
1 = 8 – 7,2;
1 = 0,8 — хибна рівність.
Отже, графік функції y = 0,8x – 7,2 не проходить через точку (10; 1).

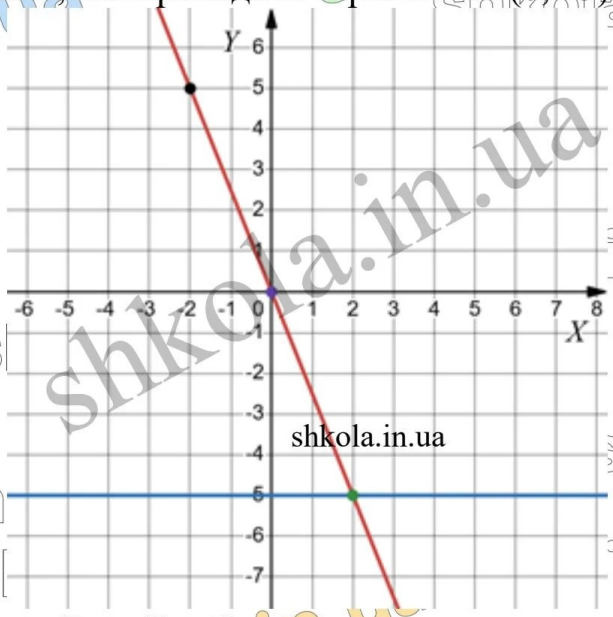
7. Знайдіть область визначення функції.

Областю визначення функції $y = \frac{7}{x2 - 5x}$ є всі числа, крім тих, для яких $x^2 – 5x = 0$; x(x – 5) ≠ 0; x ≠ 0 і x – 5 ≠ 0; x ≠ 0 і x ≠ 5.

8. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій y = –2,5x; і y = –5 та знайдіть координати їх точки перетину.

Графік функції y = –5 — пряма, яка проходить через точки (0; –5) паралельно до осі x.

y = –2,5x		
x	0	–2
y	0	5



Точка перетину графіків функції — (2; –5).

9. Знайдіть найменше значення функції

$x^2 – 6x + 11 = x^2 – 6x + 9 + 2 = (x – 3)^2 + 2$; y = $(x – 3)^2 + 2$; $(x – 3)^2 \geq 0$, тоді $(x – 3)^2 + 2 \geq 2$.
Отже, найменше значення функції дорівнює 2.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

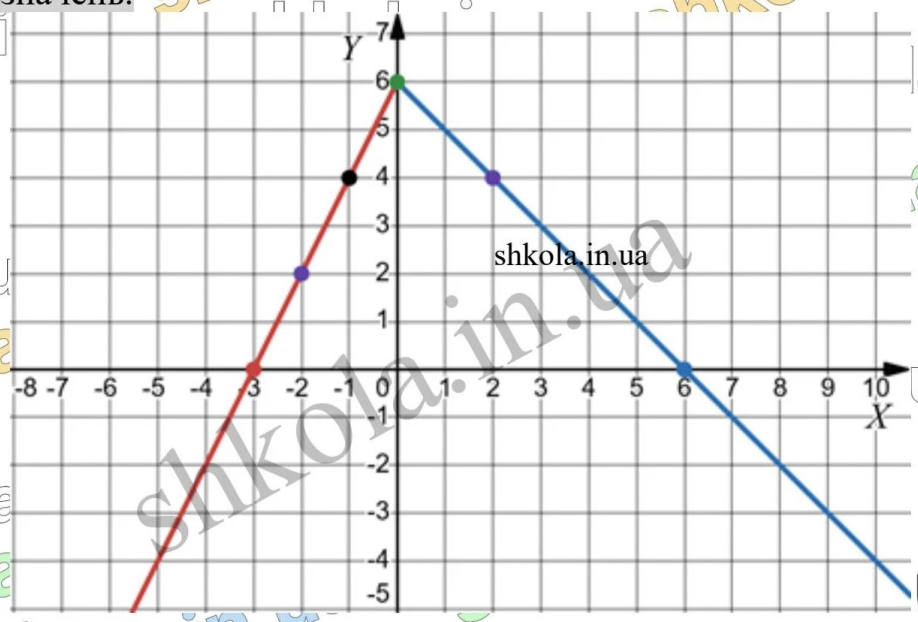
10. Функцію y = 3x – 7 задано для –2 ≤ x ≤ 5. Знайдіть область значень цієї функції.

Якщо –2 ≤ x ≤ 5, то –6 ≤ 3x ≤ 15; –13 ≤ 3x – 7 ≤ 8; –13 ≤ y ≤ 8.

11. Побудуйте графік функції. За графіком знайдіть: 1) нулі функції; 2) значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень; 3) значення аргументу, при яких функція набуває від'ємних значень.

y = 2x + 6, x < 0		
x	–2	–1
y	2	4

y = 6 – x, x ≥ 0		
x	0	2
y	6	4



1) Нулі функції: x = –3 ; x = 6;
2) y > 0, якщо –3 < x < 6;
3) y < 0, якщо x < –3 або x > 6.

Вправи для повторення розділу 3

1089. Чи залежить площа квадрата від довжини його сторони? Чи є площа квадрата функцією від довжини сторони квадрата? Як можна задати цю функцію, якщо сторона квадрата дорівнює a?

Площа квадрата залежить від довжини його сторони. Ця залежність є функцією, яку можна задати формулою $S = a^2$, де a — сторона квадрата.

1090. Функції задано формулами. Заповніть таблицю, обчисливши відповідні значення функції:

а) $y = \frac{x+2}{x-3}$;

якщо x = –4, то $y = \frac{-4+2}{-4-3} = \frac{2}{7}$;

якщо x = –2, то $y = \frac{-2+2}{-2-3}$;

якщо x = 0, то $y = \frac{0+2}{0-3} = -\frac{2}{3}$;

якщо x = 2, то $y = \frac{2+2}{2-3} = -4$;

якщо x = 4, то $y = \frac{4+2}{4-3} = 6$;

б) $g = \frac{x-4}{5}$;

якщо x = –4, то $g = \frac{-4-4}{5} = -1{,}6$;

якщо x = –2, то $g = \frac{-2-4}{5} = -1{,}2$;

якщо x = 0, то $g = \frac{0-4}{5} = -0{,}8$;

якщо x = 2, то $g = \frac{2-4}{5} = -0{,}4$;

якщо x = 4, то $g = \frac{4-4}{5} = 0$.

x	–4	–2	0	2	4
y	$\frac{2}{7}$	0	$-\frac{2}{3}$	–4	6
g	–1,6	–1,2	–0,8	–0,4	0

1091. Із села до міста, відстань між якими дорівнює 48 км, вирушив велосипедист зі швидкістю 14 км/год. Задайте формулою залежність змінної s від змінної t, де S — відстань, яку велосипедисту залишилося проїхати до міста (у км), а t — час його руху (у

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

год). За формулою знайдіть:
$S = 48 - 14t$.
1) Якщо $t = 1,5$,то $S = 48 - 14 \cdot 1,5 = 48 - 21 = 27$;
2) якщо $S = 13$, то : $13 = 48 - 14t$;
$14t = 48 - 13$;
$14t = 35$;
$t = 2,5$.

1092. Знайдіть область визначення функції:

1) $y = \frac{12}{9x^2 - 17x}$.
$9x^2 - 17x = 0$;
$x(9x - 17) = 0$;
$x = 0$ або $9x - 17 = 0$;
$x = 0$ або $x = \frac{17}{9}$.
Областю визначення функції є всі числа, крім 0 і $\frac{17}{9}$, при яких знаменник перетворюється в нуль;

2) $y = \frac{x}{|x| - 1}$.
$|x| - 1 = 0$;
$|x| = 1$;
$x = 1$ або $x = -1$.
Областю визначення функції є всі числа, крім -1 і 1, при яких знаменник перетворюється в нуль;

3) $y = \frac{x}{|x| + 5}$. Областю визначення функції є всі числа;

4) $y = \frac{9}{3 - |x - 1|}$.
$3 - |x - 1| = 0$;
$|x - 1| = 3$;
$x - 1 = 3$ або $x - 1 = -3$;
$x = 4$ або $x = -2$.
Областю визначення функції є всі числа, крім -2 і 4, при яких знаменник перетворюється в нуль;

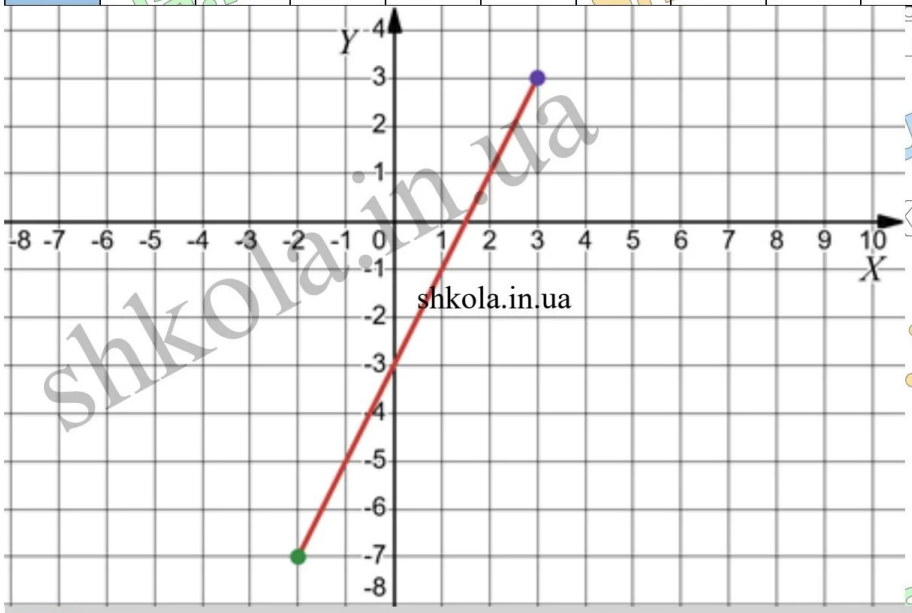
5) $y = \frac{15}{|2x - 3| - 5}$.
$|2x - 3| - 5 = 0$;
$|2x - 3| = 5$;
$2x - 3 = 5$ або $2x - 3 = -5$;
$2x = 8$ або $2x = -2$;
$x = 4$ або $x = -1$.
Областю визначення функції є всі числа, крім -1 і 4, при яких знаменник перетворюється в нуль;

6) $y = \frac{2}{1 - \frac{1}{x}}$.
$1 - \frac{1}{x} = 0$;
$\frac{1}{x} = 1$;
$x = 1$.
Областю визначення функції є всі числа, крім чисел 0 і 1, при яких знаменники перетворюються в нуль.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

1093. Функцію задано формулою $y = 2x - 3$, де $-2 \le x \le 3$. Заповніть таблицю і побудуйте графік функції.

x	–2	–1,5	–1	–0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
y	–7	–6	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3



1094. На малюнку 25 зображено графік функції. За графіком знайдіть: 1) значення y, якщо $x = -3$; $x = -1,5$; $x = 0$; $x = 1,5$; $x = 3$; 2) значення x, яким відповідає $y = -1,5$; $y = 2$; $y = 3$; 3) область визначення функції; 4) область значень функції; 5) нулі функції; 6) значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень; 7) значення аргументу, при яких функція набуває від'ємних значень.

1) Якщо $x = -3$, то $y = -1,5$; якщо $x = -1,5$, то $y = -0,5$;
якщо $x = 0$, то $y = 1$; якщо $x = 1,5$, то $y = 3,5$; якщо $x = 3$, то $y = 2$;
2) $y = -1,5$, якщо $x = -2$ або $x = -3$, або $x = 4$;
$y = 2$, якщо $x = 0,5$ або $x = 3$;
$y = 3$, якщо $x = 1$ або $x = 2,5$;
3) областю визначення функції є всі значення x, такі, що $-4 \le x \le 4$;
4) областю значень функції є всі значення y, такі, що $-2 \le y \le 4$;
5) $x = -0,5$ і $x = 3,5$ — нулі функції;
6) функція набуває додатних значень, якщо $-0,5 < x < 3,5$;
7) функція набуває від'ємних значень, якщо $-4 \le x < -0,5$ і $3,5 < x \le 4$.

1095. Побудуйте графік функції:

1) $y = |x|$, де $-2 \le x \le 4$; $y = \begin{cases} -x, \text{якщо } x < 0, \\ x, \text{якщо } x \ge 0, \end{cases}$

$y = -x$, $-2 \le x < 0$		
x	–2	–1
y	2	1

$y = x$, $0 \le x \le 4$		
x	0	4
y	0	4



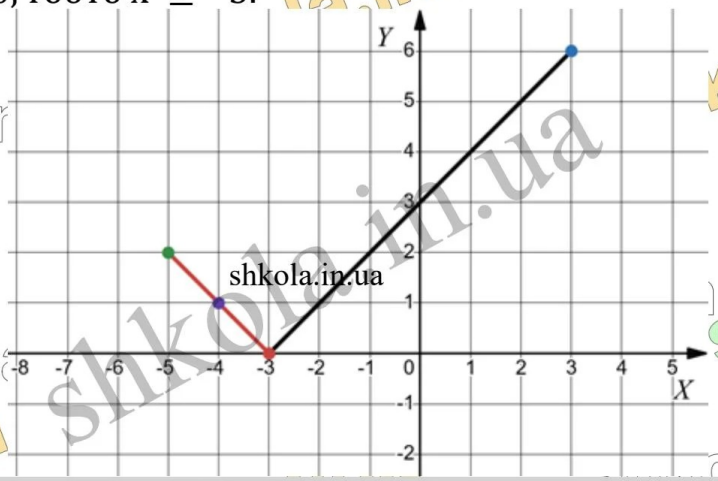
issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

2) $y = |x + 3|$, де $-5 \le x \le 3$. За означенням модуля:

$$y = \begin{cases} -x - 3, \text{якщо } x + 3 < 0, \text{тобто } x < -3, \\ x + 3, \text{якщо } x + 3 \ge 0, \text{тобто } x \ge -3. \end{cases}$$

$y = -x - 3$, $-5 \le x < -3$		
x	-5	-4
y	2	1

$y = x + 3$, $-3 \le x \le 3$		
x	-3	3
y	0	6



1096. Які з даних функцій є лінійними? Які з них є прямою пропорційністю:

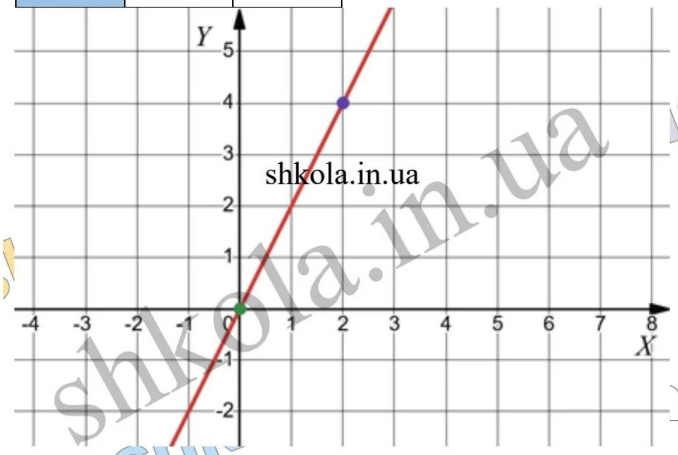
Функції: **1)** $y = -3x$; **2)** $y = -3x + 4$; **4)** $y = -3$; **6)** $y = -\frac{1}{3}x$ — лінійні;

функції: **1)** $y = -3x$; **6)** $y = -\frac{1}{3}x$ — задають пряму пропорційність.

1097. Побудуйте графік функції:

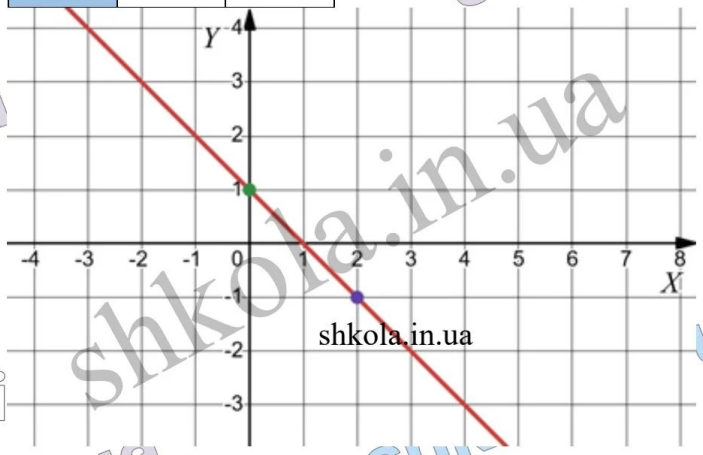
1) $y = 2x$

x	0	2
y	0	4



2) $y = 1 - x$

x	0	2
y	1	-1



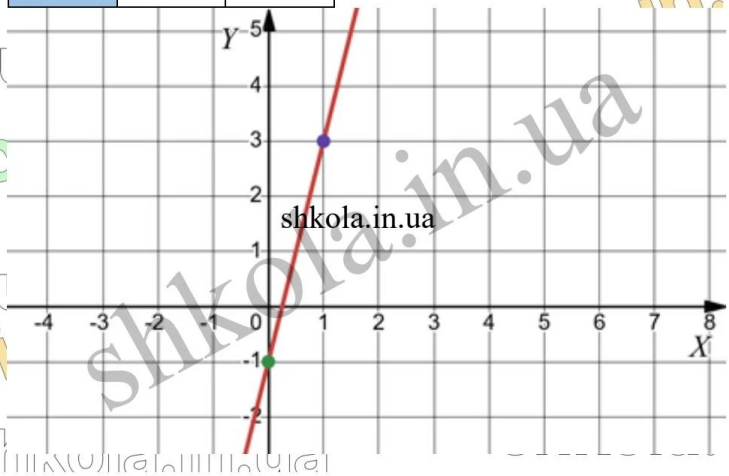
3) $y = 2$

x	0	2
y	2	2



4) $y = 4x - 1$

x	0	1
y	-1	3

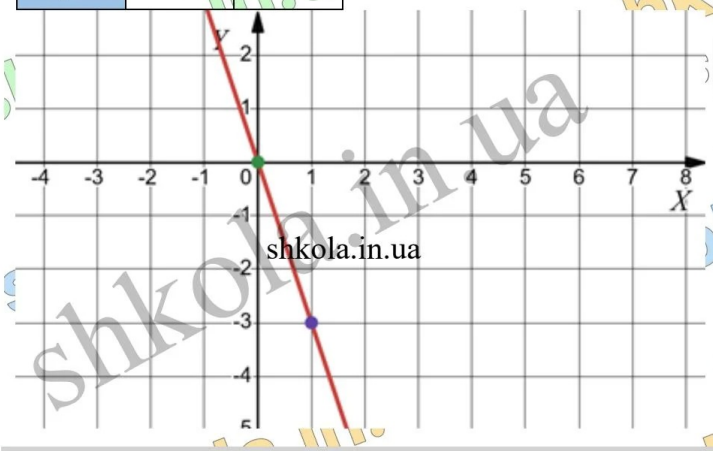


issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

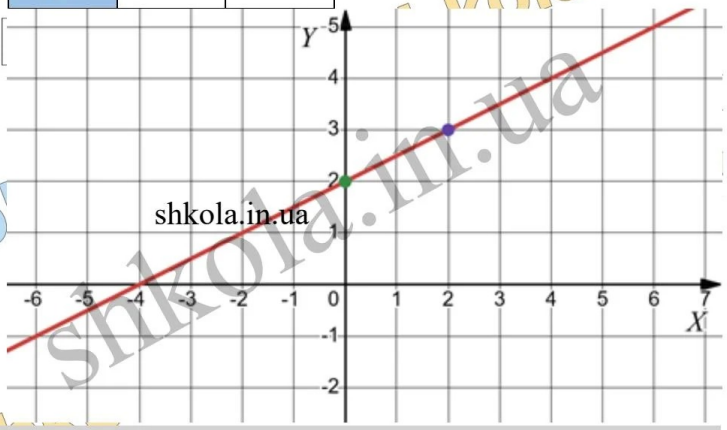
5) $y = -3x$

x	0	1
y	0	–3



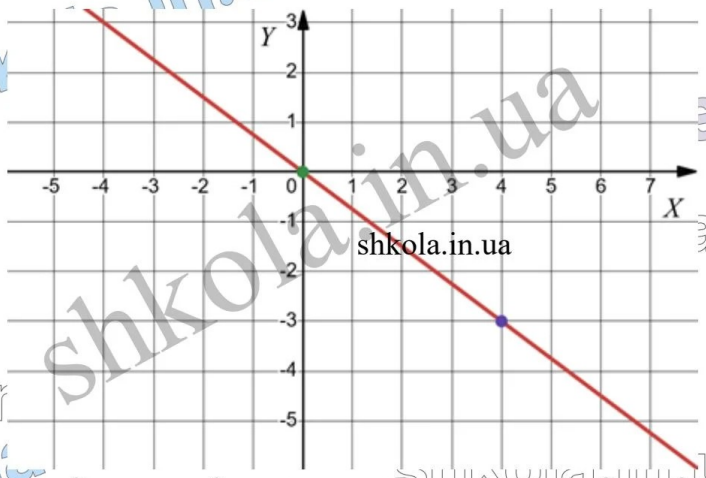
6) $y = \frac{1}{2}x + 2$

x	0	2
y	2	3



1098. Побудуйте графік прямої пропорційності $y = -\frac{3}{4}x$. Знайдіть за графіком: 1) значення функції, якщо значення аргументу дорівнює –4; 0; 8; 2) значення аргументу, для якого значення функції дорівнює –6; 3; 6; 3) нулі функції; 4) значення аргументу, при яких функція набуває додатних значень; 5) значення аргументу, при яких функція набуває від'ємних значень.

$y = -\frac{3}{4}x$		
x	0	4
y	0	–3



1) Якщо $x = -4$, то $y = 3$; якщо $x = 0$, то $y = 0$; якщо $x = 8$, то $y = -6$;
2) якщо $y = -6$, то $x = 8$; якщо $y = 3$, то $x = -4$; якщо $y = 6$, то $x = -8$;
3) якщо $y = 0$, то $x = 0$ — нуль функції;
4) функція набуває додатних значень, якщо $x < 0$;
5) функція набуває від'ємних значень, якщо $x > 0$.

1099. Графіки функцій $y = kx$ і $y = 2x + l$ перетинаються в точці A(–2; 6). Знайдіть k і l.
Якщо графік функції $y = kx$ проходить через точку A(–2; 6), то:
$6 = k \cdot (-2)$;
$k = -3$.
Якщо графік функції $y = 2x + l$ теж проходить через точку A(–2; 6), то:
$6 = 2 \cdot (-2) + b$;
$b = 10$.

1100. На малюнках зображено два графіки. Один з них описує процес наповнення резервуара водою, а другий – процес спорожнення резервуара від води. Який з малюнків відповідає кожному із вказаних процесів? По кожному з графіків знайдіть: 1) скільки літрів води було в резервуарі в початковий момент часу; 2) скільки літрів води буде в резервуарі через 1 хв; через 6 хв; через 8 хв від початку процесу; 3) через скільки хвилин від початку процесу в резервуарі буде 25 л води; 4) скільки літрів води надходить

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

(виливається) щохвилини? Задайте формулою залежність об'єму води V у резервуарі від часу t для кожного із цих двох процесів.

1) В початковий момент часу в резервуарі було 15 л води.

2) Через 1 хв від початку процесу в резервуарі буде 17,5 л води;
через 6 хв буде 30 л води;
через 8 хв буде 35 л води.

3) 25 л води від початку процесу буде через 4 хвилини.

4) Щохвилини виливається 5 л води.

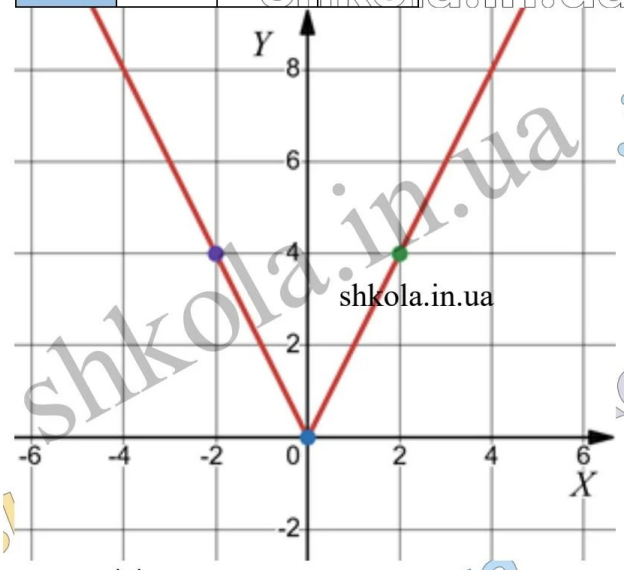
$V = 15 + 2{,}5t$ — залежність об'єму води V у резервуарі від часу t під час наповнення резервуару водою.

$V = 50 - 5t$ — залежність об'єму води V у резервуарі від часу t під час спорожнення резервуару від води.

1101. Побудуйте графік функції.

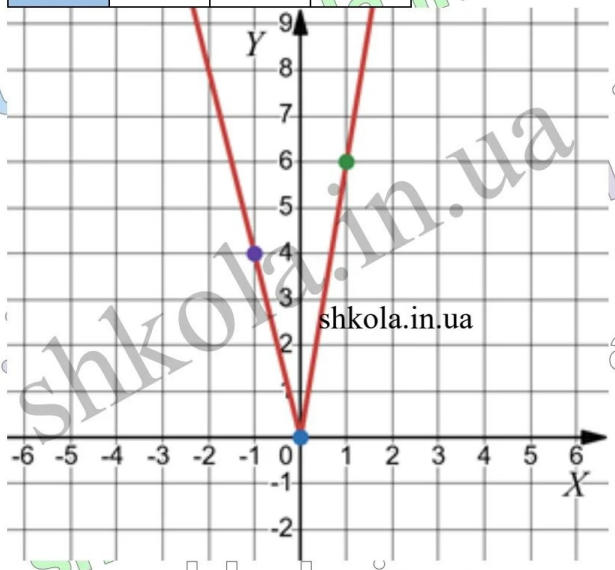
1) $y = 2|x|$;

x	0	2	–2
y	0	4	4



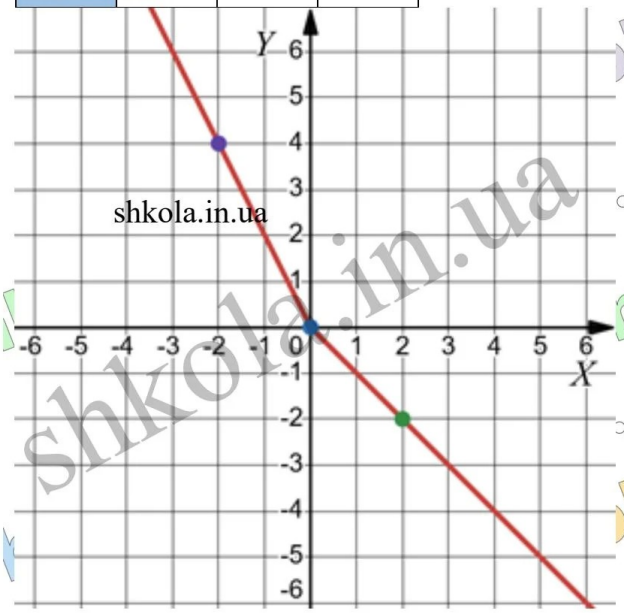
2) $y = 5|x| + x$;

x	0	1	–1
y	0	6	4



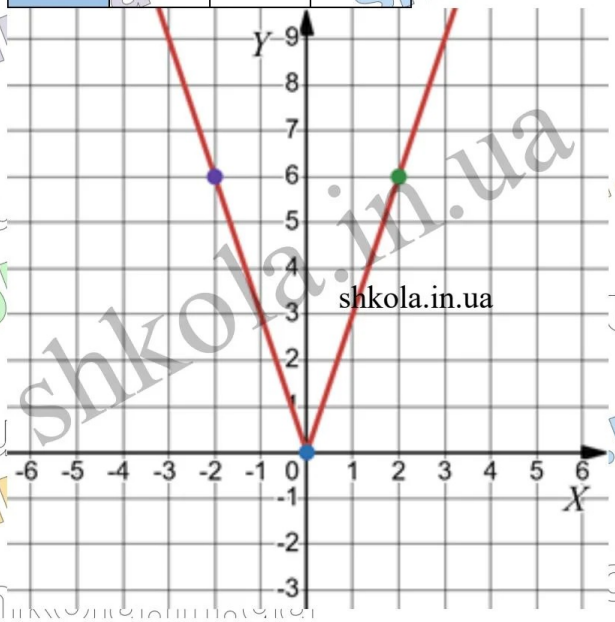
3) $y = \frac{|x|-3x}{2}$;

x	0	2	–2
y	0	–2	4



4) $y = |x| + |-2x|$.

x	0	2	–2
y	0	6	6



issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

§25. Лінійне рівняння з двома змінними

1102. Укажіть рівняння, що є рівняннями з двома змінними:
1) $x^2 - 3xy = 5$; **3)** $3x + 2y = 5$; **5)** $x + 2x^2 = y - 3y^2$.

1103. Чи є лінійним рівняння з двома змінними:
1) $4x - 5y = 9$; **3)** $2x + 11y = 0$; **5)** $0x + 3y = 12$.

1104. Укажіть рівняння з двома змінними. Які з них є лінійними:

Рівняннями з двома змінними є:
1) $3x - 2y = 5$;
2) $2x^2 - 3y^2 = 1$;
4) $4x - 0y = 8$;
6) $\frac{1}{7}x + \frac{1}{8}y = \frac{1}{9}$;

з них лінійними:
1) $3x - 2y = 5$;
4) $4x - 0y = 8$;
6) $\frac{1}{7}x + \frac{1}{8}y = \frac{1}{9}$.

1105. Чи є пара чисел розв'язком рівняння $x - y = 0$:
1) Пара чисел (4; 4) є розв'язком рівняння $x - y = 0$, бо: $4 - 4 = 0$; $0 = 0$;
2) пара чисел (–1; 1) не є розв'язком рівняння $x - y = 0$, бо: $-1 - 1 = -2$; $-2 \neq 0$;
3) пара чисел (0; 0) є розв'язком рівняння $x - y = 0$, бо: $0 - 0 = 0$; $0 = 0$.

1106. Чи є пара чисел $x = 2$; $y = 3$ розв'язком рівняння $x + y = 5$? Знайдіть ще три розв'язки цього рівняння.
Пара чисел $x = 2$; $y = 3$ є розв'язком рівняння $x + y = 5$, бо: $2 + 3 = 5$; $5 = 5$;
розв'язком рівняння $x + y = 5$ є, наприклад, пара чисел $x = 1$; $y = 4$, бо: $1 + 4 = 5$; $5 = 5$;
розв'язком рівняння $x + y = 5$ є, наприклад, пара чисел $x = 6$; $y = -1$, бо: $6 + (-1) = 5$; $5 = 5$;
розв'язком рівняння $x + y = 5$ є, наприклад, пара чисел $x = 5$; $y = 0$ є, бо: $5 + 0 = 5$; $5 = 5$.

1107. Які з пар чисел (10; 1), (1; 10), (7; 2), (7; –2), (9; 0) є розв'язками рівняння $x - y = 9$?
Пара чисел (10; 1) є розв'язком рівняння $x - y = 9$, бо: $10 - 1 = 9$; $9 = 9$;
пара чисел (1; 10) не є розв'язком рівняння $x - y = 9$, бо: $1 - 10 = -9$; $-9 \neq 9$;
пара чисел (7; 2) не є розв'язком рівняння $x - y = 9$, бо: $7 - 2 = 5$; $5 \neq 9$;
пара чисел (7; –2) є розв'язком рівняння $x - y = 9$, бо: $7 - (-2) = 7 + 2 = 9$; $9 = 9$;
пара чисел (9; 0) є розв'язком рівняння $x - y = 9$, бо: $9 - 0 = 9$; $9 = 9$.

1108. Які з пар чисел (2; 1), (2; –1), (0; 5), (1; 3), (–1; 5) є розв'язками рівняння $2x + y = 5$?
Пара чисел (2; 1) є розв'язком рівняння $2x + y = 5$, бо: $2 \cdot 2 + 1 = 5$; $5 = 5$;
пара чисел (2; –1) не є розв'язком рівняння $2x + y = 5$, бо: $2 \cdot 2 - 1 = 3$; $3 \neq 5$;
пара чисел (0; 5) є розв'язком рівняння $2x + y = 5$, бо: $2 \cdot 0 + 5 = 5$; $5 = 5$;
пара чисел (1; 3) є розв'язком рівняння $2x + y = 5$, бо: $2 \cdot 1 + 3 = 5$; $5 = 5$;
пара чисел (–1; 5) не є розв'язком рівняння $2x + y = 5$, бо: $2 \cdot (-1) + 5 = 3$; $3 \neq 5$.

1109. Розв'язком яких рівнянь є пара чисел (–1; 3):
1) Пара чисел (–1; 3) не є розв'язком рівняння $2x - 17y = 53$, бо:
$2 \cdot (-1) - 17 \cdot 3 = -2 - 51 = -53$; $-53 \neq 53$;
2) пара чисел (–1; 3) є розв'язком рівняння $3x^2 + y^2 = 12$, бо:
$3 \cdot (-1)^2 + 3^2 = 3 + 9 = 12$; $12 = 12$;
3) пара чисел (–1; 3) є розв'язком рівняння $(x - 3)(y + 2) = -20$; бо:
$((-1) - 3)(3 + 2) = -4 \cdot 5 = -20$; $-20 = -20$;
4) пара чисел (–1; 3) не є розв'язком рівняння $0x + 4y = -12$, бо:
$0 \cdot (-1) + 4 \cdot 3 = 12$; $12 \neq -12$;
5) пара чисел (–1; 3) є розв'язком рівняння $0x + 0y = 0$, бо:
$0 \cdot (-1) + 0 \cdot 3 = 0$; $0 = 0$;
6) пара чисел (–1; 3) є розв'язком рівняння $x^2 + 1 = y^2 - 7$, бо:
$(-1)^2 + 1 = 3^2 - 7 = 2$; $2 = 2$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

1110. Розв'язком яких рівнянь є пара чисел x = 2; y = –1:

1) Пара чисел x = 2; y = –1 є розв'язком рівняння 3x + y = 5, бо:
3 · 2 – 1 = 5; 5 = 5;

2) пара чисел x = 2; y = –1 не є розв'язком рівняння $x^2 + y^2 = 3$, бо:
$2^2 + (–1)^2 = 5$; 5 ≠ 3;

3) пара чисел x = 2; y = –1 є розв'язком рівняння 2x + 0y = 4, бо:
2 · 2 + 0 (–1) = 4; 4 = 4;

4) пара чисел x = 2; y = –1 не є розв'язком рівняння x(y + 3) = 14, бо:
2 · (–1 + 3) = 2 · 2 = 4; 4 ≠ 14;

5) пара чисел x = 2; y = –1 не є розв'язком рівняння 0x + 0y = 7, бо:
0 · 2 + 0 · (–1) = 0; 0 ≠ 7;

6) пара чисел x = 2; y = –1 є розв'язком рівняння $\frac{1}{2}x + y = 0$, бо:
$\frac{1}{2} \cdot 2 – 1 = 0$; 0 = 0.

1111. Знайдіть три будь–яких розв'язки рівняння:

1) x + y = –3.
Якщо x = 0, то 0 + y = –3; y = –3.
Якщо x = 3, то 3 + y = –3; y = –6.
Якщо x = –3 , то –3 + y = –3; y = 0.
Отже, пари чисел (0; –3), (3; –6), (–3 ; 0) є розв'язками рівняння;

2) x – 2y = 5.
Якщо x = 0, то 0 – 2y = 5; 2y = –5; y = –2,5.
Якщо x = = 3, то 3 – 2y = 5; 2y = –2; y = – 1.
Якщо x = 5, то 5 – 2y = 5; 2y = 0; y = 0.
Отже, пари чисел (0; –2,5), (3; –1), (5; 0) є розв'язками рівняння.

1112. Знайдіть три будь–яких розв'язки рівняння:

1) x – y = 2.
Якщо x = 0, то 0 – y = 2; y = –2.
Якщо x = 3, то 3 – y = 2; y = 1.
Якщо x = –3 , то – 3 – y = 2; y = –5.
Отже, пари чисел (0; –2), (3; 1), (–3; –5) є розв'язками рівняння;

2) x + 3y = 0.
Якщо x = 0, то 0 + 3y = 0; 3y = 0; y = 0.
Якщо x = 3, то 3 + 3y = 0; 3y = –3; y = –1.
Якщо x = 6, то 6 + 3y = 0; 3y = –6; y = –2.
Отже, пари чисел (0; 0), (3; –1), (6; –2) є розв'язками рівняння.

1113. Складіть лінійне рівняння з двома змінними, розв'язком якого є пара чисел x = 3; y = –2.

Пара чисел x – 3 ; y = –2 є розв'язком, наприклад, такого лінійного рівняння з двома змінними 5x + 2y = 11, бо: 5 · 3 + 2 · (–2) = 11; 11 = 11.

1114. Складіть лінійне рівняння з двома змінними, розв'язком якого є пара чисел (–2; 0).

Пара чисел (–2; 0) є розв'язком, наприклад, такого лінійного рівняння з двома змінними 5x + 2y = –10, бо: 5 · (–2) + 2 · 0 = –10; –10 = –10.

1115. Виразіть з рівняння 5x + y = 7 змінну y через змінну
y = 7 – 5x.

1116. Виразіть з рівняння x – 3y = 9 змінну x через змінну
x = 9 + 3y.

1117. З лінійного рівняння 3x – 2y = 12 виразіть: 1) змінну y через змінну x; 2) змінну x через змінну y.

1) 3x – 2y = 12;
–2y = 12 – 3x;
y = –6 + 1,5x;

2) 3x – 2y = 12;
3x = 12 + 2y;
$x = 4 + \frac{2}{3}y$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1118. Виразивши з рівняння змінну y через змінну x, знайдіть два будь-яких розв'язки рівняння:

1) $x + y = 29$;
$y = 29 - x$.
Якщо $x = 0$, то $y = 29 - 0 = 29$.
Якщо $x = 9$, то $y = 29 - 9 = 20$.
Отже, пари чисел (0; 29), (9; 20) є розв'язками рівняння;

2) $5x + y = 7$;
$y = 7 - 5x$.
Якщо $x = 0$, то $y = 7 - 5 \cdot 0 = 7$.
Якщо $x = 2$, то $y = 7 - 5 \cdot 2 = -3$.
Отже, пари чисел (0; 7), (2; –3) є розв'язками рівняння.

3) $3x - 2y = 15$\$
$-2y = 15 - 3x$;
$y = (15 - 3x) : (-2)$;
$y = 15 : (-2) + (-3x) : (-2)$;
$y = -7{,}5 + 1{,}5x$;
$y = 1{,}5x - 7{,}5$.
Якщо $x = 0$, то $y = 1{,}5 \cdot 0 - 7{,}5 = 7{,}5$.
Якщо $x = 4$, то $y = 1{,}5 \cdot 4 - 7{,}5 = 1{,}5$.
Отже, пари чисел (0; -7,5), (4; -1,5) є розв'язками рівняння.

4) $6y - x = 5$;
$6y = 5 + x$;
$y = (5 + x) : 6$;
Якщо $x = 1$, то $y = (5 + 1) : 6 = 6 : 6 = 1$.
Якщо $x = 7$, то $y = (5 + 7) : 6 = 12 : 6 = 2$.
Отже, пари чисел (1; 1), (7; 2) є розв'язками рівняння.

1119. Виразивши в рівнянні змінну y через змінну x або змінну x через змінну y, знайдіть три будь–яких розв'язки рівняння:

1) $x - 2y = -8$; $x = -8 + 2y$.
Якщо $y = 0$, то $x = -8 + 2 \cdot 0 = -8$.
Якщо $y = 1$, то $x = -8 + 2 \cdot 1 = -6$.
Якщо $y = 4$, то $x = -8 + 2 \cdot 4 = 0$.
Отже, пари чисел (–8; 0), (–6; 1), (0; 4) є розв'язками рівняння;

2) $7x - y = 9$; $-y = 9 - 7x$; $y = 7x - 9$.
Якщо $x = 0$, то $y = 7 \cdot 0 - 9 = -9$.
Якщо $x = 2$, то $7 \cdot 2 - 9 = 5$.
Якщо $x = 4$, то $y = 7 \cdot 4 - 9 = 19$.
Отже, пари чисел (0; –9), (2; 5), (4; 19) є розв'язками рівняння;

3) $3x + 2y = 6$; $2y = 6 - 3x$; $y = 3 - 1{,}5x$.
Якщо $x = 0$,то $y = 3 - 1{,}5 \cdot 0 = 3$.
Якщо $x = 2$, то $y = 3 - 1{,}5 \cdot 2 = 0$.
Якщо $x = 4$, то $y = 3 - 1{,}5 \cdot 4 = -3$.
Отже, пари чисел (0; 3), (2; 0), (4; –3) є розв'язками рівняння;

4) $5x - 7y = 12$; $5x = 12 + 7y$; $x = 1{,}4y + 2{,}4$.
Якщо $y = 0$, то $x = 1{,}4 \cdot 0 + 2{,}4 = 2{,}4$.
Якщо $y = 5$, то $x = 1{,}4 \cdot 5 + 2{,}4 = 9{,}4$.
Якщо $y = 10$, то $x = 1{,}4 \cdot 10 + 2{,}4 = 16{,}4$.
Отже, пари чисел (2,4; 0), (9,4; 5), (16,4; 10) є розв'язками рівняння.

1120. Пара чисел (–5; p) є розв'язком рівняння $2x - y = -13$. Знайдіть p.
Якщо пара чисел (–5; p) є розв'язком рівняння $2x - y = -13$, то:
$2 \cdot (-5) - p = -13$; $-10 - p = -13$; $-p = -13 + 10$; $p = 3$.

1121. Пара чисел (n; –1) є розв'язком рівняння $3x + 5y = 4$. Знайдіть n.
Якщо пара чисел (n; –1) є розв'язком рівняння $3x + 5y = 4$, то:
$3n + 5 \cdot (-1) = 4$; $3n = 9$; $n = 3$.

1122. Знайдіть m, якщо пара чисел (–1; –3) є розв'язком рівняння:
1) Якщо пара чисел (–1; –3) є розв'язком рівняння $8x + 9y = m$, то:
$8 \cdot (-1) + 9 \cdot (-3) = m$; $-8 - 27 = m$; $m = -35$;
2) якщо пара чисел (–1; –3) є розв'язком рівняння $mx - 2y = -9$, то:
$m \cdot (-1) - 2 \cdot (-3) = -9$; $-m + 6 = -9$; $-m = -15$; $m = 15$.

1123. При якому значенні d пара чисел (2; –1) є розв'язком рівняння:
1) Якщо пара чисел (2; –1) є розв'язком рівняння $7x - 5y = d$, то:
$7 \cdot 2 - 5 \cdot (-1) = d$; $14 + 5 = d$; $d = 19$;
2) якщо пара чисел (2; –1) є розв'язком рівняння $3x + dy = 8$, то:
$3 \cdot 2 + d \cdot (-1) = 8$; $6 - d = 8$; $d = -2$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

1124. Знайдіть два деяких розв'язки рівняння $2(x - y) = 3(x + y) + 4$;

$2x - 2y = 3x + 3y + 4$;

$2x - 2y - 3x - 3y = 4$;

$-x - 5y = 4$;

$x = -5y - 4$.

Якщо $y = 0$, то $x = -5 \cdot 0 - 4 = -4$.

Якщо $y = 2$, то $x = -5 \cdot 2 - 4 = -14$.

Отже, пари чисел $(-4; 0)$, $(-14; 2)$ є розв'язками рівняння.

1125. Серед розв'язків рівняння $x + 3y = 20$ знайдіть пару рівних між собою чисел.

Якщо $x = y$, то $x + 3x = 20$; $4x = 20$; $x = 5$.

Отже, розв'язком рівняння $x + 3y = 20$ є, пара чисел $(5; 5)$.

1126. Знайдіть p, якщо: 1) пара $(p; p)$ є розв'язком рівняння $4x - 9y = -10$; 2) пара $(p; -p)$ є розв'язком рівняння $17x + 12y = 105$.

1) Якщо пара чисел $(p; p)$ є розв'язком рівняння $4x - 9y = -10$, то:

$4p - 9p = -10$; $-5p = -10$; $p = 2$;

2) якщо пара чисел $(p; -p)$ є розв'язком рівняння $17x + 12y = 105$, то:

$17p - 12p = 105$; $5p = 105$; $p = 21$.

1127. Знайдіть усі пари натуральних чисел, які є розв'язками рівняння:

1) $2x + y = -7$.

Якщо x і y — натуральні числа, то сума подвоєного числа x і числа y не може дорівнювати від'ємному числу.

Отже, таких пар натуральних чисел немає;

2) $3x + 2y = 5$.

Якщо x і y — натуральні числа, то x може набирати лише значення 1.

Маємо: якщо $x = 1$, то $3 \cdot 1 + 2y = 5$; $2y = 2$; $y = 1$.

Розв'язком рівняння є пара чисел $(1; 1)$;

3) $x + 7y = 15$.

Якщо x і y — натуральні числа, то y може набирати лише значення 1 або 2.

Маємо: якщо $y = 1$, то $x + 7 \cdot 1 = 15$; $x = 8$; якщо $y = 2$, то $x + 7 \cdot 2 = 15$; $x = 1$.

Розв'язком рівняння є пари чисел: $(8; 1)$ або $(1; 2)$;

4) $xy = 7$.

Якщо x і y — натуральні числа, то y може набирати лише значення 1 або 7.

Маємо: якщо $y = 1$, то $x \cdot 1 = 7$; $x = 7$; якщо $y = 7$, то $x \cdot 7 = 7$; $x = 1$.

Розв'язком рівняння є пари чисел: $(7; 1)$ або $(1; 7)$.

1128. Функцію задано формулою $y = \frac{2x + 1}{x - 6}$. Заповніть у зошиті таблицю, обчисливши відповідні значення функції:

Якщо $x = -3$, то $y = \frac{2 \cdot (-3) + 1}{-3 - 6} = \frac{-6 + 1}{-9} = \frac{5}{9}$.

Якщо $x = -2$, то $y = \frac{2 \cdot (-2) + 1}{-2 - 6} = \frac{-4 + 1}{-8} = \frac{3}{8}$.

Якщо $x = -1$, то $y = \frac{2 \cdot (-1) + 1}{-1 - 6} = \frac{-2 + 1}{-7} = \frac{1}{7}$.

Якщо $x = 0$, то $y = \frac{2 \cdot 0 + 1}{0 - 6} = \frac{1}{-6} = -\frac{1}{6}$.

Якщо $x = 1$, то $y = \frac{2 \cdot 1 + 1}{1 - 6} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$.

Якщо $x = 2$, то $y = \frac{2 \cdot 1 + 1}{2 - 6} = \frac{5}{-4} = -\frac{5}{4}$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Якщо x = 3, то $y = \frac{2 \cdot 3 + 1}{3 - 6} = \frac{7}{-3} = -\frac{7}{3}$.

Якщо x = 4, то $y = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4 - 6} = \frac{9}{-2} = -\frac{9}{2}$.

x	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	$\frac{5}{9}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{3}{5}$	$-\frac{5}{4}$	$-\frac{7}{3}$	$-\frac{9}{2}$

1129. Спростіть вираз і знайдіть його значення:

1) $(x - 10)^2 - x(x + 80) = x^2 - 20x + 100 - x^2 - 80x = 100 - 100x$.

Якщо x = –0,83, то 100 – 100x = 100 – 100 · (–0,83) = 100 + 83 = 183;

2) $(5m + 3)^2 - (5m - 3)^2 = (5m + 3 - 5m + 3)(5m + 3 + 5m - 3) = 6 \cdot 10m = 60m$.

Якщо $m = -\frac{17}{60}$, то $60m = 60 \cdot (-\frac{17}{60}) = -17$.

1130. Відомо, що a + b = –1, ab = –6. Знайдіть значення виразів:

1) $a^2b + ba^2 = ab(a + b)$.

Якщо a + b = –1, ab = –6, то ab(a + b) = –6 · (–1) = 6;

2) $a^2 + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab - 2ab = (a + b)^2 - 2ab$.

Якщо a + b = –1, ab = –6, то $(a + b)^2 - 2ab = (-1)^2 - 2 \cdot (-6) = 13$;

3) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 + 2ab - 2ab = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab - 2ab = (a + b)^2 - 4ab$.

Якщо a + b = – 1, ab = –6, то $(a + b)^2 - 4ab = (-1)^2 - 4 \cdot (-6) = 25$;

4) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2 - 3ab) = (a + b)((a + b)^2 - 3ab)$.

Якщо a + b = –1, ab = –6, то $(a + b)((a + b)^2 - 3ab) = -1 \cdot ((-1)^2 - 3 \cdot (-6)) = -1 \cdot (1 + 18) = -19$.

1131. Роздрібна ціна підручника для 7 класу складає 180 грн, що на 20 % вище за оптову ціну. Скільки коштуватимуть 28 таких підручників, придбаних для 7 класу, за оптовою ціною?

1) 180 · (1 – 0,2) = 180 · 0,8 = 144 (грн) – оптова ціна;

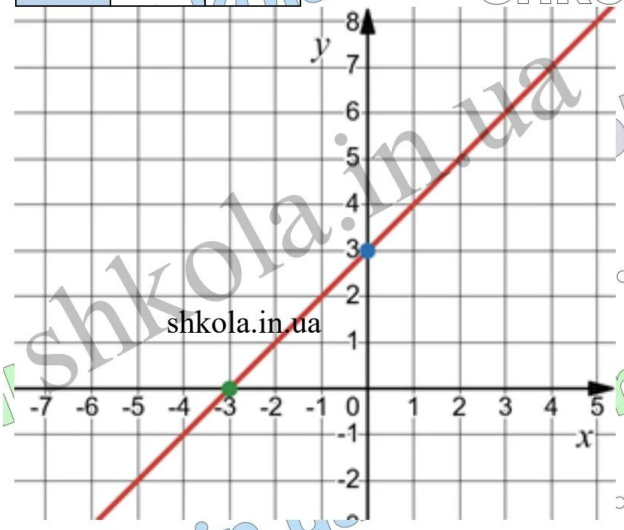
2) 28 · 144 = 4032 (грн) – вартість підручників.

Відповідь: 4032 грн.

1132. Побудуйте графік лінійної функції:

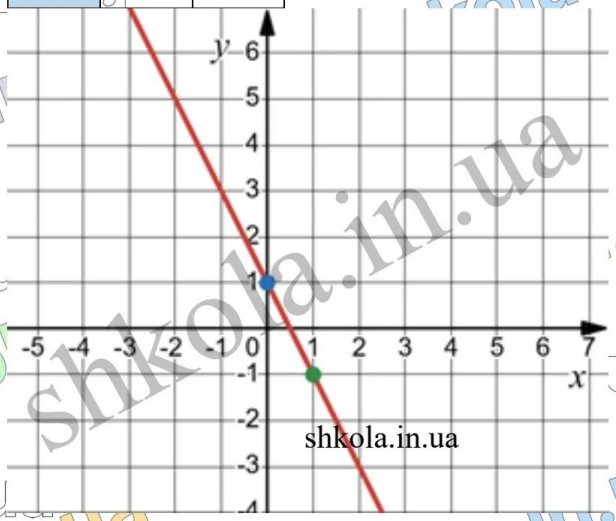
1) y = x + 3;

x	0	–3
y	3	0



2) y = –2x + 1;

x	0	1
y	1	–1

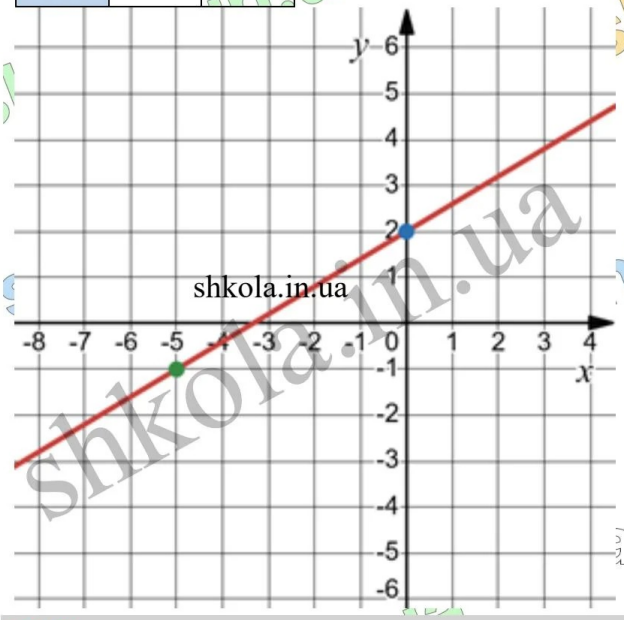


issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

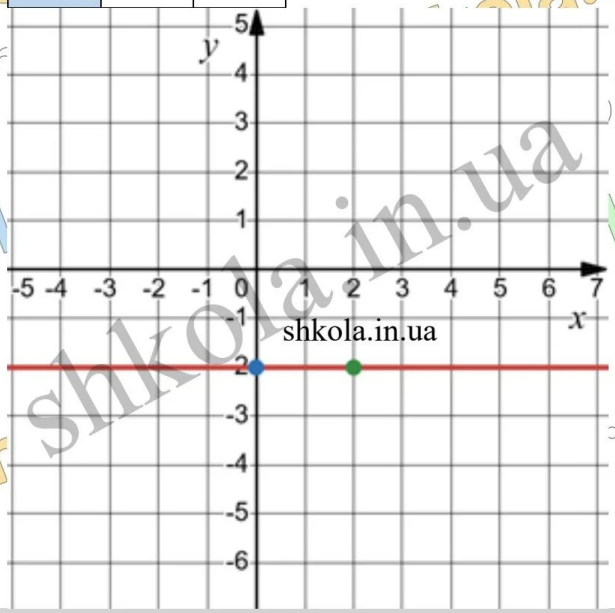
3) $y = 0{,}6x + 2$;

x	0	–5
y	2	–1



4) $y = -2$.

x	0	2
y	–2	–2



1133. Дано два трицифрових числа, сума яких ділиться на 37. Ці числа записали в рядок одне за одним. Доведіть, що одержане в такий спосіб шестицифрове число також ділиться на 37.

Нехай abc і mnp — задані числа. За умовою, abc + mnp ділиться на 37. Записавши ці числа в рядок, одержимо число abcmnp = 1000 abc + mnp = 999abc + abc + mnp. Перший доданок ділиться на 37, сума другого й третього ділиться на 37 за умовою, тому і число abcmnp ділиться на 37.

§26. Графік лінійного рівняння

1134. Чи належить графіку рівняння $x + y = 6$ точка:

1) Точка (5; 1) належить графіку рівняння $x + y = 6$, бо: $5 + 1 = 6$; $6 = 6$;

2) точка (4; –2) не належить графіку рівняння $x + y = 6$, бо: $4 - 2 = 2$; $2 \neq 6$;

3) точка (1; 6) не належить графіку рівняння $x + y = 6$, бо: $1 + 6 = 7$; $7 \neq 6$;

4) точка (6; 0) належить графіку рівняння $x + y = 6$, бо: $6 + 0 = 6$; $6 = 6$.

1135. Які з точок A(4; 0), B(1; 3), C(3; –1), D(0; 4), E(5; 1) належать графіку рівняння $x - y = 4$?

Точка A(4; 0) належить графіку рівняння $x - y = 4$, бо: $4 - 0 = 4$; $4 = 4$;

точка B(1; 3) не належить графіку рівняння $x - y = 4$, бо: $1 - 3 = -2$; $-2 \neq 4$;

точка C(3; –1) належить графіку рівняння $x - y = 4$, бо: $3 + 1 = 4$; $4 = 4$;

точка D(0; 4) не належить графіку рівняння $x - y = 4$, бо: $0 - 4 = -4$; $-4 \neq 4$;

точка E(5; 1) належить графіку рівняння $x - y = 4$, бо: $5 - 1 = 4$; $4 = 4$.

1136. Чи проходить графік рівняння $7x + 5y = 25$ через точку:

1) Пряма, що є графіком рівняння $7x + 5y = 25$ не проходить через точку A(7; –4), бо: $7 \cdot 7 + 5 \cdot (-4) = 49 - 20 = 29$; $29 \neq 25$;

2) пряма, що є графіком рівняння $7x + 5y = 25$ проходить через точку B(5; –2), бо: $7 \cdot 5 + 5 \cdot (-2) = 25$; $25 = 25$;

3) пряма, що є графіком рівняння $7x + 5y = 25$ не проходить через точку C (–1,4; 7), бо: $7 \cdot (-1{,}4) + 5 \cdot 7 = -9{,}8 + 35 = 25{,}2$; $25{,}2 \neq 25$;

4) пряма, що є графіком рівняння $7x + 5y = 25$ проходить через точку D(35; –44), бо: $7 \cdot 35 + 5 \cdot (-44) = 245 - 220 = 25$; $25 = 25$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1137. Графіки яких рівнянь проходять через точку P(–2; 3):

1) Графік рівняння $7x + 9y = 15$ не проходить через точку P(–2; 3), бо:
$7 \cdot (-2) + 9 \cdot 3 = -14 + 27 = 13$; $13 \neq 15$;

2) графік рівняння $4x - 17y = -59$ проходить через точку P(–2; 3), бо:
$4 \cdot (-2) - 17 \cdot 3 = -8 - 51 = -59$; $-59 = -59$;

3) графік рівняння $0x + 5y = 15$ проходить через точку P(–2; 3), бо:
$0 \cdot (-2) + 5 \cdot 3 = 0 + 15 = 15$; $15 = 15$;

4) графік рівняння $\frac{1}{2}x + \frac{1}{6}y = -1$ не проходить через точку P(–2; 3), бо:
$\frac{1}{2} \cdot (-2) + \frac{1}{6} \cdot 3 = -1 + \frac{1}{2} = -0{,}5$; $-0{,}5 \neq -1$;

5) графік рівняння $0x + 0y = 5$ не проходить через точку P(–2; 3), бо:
$0 \cdot (-2) + 0 \cdot 3 = 0$; $0 \neq 5$;

6) графік рівняння $1{,}7x + 1{,}2y = 0{,}2$ проходить через точку P(–2; 3), бо:
$1{,}7 \cdot (-2) + 1{,}2 \cdot 3 = -3{,}4 + 3{,}6 = 0{,}2$; $0{,}2 = 0{,}2$.

1138. Доведіть, що графіки рівнянь $5x - 8y = -66$; $0x + 3y = 21$ та $7y - 4x = 57$ проходять через точку M(–2; 7).

Графік рівняння $5x - 8y = -66$ проходить через точку M(–2; 7), бо:
$5 \cdot (-2) - 8 \cdot 7 = -10 - 56 = -66$; $-66 = -66$;
графік рівняння $0x + 3y = 21$ проходить через точку M(–2; 7), бо:
$0 \cdot (-2) + 3 \cdot 7 = 21$; $21 = 21$;
графік рівняння $-4x + 7y = 57$ проходить через точку M(–2; 7), бо:
$-4 \cdot (-2) + 7 \cdot 7 = 8 + 49 = 57$; $57 = 57$.
Отже, графіки рівнянь $5x - 8y = -66$, $0x + 3y = 21$, і $-4x + 7y = 57$ проходять через точку M(–2; 7).

1139. Назвіть дві довільні точки, які належать графіку рівняння $2x - 5y = 20$.

Графіку рівняння $2x - 5y = 20$ належать, наприклад, точки (10; 0) і (5; –2).

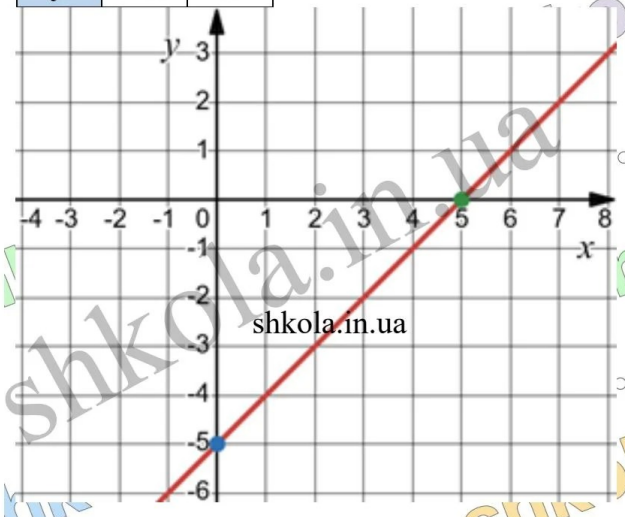
1140. Знайдіть дві точки, які належать графіку рівняння $3x + 2y = 12$, і дві точки, які йому не належать.

Графіку рівняння $3x + 2y = 12$ належать, наприклад, точки (0; 6) і (2; 3), а не належать — (6; 4) і (–5; 0).

1141. Побудуйте графік рівняння:

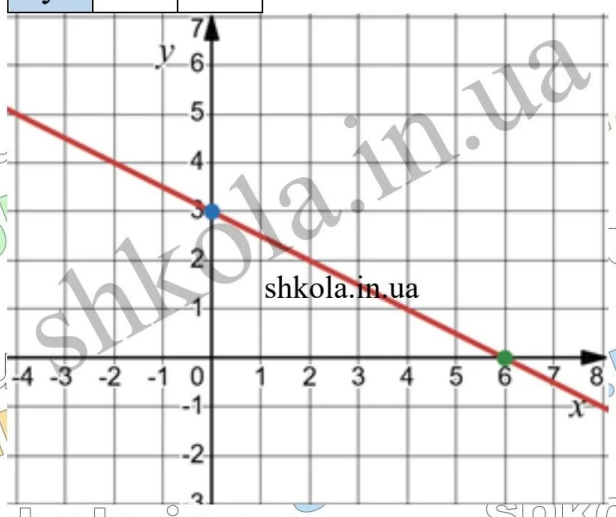
1) $x - y = 5$
$y = x - 5$

x	0	5
y	–5	0



2) $0{,}5x + y = 3$
$y = 3 - 0{,}5x$

x	0	6
y	3	0



issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

3) $x + 3y = 0$

$y = -\frac{x}{3}$

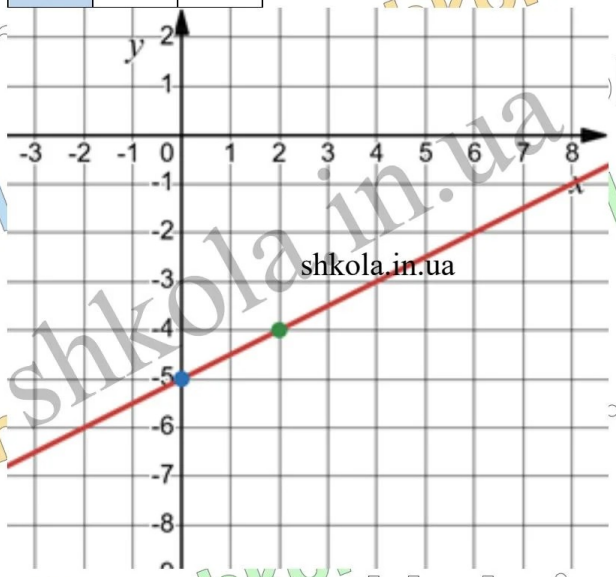
x	0	3
y	0	–1



4) $0{,}2x - 0{,}4y = 2$

$y = 0{,}5x - 5$

x	0	2
y	–5	–4



1142. Побудуйте графік рівняння:

1) $x + y = 6$

$y = 6 - x$

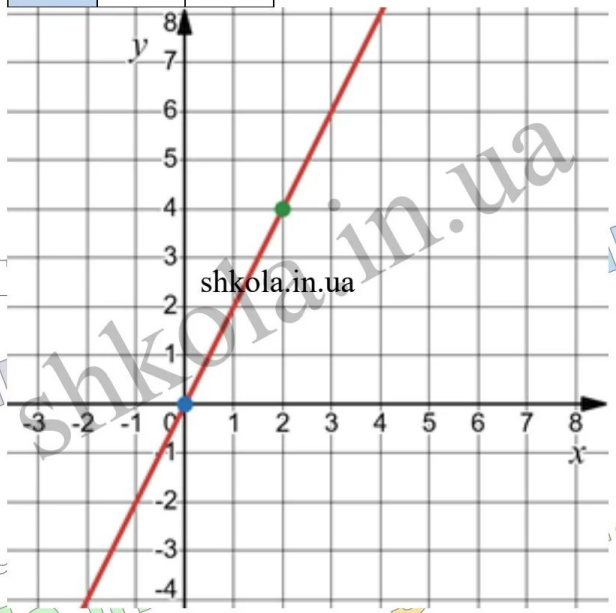
x	1	5
y	5	1



2) $y - 2x = 0$

$y = 2x$

x	0	2
y	0	4



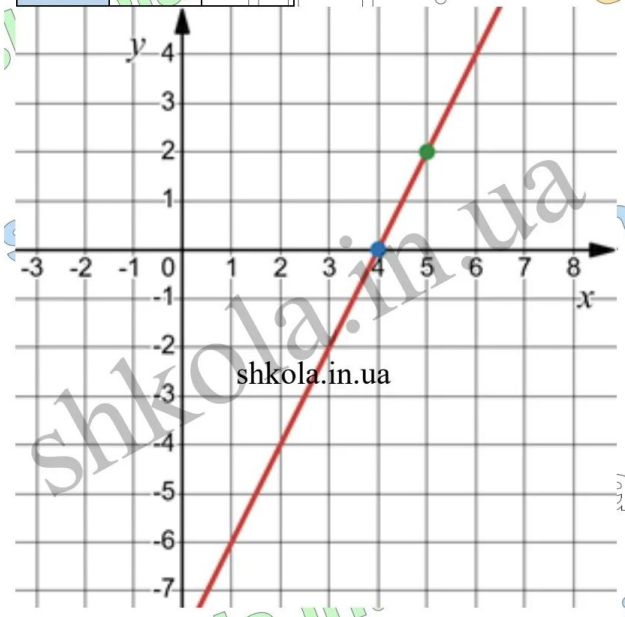
issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

3) $x - 0{,}5y = 4$

$y = 2x - 8$

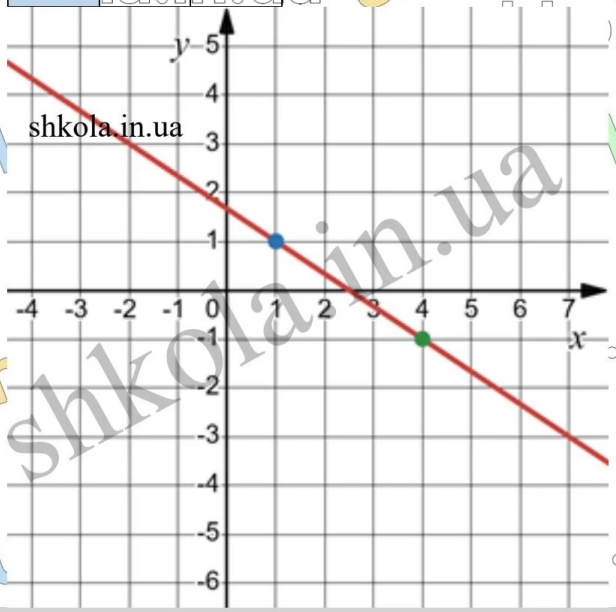
x	4	5
y	0	2



4) $2x + 3y = 5$

$y = \frac{5 - 2x}{3}$

x	1	4
y	1	-1



1143. Запишіть яке–небудь лінійне рівняння з двома змінними, графік якого проходить через точку P(1; –3).

Через точку P (1 ;–3) проходить, наприклад, графік лінійного рівняння з двома змінними $x + 3y = –8$, бо: $1 + 3 \cdot (–3) = –8$; $–8 = –8$.

1144. На графіку рівняння $2x + 3y = 7$ вибрано точку з абсцисою –4. Знайдіть ординату цієї точки.

Якщо точка з абсцисою –4 взята на графіку рівняння $2x + 3y = 1$, то її ордината дорівнюватиме: $2 \cdot (–4) + 3y = 7$; $–8 + 3y = 7$; $3y = 15$; $y = 5$.

1145. На графіку рівняння $5x – 7y = 16$ взято точку з ординатою –2. Якою є абсциса цієї точки?

Якщо на графіку рівняння $5x – 7y = 16$ взята точка з ординатою –2, то її абсциса дорівнюватиме:

$5x – 7 \cdot (–2) = 16$;

$5x + 14 = 16$;

$5x = 2$;

$x = 0{,}4$.

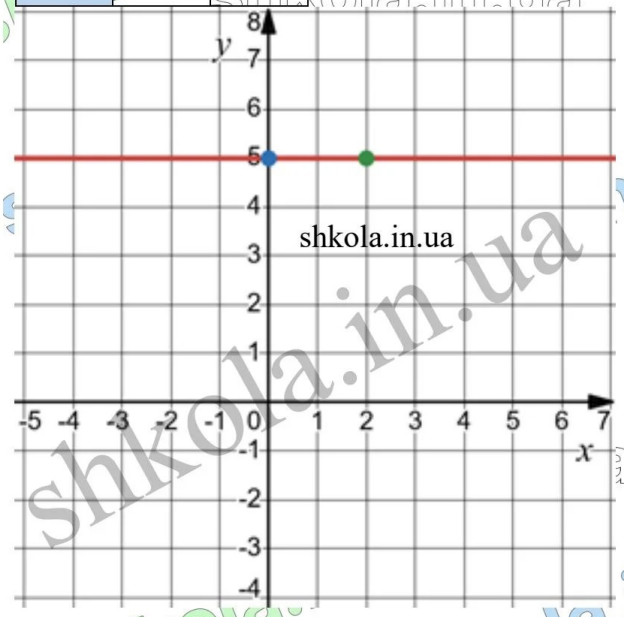
1146. Побудуйте графік рівняння:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1) $0x + 2{,}5y = 12{,}5$;
$2{,}5y = 12{,}5$;
$y = 5$

x	0	2
y	5	5



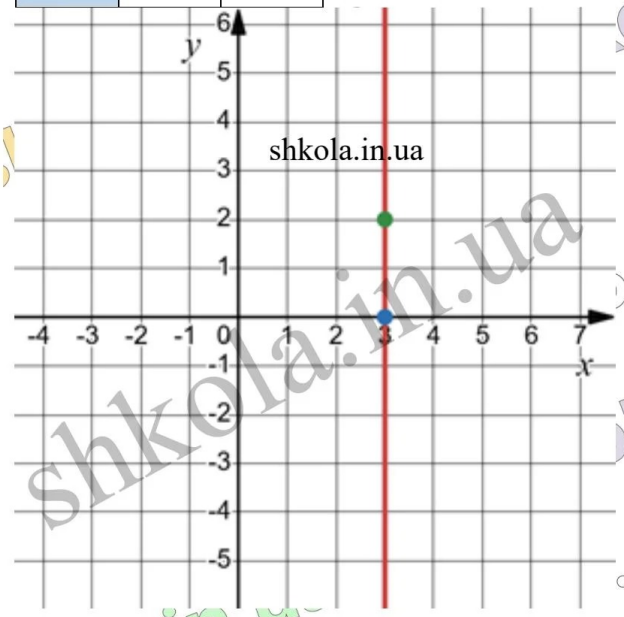
2) $7x + 0y = -14$;
$7x = -14$;
$x = -2$

x	–2	–2
y	0	2



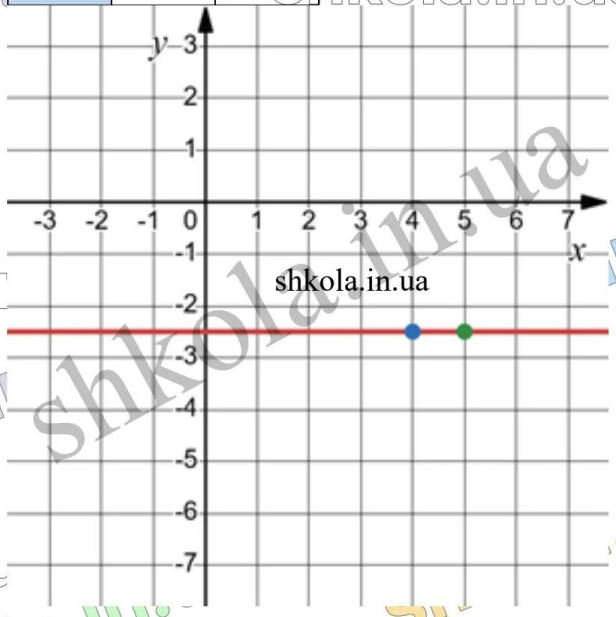
3) $1{,}9x = 5{,}7$;
$x = 3$

x	3	3
y	0	2



4) $3y = -7{,}5$;
$y = -2{,}5$

x	4	5
y	–2,5	–2,5



issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

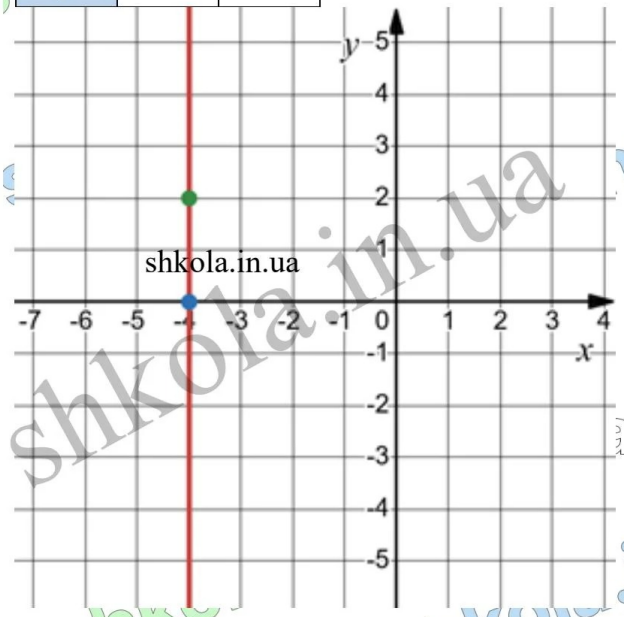
1147. Побудуйте графік рівняння:

1) $3x + 0y = -12$;

$3x = -12$;

$x = -4$

x	–4	–4
y	0	2

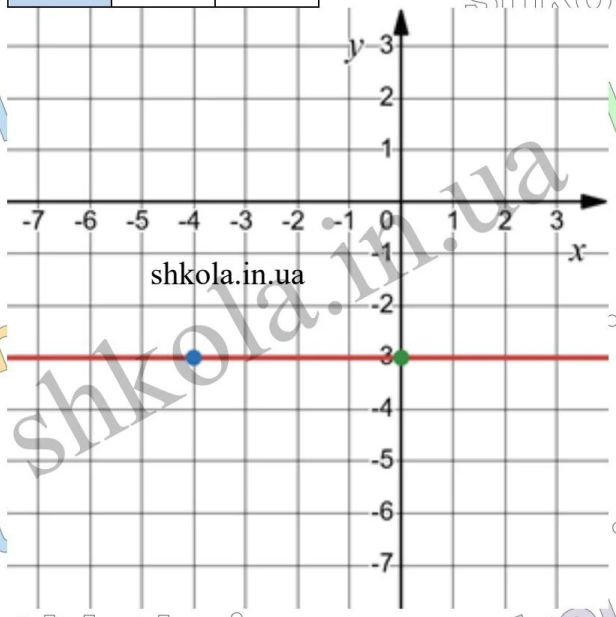


2) $0x - 1{,}2y = 3{,}6$;

$1{,}2y = -3{,}6$;

$y = -3$

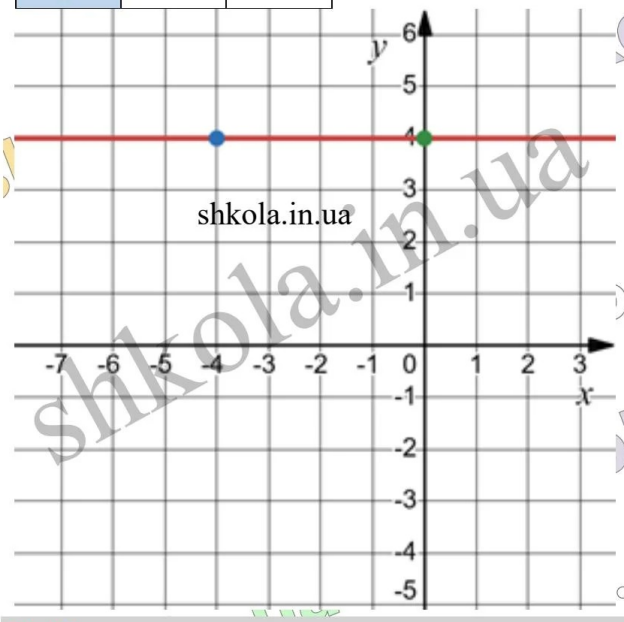
x	–4	0
y	–3	–3



3) $1{,}8y = 7{,}2$;

$y = 4$

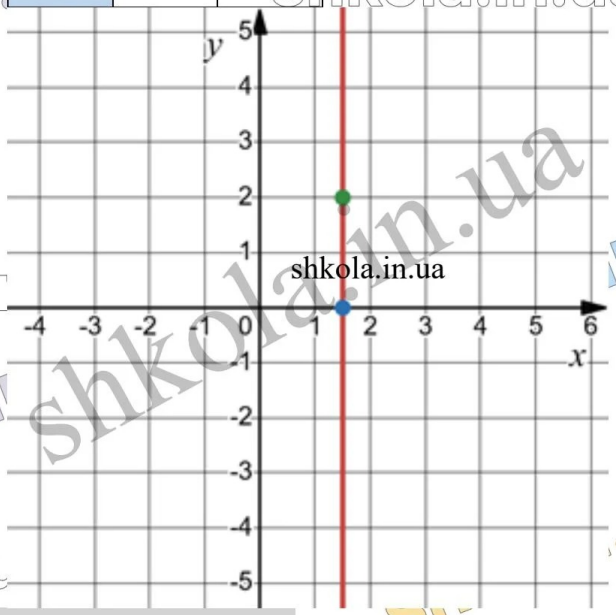
x	–4	0
y	4	4



4) $4x = 6$;

$x = 1{,}5$

x	1,5	1,5
y	0	2



1148. Запишіть рівняння, графіки яких зображено на малюнках.

На малюнку 1 зображено графік рівняння $x = 2$, на малюнку 2 – $y = 4$, на малюнку 3 – $y = -3$, на малюнку 4 – $x = -1$.

1149. При якому значенні m графік рівняння: 1) $5x + 7y = m$ проходить через початок координат; 2) $mx - 2y = 14$ проходить через точку $(2; -3)$; 3) $3x - 4y = m + 2$ проходить через точку $(-1; 5)$?

1) Якщо графік рівняння $5x + 7y = m$ проходить через початок координат, то $x = y - 0$. Маємо: $0 + 0 = m$. Отже, $m = 0$;

2) якщо графік рівняння $mx + 2y = 14$ проходить через точку $(2; -3)$, то:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$2m - 6 = 14$; $2m = 20$; $m = 10$;

3) якщо графік рівняння $3x - 4y = m + 2$ проходить через точку $(-1; 5)$, то:

$3 \cdot (-1) - 4 \cdot 5 = m + 2$; $-3 - 20 = m + 2$; $m = -3 - 20 - 2$; $m = -25$.

1150. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину графіків рівнянь з осями координат:

1) Якщо $y = 0$, то $x + 7 \cdot 0 = -21$; $x = -21$.

Отже, графік рівняння $x + 7y = -21$ перетинає вісь x у точці $(-21; 0)$.

Якщо $x = 0$, то $0 + 7y = -21$; $7y = -21$; $y = -3$.

Отже, графік рівняння $x + 7y = -21$ перетинає вісь y у точці $(0; -3)$;

2) якщо $y = 0$, то $5x - 3 \cdot 0 = 15$; $5x = 15$; $x = 3$.

Отже, графік рівняння $5x - 3y = 15$ перетинає вісь x у точці $(3; 0)$.

Якщо $x = 0$, то $5 \cdot 0 - 3y = 15$; $3y = -15$; $y = -5$.

Отже, графік рівняння $5x - 3y = 15$ перетинає вісь y у точці $(0; -5)$.

1151. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину графіків рівнянь з осями координат:

1) Якщо $y = 0$, то $3x + 0 = 18$; $3x = 18$; $x = 6$.

Отже, графік рівняння $3x + y = 18$ перетинає вісь x у точці $(6; 0)$.

Якщо$x = 0$, то $3 \cdot 0 + y = 18$; $y = 18$.

Отже, графік рівняння $3x + y = 18$ перетинає вісь y у точці $(0; 18)$;

2) якщо $y = 0$, то $-7x - 2 \cdot 0 = 28$; $-7x = 28$; $x = -4$.

Отже, графік рівняння $-7x - 2y = 28$ перетинає вісь x у точці $(-4; 0)$.

Якщо $x = 0$, то $-7 \cdot 0 - 2y = 28$; $-2y = 28$; $y = -14$.

Отже, графік рівняння $-7x - 2y = 28$ перетинає вісь y у точці $(0; -14)$.

1152. Побудуйте графік рівняння:

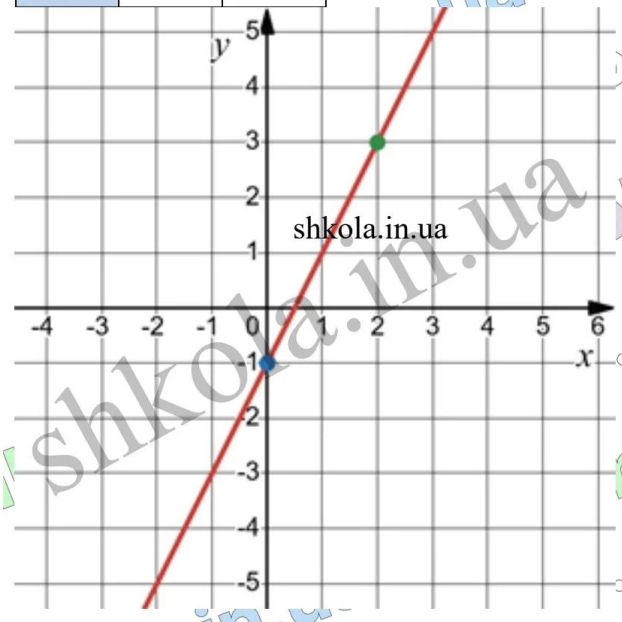
1) $2(x + y) - 3y = 1$;

$2x + 2y - 3y = 1$;

$2x - y = 1$

$y = 2x - 1$

x	0	2
y	–1	3

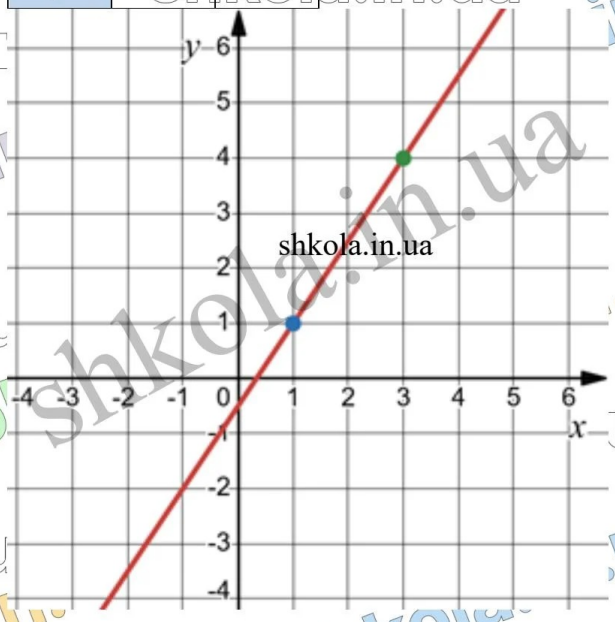


2) $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6} \mid \cdot 6$;

$3x - 2y = 1$

$y = \frac{3x - 1}{2}$

x	1	3
y	1	4



issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1153. Побудуйте графік рівняння:

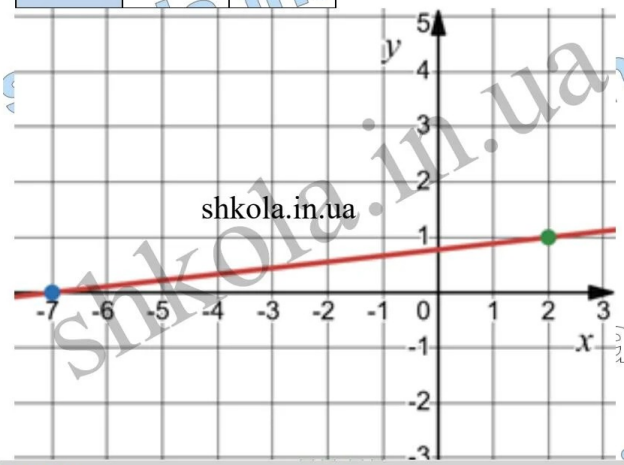
1) $5(x - y) - 4(x + y) = -7$;

$5x - 5y - 4x - 4y = -7$;

$x - 9y = -7$

$y = \frac{7 + x}{9}$

x	–7	2
y	0	1

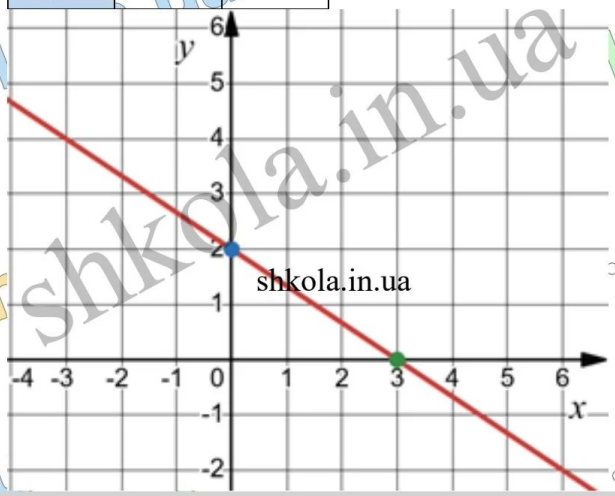


2) $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \mid \cdot 6$;

$2x + 3y = 6$

$y = \frac{6 - 2x}{3}$

x	0	3
y	2	0



1154. Не виконуючи побудови, визначте, у яких координатних кутах розташовується графік рівняння:

1) $2x - 6y = 0$; $2x = 6y$; $x = 3y$.

З рівності $x = 3y$ слідує, що x і y набувають значень з однаковими знаками. Отже, графік рівняння $2x - 6y = 0$ розміщений у I і III координатних чвертях;

2) $3x + y = 0$; $y = -3x$.

З рівності $y = -3x$ слідує, що x і y набувають значень з протилежними знаками. Отже, графік рівняння $3x + y = 0$ розміщений у II і IV координатних чвертях;

3) $1{,}9x = 190$; $x = 100$.

Графіком рівняння $1{,}9x = 190$ є пряма, яка проходить через точку (100; 0) паралельно осі y і розміщена у I і IV координатних чвертях;

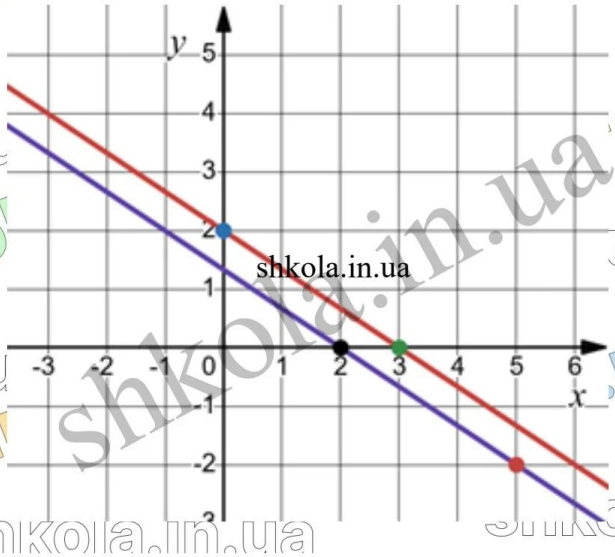
4) $-8y = 720$; $y = -90$.

Графіком рівняння $-8y = 720$ є пряма, яка проходить через точку (0; –90) паралельно осі x і розміщена у III і IV координатних чвертях.

1155. Побудуйте в одній системі координат графіки рівнянь $2x + 3y = 6$ і $4x + 6y = 8$. Чи перетинаються ці графіки?

$2x + 3y = 6$		
x	0	3
y	2	0

$4x + 6y = 8$		
x	2	5
y	0	–2



Графіки рівнянь $2x + 3y = 6$ і $4x + 6y = 8$ не перетинаються.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1156. Побудуйте графік рівняння:

$\frac{x-3}{5}+\frac{y+4}{3}=\frac{7}{15}\cdot 15$;

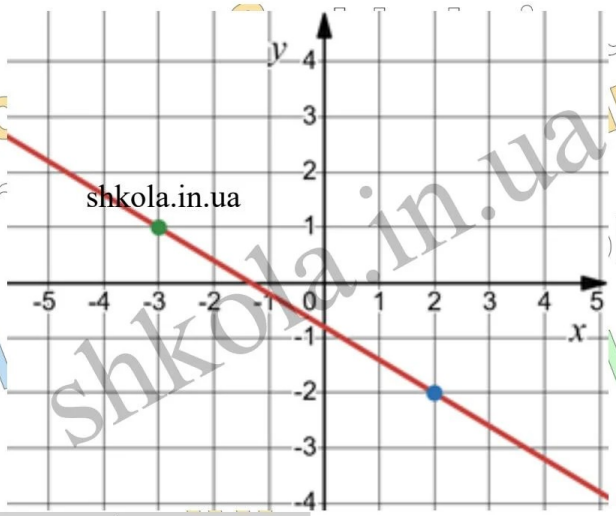
$3(x-3)+5(y+4)=7$;

$3x-9+5y+20=7$;

$3x+5y=-4$;

$y=\frac{-3x-4}{5}$

$3x+5y=-4$		
x	2	–3
y	–2	1



1157. Пряму пропорційність задано формулою $y=-\frac{1}{4}x$. Знайдіть:

1) значення y, якщо x = –8; 0; 12; 20;

Якщо x = –8 , то $y=-\frac{1}{4}\cdot(-8)=2$;

якщо x = 0,то $y=-\frac{1}{4}\cdot 0=0$;

якщо x = 12, то $y=-\frac{1}{4}\cdot 12=-3$;

якщо x = 20, то $y=-\frac{1}{4}\cdot 20=-5$;

2) значення x, якщо y = –2; 3; 10.

y = –2, якщо: $-2=-\frac{1}{4}x$; x = 8; y = 3,

якщо: $3=-\frac{1}{4}x$; x = –12; y = 10,

якщо: $10=-\frac{1}{4}x$; x = –40.

1158. Подайте у вигляді многочлена:

1) $64a^2-(8a-1)^2+14a=64a^2-64a^2+16a-1+14a=30a-1$;

2) $m^2+4n^2-(m+2n)^2-12mn=m^2+4n^2-m^2-4mn-4n^2-12mn=-16mn$;

3) $2m(m-5)-(m-5)^2=2m^2-10m-m^2+10m-25=m^2-25$;

4) $(x-3)(x+5)-(x+1)^2=x^2+5x-3x-15-x^2-2x-1=-16$.

1159. Автомобіль і автобус одночасно виїхали назустріч один одному з пунктів A і B, відстань між якими 240 км. Швидкість автомобіля на 20 км/год більша за швидкість автобуса. Знайдіть швидкість автобуса і швидкість автомобіля, якщо вони зустрілися через 2 год після виїзду, при цьому автомобіль зробив на шляху півгодинну зупинку.

Нехай швидкість автобуса x км/год, тоді швидкість автомобіля (x + 20) км/год. Відстань, яку проїхав автобус до зустрічі, дорівнює 2x км, а автомобіль — 1,5(x + 20) (км).

(x + 20)(2 – 0,5) = 1,5(x + 20) = (1,5x + 30) (км).

Рівняння: 2x + 1,5(x + 20) = 240; 2x + 1,5x + 30 = 240; 3,5x = 210; x = 210 : 3,5;

x = 60 (км/год) – швидкість автобуса

Швидкість автомобіля дорівнює 60 + 20 = 80 (км/год).

Відповідь: 60 км/год і 80 км/год.

1160. Відомо, що маса новонародженої дитини в середньому має становити 3 кг 300 г. Якщо батько дитини є курцем, то її маса буде на 125 г меншою від середньої, якщо ж курить мати, – меншою на 300 г. Визначте, скільки відсотків маси втрачає дитина при народженні, якщо:

1) курить її батько;

3300 г – 100%;

125 г – x%.

$\frac{3300}{125}=\frac{100}{x}$;

$x=\frac{125\cdot 100}{3300}=3,(78)=4\%$ – втрачає дитина.

2) курить її мати. Відповідь округліть до цілих відсотків.

3300 г – 100%;

300 г – x%.

$\frac{3300}{300}=\frac{100}{x}$;

$x=\frac{300\cdot 100}{3300}=9,(09)=9\%$ – втрачає дитина.

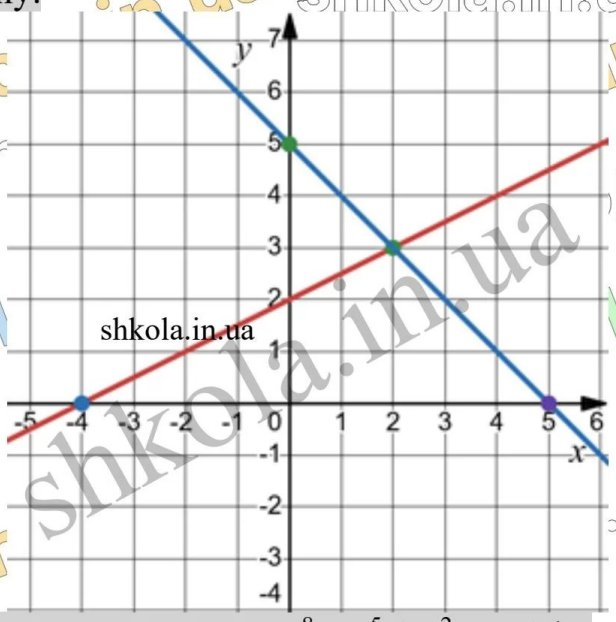
issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1161. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій y = 0,5x + 2 і y = 5 – x. По графіку знайдіть координати точки їх перетину.

y = 0,5x + 2		
x	–4	2
y	0	3

y = 5 – x		
x	0	5
y	5	0



A(2; 3) = точка перетину.

1162. Доведіть, що для будь-якого значення x значення виразу $x^8 – x^5 + x^2 – x + 1$ є числом додатним.

Розглянемо вираз $x^8 – x^5 + x^2 – x + 1$.

1) Якщо $x \le 0$, то $x^8 \ge 0$, $x^5 \le 0$, тоді $–x^5 \ge 0$, $x^2 \ge 0$, $x \le 0$, тоді $–x \ge 0,1 > 0$.

Отже, $x^8 + (–x^5) + x^2 + (–x) + 1 > 0$;

2) $0 < x \le 1$. Врахувавши, що якщо $0 < x \le 1$, то $0 < x^n \le 1$, одержимо:

$x^8 – x^5 + x^2 – x + 1 = x^8 + x^2(1 – x^3) + (1 – x)$.

$1 – x^3 \ge 0$, $1 – x \ge 0$, $x^8 > 0$, $x^2 > 0$, тому $x^8 – x^5 + x^2 – x + 1 > 0$;

3) якщо $x > 1$, то $x^n > 1$.

$x^8 – x^5 + x^2 – x + 1 = x^5(x^3 – 1) + x(x – 1) + 1$.

Отже, $x^5 > 1$, $x^3 – 1 > 0$, $x > 0$, $x – 1 > 0$, тому $x^8 – x^5 + x^2 – x + 1 > 0$.

Отже, $x^8 – x^5 + x^2 – x + 1 > 0$ для будь-якого значення x.

§27. Система двох лінійних рівнянь

1163. Яка з даних систем є системою двох лінійних рівнянь з двома змінними:

Системою двох лінійних рівнянь з двома змінними є:

2) $\begin{cases} 3x + 2y = 5, \\ 7x – 4y = 3. \end{cases}$

1164. Чи є розв'язком системи рівнянь пара чисел:

1) Пара чисел (3; 4) не є розв'язком системи

$\begin{cases} x + y = 7, \\ x – y = 1. \end{cases}$ бо: $x – y = 3 – 4 = –1$; $–1 \ne 1$;

2) Пара чисел (4; 3) є розв'язком системи

$\begin{cases} x + y = 7, \\ x – y = 1, \end{cases}$ бо: $\begin{cases} 4 + 3 = 7, \\ 4 – 3 = 1, \end{cases}$ $\begin{cases} 7 = 7, \\ 1 = 1; \end{cases}$

3) Пара чисел (6; 1) не є розв'язком системи

$\begin{cases} x + y = 7, \\ x – y = 1. \end{cases}$ бо: $x – y = 6 – 1 = 5$; $5 \ne 1$.

1165. Яка з даних пар чисел є розв'язком системи

1) Пара чисел (5; 0) не є розв'язком системи

$\begin{cases} x + y = 5, \\ x – y = 1, \end{cases}$ бо: $x + y = 5 + 0 = 5$; $5 \ne 1$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) Пара чисел (2; 3) не є розв'язком системи
$\begin{cases} x + y = 5, \\ x - y = 1, \end{cases}$ бо: $x + y = 2 + 3 = 5;\ 5 \neq 1;$

3) Пара чисел (3; 2) є розв'язком системи
$\begin{cases} x + y = 5, \\ x - y = 1; \end{cases} \begin{cases} 3 + 2 = 5, \\ 3 - 2 = 1. \end{cases}$

1166. Скільки розв'язків має система, графіки рівнянь якої зображено на малюнку 40? На малюнку 41?

Система, графіки рівнянь якої зображено на мал. 40, має єдиним розв'язком пару чисел (–2 ; 1), а на мал. 41 — не має жодного розв'язку, бо графіки рівнянь є паралельними прямими.

1167. Чи є пара чисел (−2; 1) розв'язком системи:

1) Пара чисел (−2; 1) є розв'язком системи
$\begin{cases} x + 2y = 0, \\ 3x - 7y = 13 \end{cases}$ бо: $\begin{cases} -2 + 2 = 0, \\ 3 \cdot (-2) - 7 \cdot 1 = -13; \end{cases} \begin{cases} 0 = 0, \\ -13 = -13. \end{cases}$

2) Пара чисел (−2; 1) не є розв'язком системи
$\begin{cases} 5x + 7y = -3 \\ 9x - 11y = 29. \end{cases}$ бо: $9 \cdot (-2) - 11 \cdot 1 = -18 - 11 = -29;\ -29 \neq -29;$

3) Пара чисел (−2; 1) є розв'язком системи
$\begin{cases} 2x = 5 - 9y, \\ 7y - 12x = 31 \end{cases}$ бо: $\begin{cases} 2 \cdot (-2) = 5 - 9 \cdot 1, \\ 7 \cdot 1 - 12 \cdot (-2) = 31, \end{cases} \begin{cases} -4 = -4, \\ 31 = 31. \end{cases}$

1168. Яка з пар (3; −4), (7; 2), (4; −3) є розв'язком системи:

1) Пара чисел (4; −3) є розв'язком системи
$\begin{cases} 2x - 3y = 17, \\ 5x - 2y = 14, \end{cases}$ бо: $\begin{cases} 2 \cdot 4 - 3 \cdot (-3) = 8 + 9 = 17, \\ 5 \cdot 4 + 2 \cdot (-3) = 20 - 6 = 14, \end{cases} \begin{cases} 17 = 17, \\ 14 = 14; \end{cases}$

2) Пара чисел (7; 2) є розв'язком системи
$\begin{cases} 2x - 7y = 0, \\ 3x - 5y = 31, \end{cases}$ бо: $\begin{cases} 2 \cdot 7 - 7 \cdot 2 = 14 - 14 = 0, \\ 3 \cdot 7 + 5 \cdot 2 = 21 + 10 = 31; \end{cases} \begin{cases} 0 = 0, \\ 31 = 31. \end{cases}$

1169. Складіть систему лінійних рівнянь з двома змінними, розв'язком якої є пара чисел: 1) (1; −3); 2) (4; 5).

1) Пара чисел (1; −3) є розв'язком, наприклад, такої системи лінійних рівнянь з двома змінними:
$\begin{cases} 3x + 2y = -3, \\ 5x - y = 8, \end{cases}$ бо: $\begin{cases} 3 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) = -3, \\ 5 \cdot 1 - (-3) = 8; \end{cases}$

2) Пара чисел (4; 5) є розв'язком, наприклад, такої системи лінійних рівнянь з двома змінними:
$\begin{cases} 3x + 2y = 22, \\ 5x - y = 15, \end{cases}$ бо: $\begin{cases} 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 22, \\ 5 \cdot 4 - 5 = 15; \end{cases}$

1170. Знайдіть координати точки перетину прямих, зображених на малюнку. Запишіть відповідну систему рівнянь. Перевірте розв'язок, підставивши координати знайденої точки в кожне з рівнянь.

Координати точки перетину прямих $x + y = 1$ і $2x - y = -4$ дорівнюють $(-1; 2)$ і є розв'язком системи
$\begin{cases} x + y = 1, \\ 2x - y = -4, \end{cases}$ бо: $\begin{cases} -1 + 2 = 1, \\ 2 \cdot (-1) - 2 = -4; \end{cases} \begin{cases} 1 = 1, \\ -4 = -4. \end{cases}$

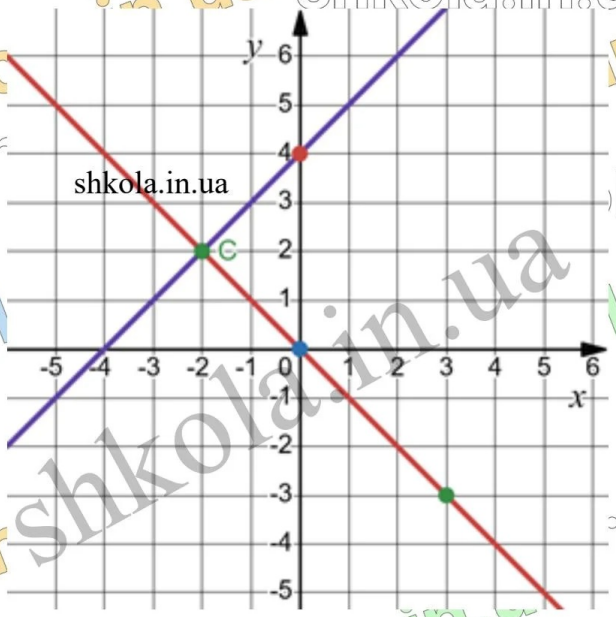
issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

1171. Розв’яжіть систему рівнянь графічно:

1) Побудуємо графіки рівнянь на одній координатній площині:

y = −x		
x	0	3
y	0	−3

y = 4 + x		
x	−2	0
y	2	4

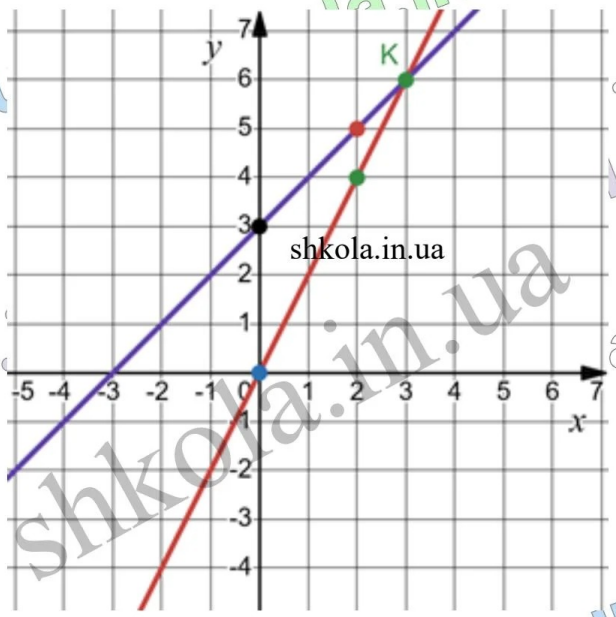


Графіки перетинаються в точці C(−2; 2).
Розв’язком системи є пара чисел (−2; 2).

2) Побудую графіки рівнянь на одній координатній площині:

y = 2x		
x	0	2
y	0	4

y = 3+ x		
x	0	2
y	3	5

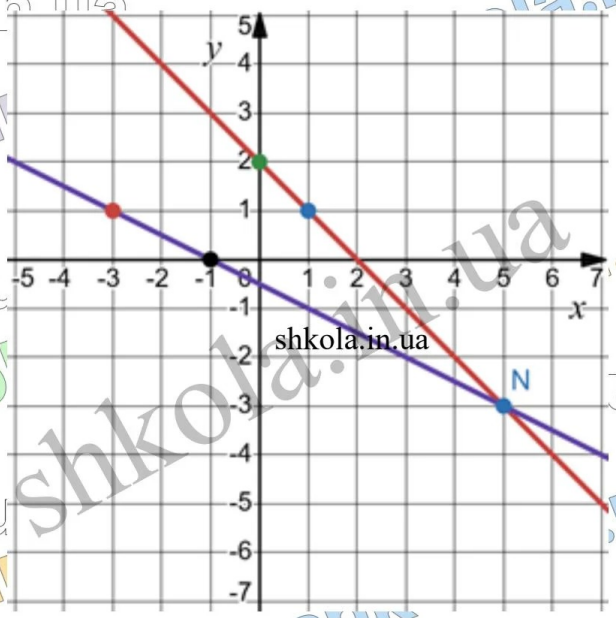


Графіки перетинаються в точці K(3; 6).
Розв’язком системи є пара чисел (3; 6).

3) Побудую графіки рівнянь на одній координатній площині:

x + y = 2		
x	1	0
y	1	2

x + 2y = −1		
x	−1	−3
y	0	1



Графіки перетинаються в точці N(5; −3).
Розв’язком системи є пара чисел (5; −3).

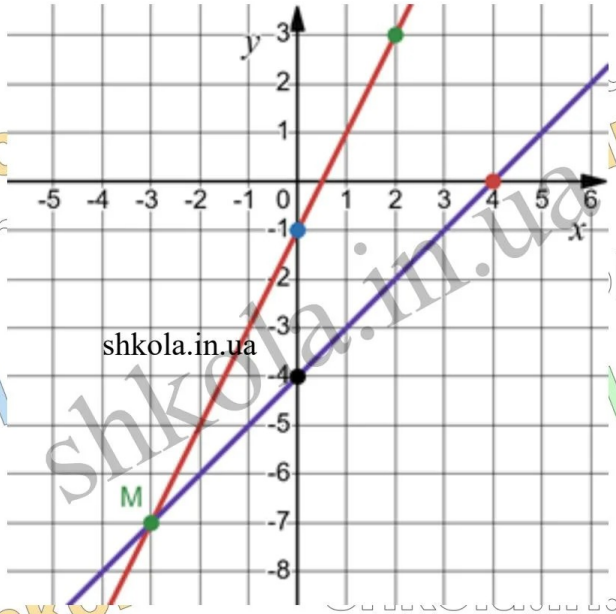
issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

4) Побудую графіки рівнянь на одній координатній площині:

$2x - y = 1$		
x	0	2
y	−1	3

$x - y = 4$		
x	0	4
y	−4	0



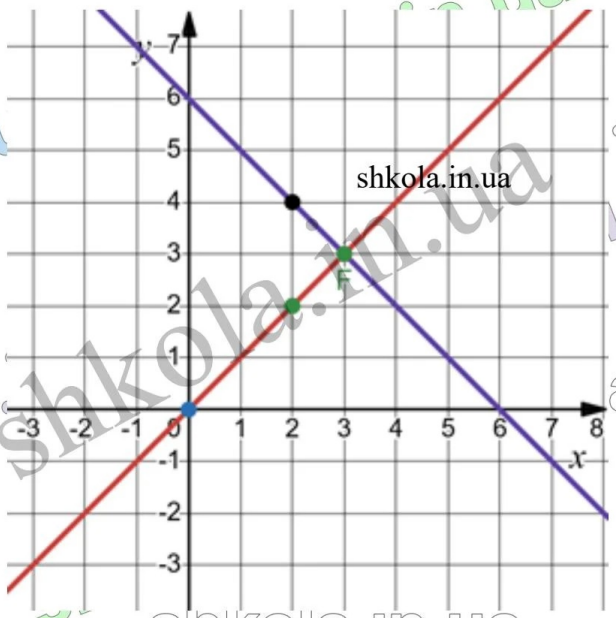
Графіки перетинаються в точці M(−3; −7).
Розв’язком системи є пара чисел (−3; −7).

1172. Розв’яжіть систему рівнянь графічно:

1) Побудую графіки рівнянь на одній координатній площині:

$y = x$		
x	0	2
y	0	2

$y = 6 - x$		
x	2	3
y	4	3

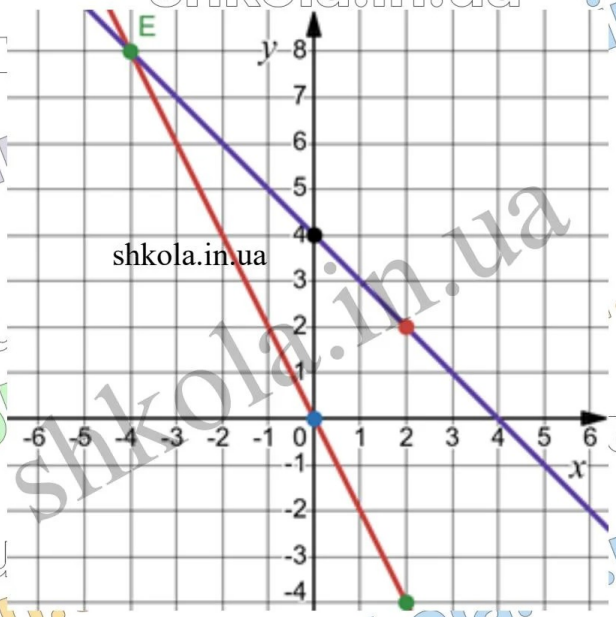


Графіки перетинаються в точці F(3; 3).
Розв’язком системи є пара чисел (3; 3).

2) Побудую графіки рівнянь на одній координатній площині

$y = -2x$		
x	0	2
y	0	−4

$y = 4 - x$		
x	0	2
y	4	2



Графіки перетинаються в точці E(−4; 8).
Розв’язком системи є пара чисел (−4; 8).

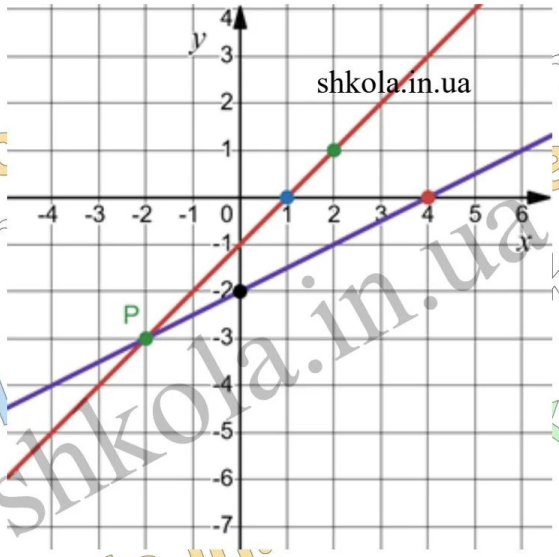
issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

3) Побудую графіки рівнянь на одній координатній площині:

x – y = 1		
x	1	2
y	0	1

x – 2y = 4		
x	0	4
y	−2	0

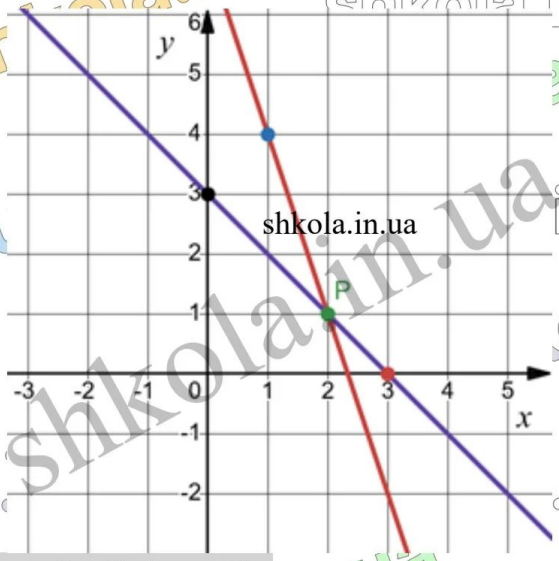


Графіки перетинаються в точці P(−2; −3).
Розв'язком системи є пара чисел (−2; −3).

4) Побудую графіки рівнянь на одній координатній площині:

3x + y = 7		
x	1	2
y	4	1

x + y = 3		
x	0	3
y	3	0



Графіки перетинаються в точці P(2; 1).
Розв'язком системи є пара чисел (2; 1).

1173. Пара (2; −5) є розв'язком системи рівнянь. Знайдіть a і b.

Якщо пара чисел (2; −5) є розв'язком:

$$\begin{cases} 2x + by = 5, \\ ax - 6y = 13, \end{cases} \text{ то: } \begin{cases} 2 \cdot 2 + b \cdot (-5) = 5, \\ a \cdot 2 - b \cdot (-5) = 13; \end{cases} \begin{cases} 4 - 5b = 5, \\ 2a + 30 = 13; \end{cases} \begin{cases} -5b = 1, \\ 2a = -17; \end{cases} \begin{cases} b = -0{,}2, \\ a = -8{,}5. \end{cases}$$

1174. Знайдіть a і b, якщо пара (10; −2) є розв'язком системи рівнянь.

Якщо пара чисел (10; −2) є розв'язком:

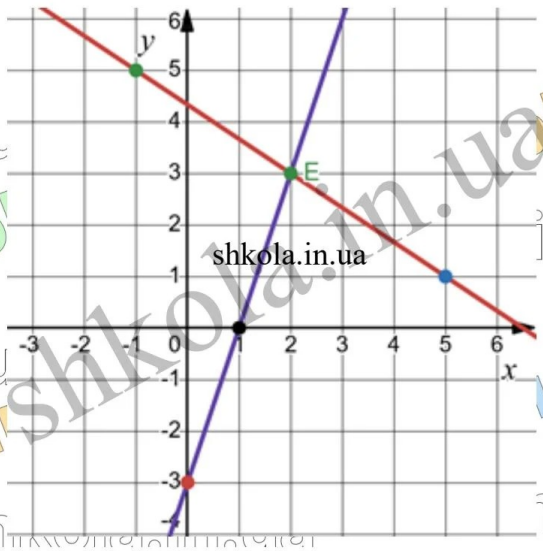
$$\begin{cases} ax + 5y = 17, \\ 3x - by = 9, \end{cases} \text{ то: } \begin{cases} a \cdot 10 - 5 \cdot (-2) = 17, \\ 3 \cdot 10 + b \cdot (-2) = 9; \end{cases} \begin{cases} 10a + 10 = 17, \\ 30 + 2b = 9; \end{cases} \begin{cases} 10a = 7, \\ 2b = 21; \end{cases} \begin{cases} a = 0{,}7, \\ b = 10{,}5. \end{cases}$$

1175. Розв'яжіть систему рівнянь графічно:

1) побудую графіки рівнянь на одній координатній площині.

2x + 3y = 13		
x	5	−1
y	1	5

3x – y = 3		
x	1	0
y	0	−3



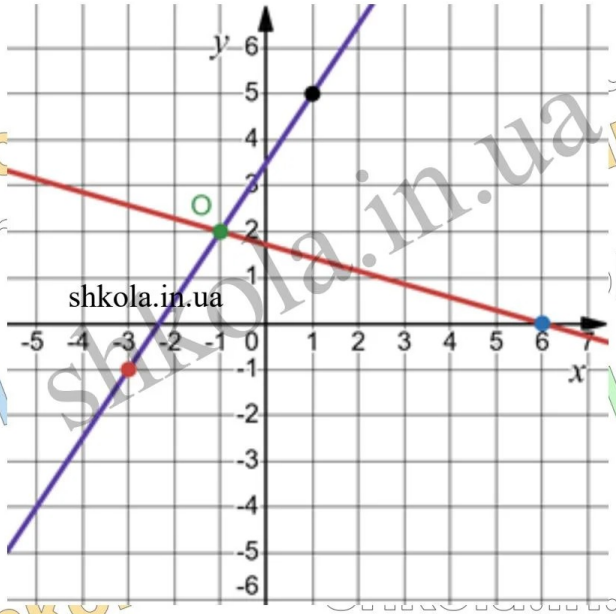
Графіки перетинаються в точці E(2; 3).
Розв'язком системи є пара чисел (2; 3);

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

2) побудую графіки рівнянь на одній координатній площині.

$2x + 7y = 12$		
x	6	−1
y	0	2

$3x - 2y = -7$		
x	1	−3
y	5	−1



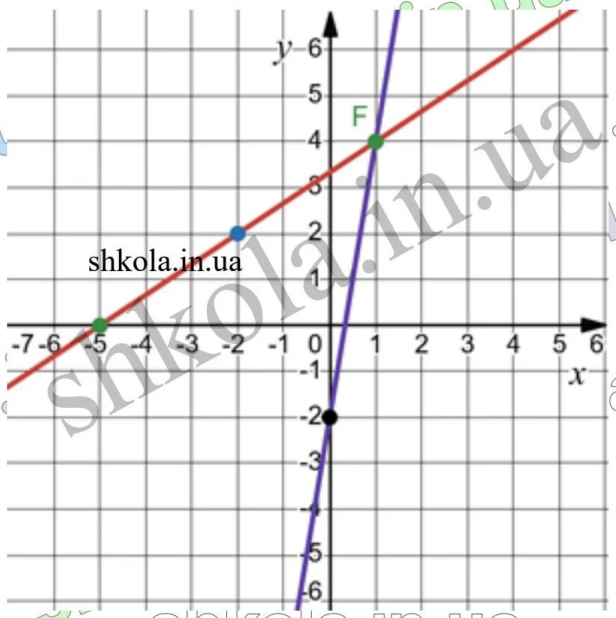
Графіки перетинаються в точці O(−1; 2).
Розв'язком системи є пара чисел (−1; 2).

1176. Розв’яжіть систему рівнянь графічно:

1) побудую графіки рівнянь на одній координатній площині.

$2x - 3y = -10$		
x	−2	−5
y	2	0

$6x - y = 2$		
x	0	1
y	−2	4

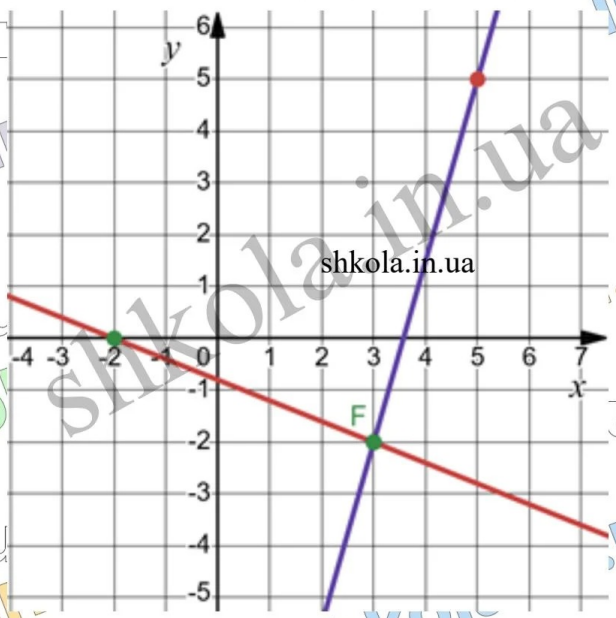


Графіки перетинаються в точці F(1; 4).
Розв'язком системи є пара чисел (1; 4).

2) побудую графіки рівнянь на одній координатній площині.

$2x + 5y = -4$		
x	3	−2
y	−2	0

$7x - 2y = 25$		
x	3	5
y	−2	5



Графіки перетинаються в точці E(3; −2).
Розв'язком системи є пара чисел (3; −2).

issuu-downloader.com

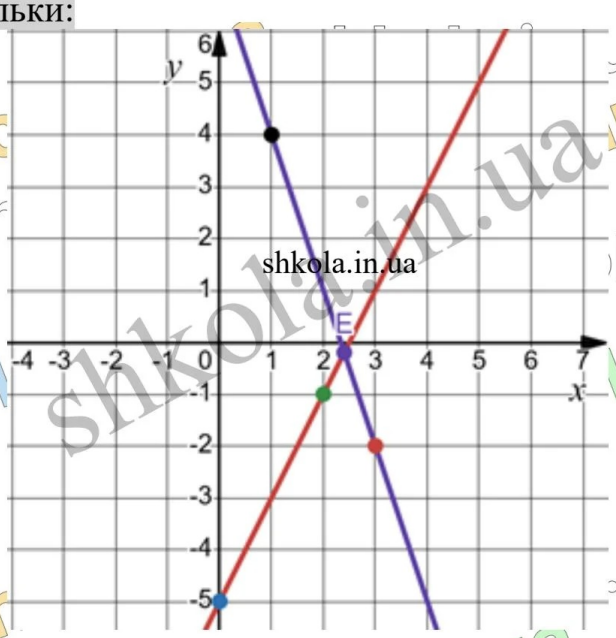
© shkola.in.ua

1177. З'ясуйте, чи має система розв'язки і скільки:

1) побудую графіки рівнянь на одній координатній площині.

$2x - y = 5$		
x	0	2
y	−5	−1

$3x + y = 7$		
x	1	3
y	4	−2



Прямі перетинаються в точці E, отже, система $\begin{cases} 2x - y = 5, \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ має єдиний розв'язок;

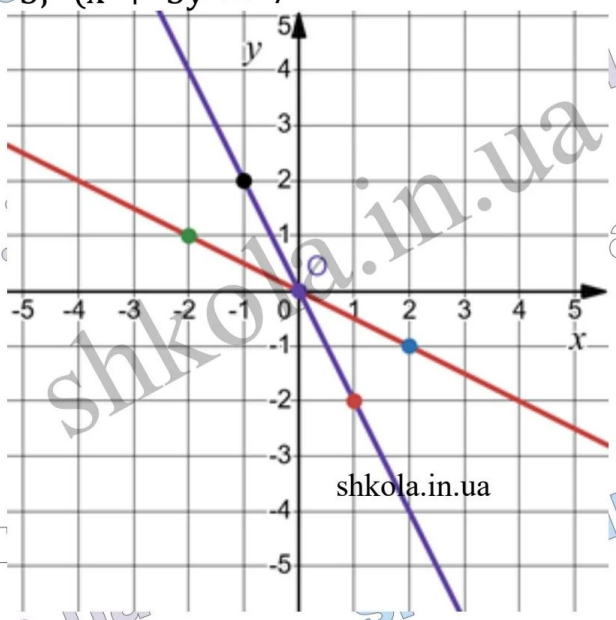
2) система $\begin{cases} 0{,}5x - y = 4 \mid \cdot (-2), \\ -x + 2y = -8 \end{cases}$ $\begin{cases} -x + 2y = -8, \\ -x + 2y = -8 \end{cases}$ має безліч розв'язків;

3) система $\begin{cases} x + 5y = 76, \\ y = -0{,}2x \end{cases}$ $\begin{cases} x + 5y = 7, \\ 0{,}2x + y = 0 \mid \cdot 5; \end{cases}$ $\begin{cases} x + 5y = 7, \\ x + 5y = 7 \end{cases}$ не має розв'язків;

4) побудую графіки рівнянь на одній координатній площині.

$x + 2y = 0$		
x	2	−2
y	−1	1

$2x + y = 0$		
x	−1	1
y	2	−2



Прямі перетинаються у початку координат, отже, система $\begin{cases} x + 2y = 0, \\ 2x + y = 0 \end{cases}$ має єдиний розв'язок;

1178. Чи має система розв'язки і скільки:

1) побудую графіки рівнянь на одній координатній площині.

$x + y = 7$		
x	3	5
y	4	2

$3x - y = 0$		
x	0	1
y	0	3



issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Графіки перетинаються в точці F, отже, система $\begin{cases} x + y = 7, \\ 3x - y = 0 \end{cases}$ має єдиний розв'язок;

2) система $\begin{cases} x - 2y = 5 \mid \cdot 2, \\ 2x - 4y = 7 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - 4y = 10 \\ 2x - 4y = 7 \end{cases}$ не має розв'язку;

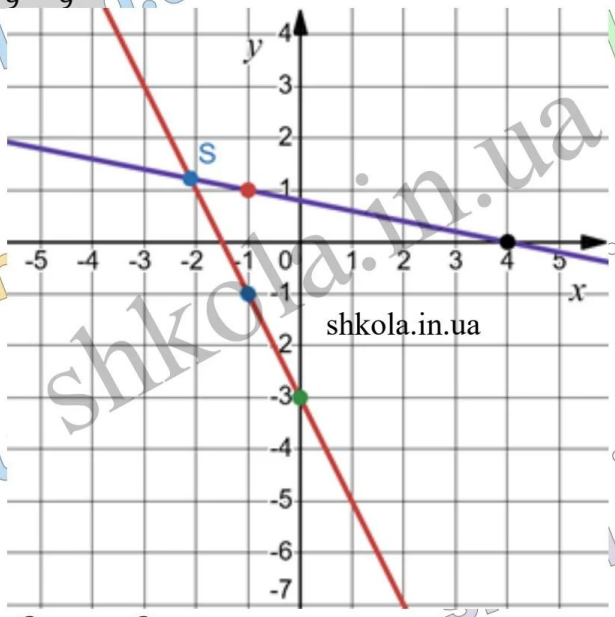
3) система $\begin{cases} x = 2y \mid \cdot 1{,}5, \\ 1{,}5x - 3y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 1{,}5x - 3y = 0, \\ 1{,}5x - 3y = 0 \end{cases}$ має безліч розв'язків;

1179. Розв'яжіть графічно систему рівнянь. Перевірте, чи є одержаний розв'язок точним. Чи є розв'язком даної системи пара чисел $(-2\frac{1}{9}; 1\frac{2}{9})$?

Побудую графіки рівнянь на одній координатній площині.

$2x + y = -3$		
x	-1	0
y	-1	-3

$x + 5y = 4$		
x	4	-1
y	0	1



Наближеним розв'язком системи є:
$x \approx -2{,}1$; $y \approx 1{,}2$.

$\begin{cases} 2x + y = -3, \\ x + 5y = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} 2 \cdot (-2{,}1) + 1{,}2 = -3, \\ -2{,}1 + 5 \cdot 1{,}2 = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} -3 = -3, \\ 3{,}9 \neq 4. \end{cases}$

Отже, пара чисел $(-2{,}1; 1{,}2)$ не є розв'язком системи. Пара чисел $(-2\frac{1}{9}; 1\frac{2}{9})$ є розв'язком системи $\begin{cases} 2x + y = -3, \\ x + 5y = 4; \end{cases}$ бо:

$$\begin{cases} 2 \cdot (-\frac{19}{9}) + \frac{11}{9} = -\frac{38}{9} + \frac{11}{9} = -\frac{27}{9} = -3, \\ -\frac{19}{9} + 5 \cdot \frac{11}{9} = -\frac{19}{9} + \frac{55}{9} = \frac{36}{9} = 4; \end{cases}$$

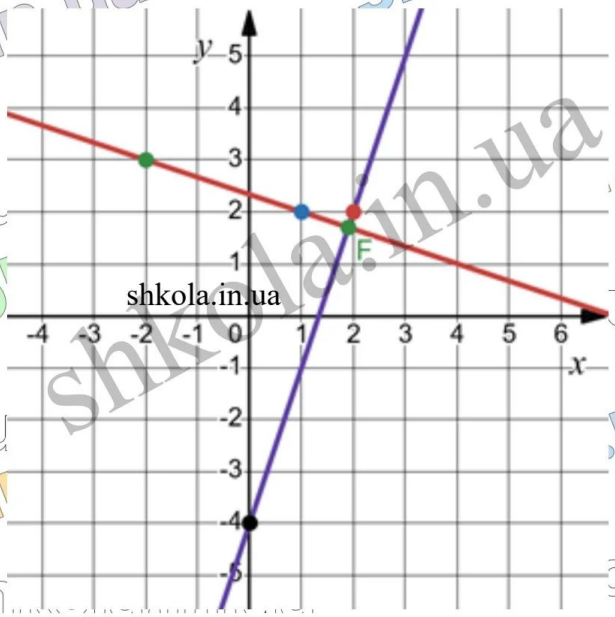
$\begin{cases} -3 = -3, \\ 4 = 4. \end{cases}$

1180. Розв'яжіть графічно систему рівнянь. Перевірте, чи є одержаний розв'язок точним. Чи є розв'язком даної системи пара чисел (1,9; 1,7)?

Побудую графіки рівнянь на одній координатній площині.

$x + 3y = 7$		
x	1	-2
y	2	3

$3x - y = 4$		
x	0	2
y	-4	2



Наближеним розв'язком системи є: $x \approx 1{,}9$; $y \approx 1{,}8$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$\begin{cases} x + 3y = 7, \\ 3x + y = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} 1{,}9 + 3 \cdot 1{,}8 = 7, \\ 3 \cdot 1{,}9 - 1{,}8 = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} 7{,}3 \neq 7, \\ 3{,}9 \neq 4. \end{cases}$

Отже, пара чисел (1,9; 1,8) не є розв'язком системи.

Пара чисел (1,9; 1,7) є розв'язком системи:

$\begin{cases} x + 3y = 7, \\ 3x - y = 4; \end{cases}$ бо: $\begin{cases} 1{,}9 + 3 \cdot 1{,}7 = 1{,}9 + 5{,}1 = 7, \\ 3 \cdot 1{,}9 - 1{,}7 = 5{,}7 - 1{,}7 = 4; \end{cases}$ $\begin{cases} 7 = 7, \\ 4 = 4. \end{cases}$

1181. Не виконуючи побудови, доведіть, що система рівнянь не має розв'язків.

Система $\begin{cases} x - 7y = 8 \mid \cdot (-4), \\ -4x + 28y = -31; \end{cases}$ $\begin{cases} -4x + 28y = -32 \\ -4x + 28y = -31; \end{cases}$ не має розв'язків.

1182. Не виконуючи побудови, доведіть, що система рівнянь має безліч розв'язків.

Система $\begin{cases} 2x + 5y = 18 \mid \cdot (-1{,}5), \\ -x - 7{,}5y = -27; \end{cases}$ $\begin{cases} -3x - 7{,}5y = -27, \\ -3x - 7{,}5y = -27; \end{cases}$ має безліч розв'язків.

1183. Знайдіть які-небудь розв'язки системи. Скільки всього розв'язків вона має? Розв'яжіть її.

Розв'язком системи $\begin{cases} 3x + y = 5, \\ -9x - 3y = -15 \end{cases}$ є, наприклад, пара (1; 2),

бо: $\begin{cases} 3 \cdot 1 + 2 = 5, \\ -9 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = -15 \end{cases}$ $\begin{cases} 5 = 5, \\ -15 = -15; \end{cases}$

Система $\begin{cases} 3x + y = 5 \mid \cdot (-3), \\ -9x - 3y = -15; \end{cases}$ $\begin{cases} -9x - 3y = -15, \\ -9x - 3y = -15; \end{cases}$ має безліч розв'язків.

Виразимо з першого рівняння першої системи змінну y через змінну x: $y = 5 - 3x$.

Розв'язком системи є будь-яка пара чисел, яка є розв'язком рівняння $y = 5 - 3x$.

1184. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) Система $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \mid \cdot (-2), \\ -6x + 4y = -10; \end{cases}$ $\begin{cases} -6x + 4y = -10, \\ -6x + 4y = -10; \end{cases}$ має безліч розв'язків.

Виразимо з першого рівняння першої системи змінну y через змінну x:

$2y = 3x - 5$; $y = 1{,}5x - 2{,}5$.

Розв'язком системи є будь-який розв'язок рівняння: $y = 1{,}5x - 2{,}5$;

2) Система $\begin{cases} x + 3y = -4 \mid \cdot 3, \\ 3x + 9y = 12; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x + 9y = -12, \\ 3x + 9y = 12; \end{cases}$ не має розв'язків.

1185. До рівняння $x + 3y = 5$ доберіть друге рівняння так, щоб одержана система рівнянь мала:

1) Система рівнянь $\begin{cases} x + 3y = 5, \\ 0x + 3y = 15 \end{cases}$ має єдиний розв'язок;

2) Система рівнянь $\begin{cases} x + 3y = 5, \\ x + 3y = 5 \mid \cdot 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x + 3y = 5, \\ 3x + 9y = 15 \end{cases}$ має безліч розв'язків

1186. До рівняння $2x - y = 7$ доберіть друге рівняння так, щоб одержана система рівнянь не мала розв'язків.

Система не має розв'язків, коли коефіцієнти при невідомих пропорційні, а вільні члени з ними — непропорційні. Наприклад, системи рівнянь $\begin{cases} 2x - y = 7, \\ 2x - y = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - y = 7, \\ 4x - 2y = -5 \end{cases}$ не мають розв'язків.

1187. Які з точок A(4; −2), B(0; 0), C(−1; −5), D(1; 2) належать графіку прямої пропорційності:

1) графіку прямої пропорційності, заданої формулою $y = -\frac{1}{2}x$ належать точка A (4; −2): $-2 = -\frac{1}{2} \cdot 4$; $-2 = -2$ і точка B (0; 0): $0 = -\frac{1}{2} \cdot 0$; $0 = 0$;

2) графіку прямої пропорційності, заданої формулою $y = 5x$, належить точка B (0; 0): $0 = 5 \cdot 0$; $0 = 0$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1188. Спростіть вираз:

1) $7m(m-3)-3(m-2)(m+2)=7m^2-21m-3m^2+12=4m^2-21m+12$;

2) $(1-2x)(2x+1)-(3x-1)^2=1-4x^2-9x^2+6x-1=-13x^2+6x$;

3) $(2x+3y)^2-(x+3y)(2x-y)=4x^2+12xy+9y^2-2x^2+xy-6xy+3y^2=2x^2+7xy+12y^2$;

4) $(4a-5b)(5b+4a)-(2a-5b)^2=16a^2-25b^2-4a^2+20ab-25b^2=12a^2+20ab-50b^2$.

1189. Доведіть, що вираз $-x^2+8x-17$ при будь–яких значеннях x набуває лише від'ємних значень. Якого найбільшого значення набуває цей вираз і при якому значенні x?

Вираз $-x^2+8x-17=-((x^2-8x+16)+1)=-((x-4)^2+1)=-(x-4)^2-1$ — набуває лише від'ємних значень. Найбільшого значення –1 вираз набуває при $x=4$.

1190. Тариф на послуги таксі в одній з компаній-перевізників формується так: пасажир сплачує по 6 грн за кожний кілометр шляху та додатково 30 грн за приїзд машини. Задайте формулою залежність витрат p (у грн) на одну поїздку від довжини шляху S (у км).

$p=30+6s$.

1191. Виразіть з рівняння змінну y через x або x через y:

1) $x-4y=-5$; $x=4y-5$.

2) $8x-y=1$; $y=8x-1$.

3) $2x-3y=5$; $2x=5+3y$; $x=(5+3y):2$.

4) $3x+5y=-10$; $3x=-10-5y$; $x=(-10-5y):3$.

1192. Припустимо, що вираз $(4-3x)^{2025}$ подано у вигляді многочлена. Знайдіть суму коефіцієнтів цього многочлена.

Сума коефіцієнтів многочлена $a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_2x^2+a_1x+a_0$ дорівнює значенню многочлена для $x=1$. Тому для многочлена $(4-3x)^{2025}$ сума коефіцієнтів дорівнюватиме його значенню при $x=1$, тобто $(4-3\cdot1)^{2025}=1^{2025}=1$.

Відповідь: 1.

§28. Розв`язування систем способом підстановки

1193. У якій з рівностей 1) − 3) правильно виконано підстановку для розв'язування системи рівнянь.

Для розв'язування системи рівнянь $\begin{cases}x=7y-5,\\2x+3y=9\end{cases}$ правильно виконано підстановку у рівності **3)** $2(7y-5)+3y=9$.

1194. Яка з рівностей є правильно застосованою підстановкою для розв'язування системи рівнянь

Для розв'язування системи рівнянь $\begin{cases}y=4x+3,\\7x+2y=9\end{cases}$ правильно виконано підстановку в рівності **3)** $7x+2(4x+3)=9$.

1195. Розв'яжіть систему рівнянь способом підстановки:

1) $\begin{cases}7x=21\ |:7,\\2x-3y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\2\cdot3-3y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\6-3y=3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\-3y=-3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\y=1;\end{cases}$

Відповідь: (3; 1).

2) $\begin{cases}6x-y=17,\\-2y=10\ |:(-2);\end{cases}$ $\begin{cases}6x-y=17,\\y=-5;\end{cases}$ $\begin{cases}6x+5=17,\\y=-5;\end{cases}$ $\begin{cases}6x=12,\\y=-5;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\y=-5.\end{cases}$

Відповідь: (2; −5).

1196. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases}x=y+2,\\x-2y=5;\end{cases}$ $\begin{cases}x=y+2,\\y+2-2y=5;\end{cases}$ $\begin{cases}x=y+2,\\y-2y=5-2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=y+2,\\y=-3;\end{cases}$ $\begin{cases}x=-1,\\y=-3.\end{cases}$

Відповідь: (−1; −3).

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) $\begin{cases} y = x - 3, \\ 5x + 2y = 29; \end{cases} \begin{cases} y = x - 3, \\ 5x + 2(x - 3) = 29; \end{cases} \begin{cases} y = x - 3, \\ 5x + 2x - 6 = 29; \end{cases}$
$\begin{cases} y = x - 3, \\ 5x + 2x = 29 + 6; \end{cases} \begin{cases} y = x - 3, \\ 7x = 35; \end{cases} \begin{cases} y = x - 3, \\ x = 5; \end{cases} \begin{cases} y = 5 - 3, \\ x = 5; \end{cases} \begin{cases} y = 2, \\ x = 5. \end{cases}$

Відповідь: (5; 2).

1197. Знайдіть розв'язок системи:

1) $\begin{cases} -4x = 8 \mid : (-4), \\ 5x - 2y = 4; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ 5(-2) - 2y = 4; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ -10 - 2y = 4; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ 2y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ 5y = -7. \end{cases}$

Відповідь: (−2; −7);

2) $\begin{cases} y = x + 5, \\ 7x + 3y = -5; \end{cases} \begin{cases} y = x + 5, \\ 7x + 3(x + 5) = -5; \end{cases} \begin{cases} y = x + 5, \\ 7x + 3x + 15 = -5; \end{cases}$
$\begin{cases} y = x + 5, \\ 7x + 3x = -5 - 15; \end{cases} \begin{cases} y = x + 5, \\ 10x = -20; \end{cases} \begin{cases} y = x + 5, \\ x = -2; \end{cases} \begin{cases} y = 3, \\ x = -2. \end{cases}$

Відповідь: (−2; 3).

1198. Знайдіть розв'язок системи:

1) $\begin{cases} x + y = 7, \\ 2x + y = 9; \end{cases} \begin{cases} y = 7 - x, \\ 2x + 7 - x = 9; \end{cases} \begin{cases} y = 7 - x, \\ x + 7 = 9; \end{cases} \begin{cases} y = 7 - x, \\ x = 2; \end{cases} \begin{cases} y = 5, \\ x = 2. \end{cases}$

Відповідь: (2; 5);

2) $\begin{cases} x - y = -2, \\ x - 2y = 5; \end{cases} \begin{cases} x = y - 2, \\ y - 2 - 2y = 5; \end{cases} \begin{cases} x = y - 2, \\ y - 2y = 5 + 2; \end{cases} \begin{cases} x = y - 2, \\ y = -7; \end{cases}$
$\begin{cases} x = -7 - 2, \\ y = -7; \end{cases} \begin{cases} x = -9, \\ y = -7. \end{cases}$

Відповідь: (−9; −7);

3) $\begin{cases} y - x = 0, \\ 4x + y = 15; \end{cases} \begin{cases} y = x, \\ 4x + x = 15; \end{cases} \begin{cases} y = x, \\ 5x = 15; \end{cases} \begin{cases} y = x, \\ x = 3; \end{cases} \begin{cases} y = 3, \\ x = 3. \end{cases}$

Відповідь: (3; 3).

4) $\begin{cases} 5x + 2y = 2, \\ x - 2y = 10; \end{cases} \begin{cases} 5x + 2y = 2, \\ x = 2y + 10; \end{cases} \begin{cases} 5(2y + 10) + 2y = 2, \\ x = 2y + 10; \end{cases} \begin{cases} 10y + 50 + 2y = 2, \\ x = 2y + 10; \end{cases}$
$\begin{cases} 10y + 2y = 2 - 50, \\ x = 2y + 10; \end{cases} \begin{cases} 12y = -48, \\ x = 2y + 10; \end{cases} \begin{cases} y = -4, \\ x = 2(-4) + 10; \end{cases} \begin{cases} y = -4, \\ x = 2. \end{cases}$

Відповідь:(2; −4).

5) $\begin{cases} x - 3y = 7, \\ 2x - 3y = -3; \end{cases} \begin{cases} x = 3y + 7, \\ 2(3y + 7) - 3y = -3; \end{cases} \begin{cases} x = 3y + 7, \\ 6y + 14 - 3y = -3; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3y + 7, \\ 6y - 3y = -3 - 14; \end{cases} \begin{cases} x = 3y + 7, \\ 3y = -17; \end{cases} \begin{cases} x = 3y + 7, \\ y = -\frac{17}{3}; \end{cases} \begin{cases} x = 3\left(-\frac{17}{3}\right) + 7, \\ y = -\frac{17}{3}; \end{cases} \begin{cases} x = -10, \\ y = -\frac{17}{3}. \end{cases}$

Відповідь: $(-10; -\frac{17}{3})$.

6) $\begin{cases} 5x - 3y = -19, \\ 2x + y = -1; \end{cases} \begin{cases} 5x - 3y = -19, \\ y = -1 - 2x; \end{cases} \begin{cases} 5x - 3(-1 - 2x) = -19, \\ y = -1 - 2x; \end{cases}$
$\begin{cases} 5x + 3 + 6x = -19, \\ y = -1 - 2x; \end{cases} \begin{cases} 11x = -22, \\ y = -1 - 2x; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ y = -1 - 2(-2); \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ y = 3. \end{cases}$

Відповідь: (−2; 3).

1199. Розв'яжіть систему рівнянь способом підстановки:

1) $\begin{cases} x + y = 4, \\ 3x + y = 6; \end{cases} \begin{cases} y = 4 - x, \\ 3x + 4 - x = 6; \end{cases} \begin{cases} y = 4 - x, \\ 2x = 2; \end{cases} \begin{cases} y = 4 - x, \\ x = 1; \end{cases} \begin{cases} y = 3, \\ x = 1. \end{cases}$

Відповідь: (1; 3).

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) $\begin{cases} x - y = 0, \\ x - 2y = 8; \end{cases} \begin{cases} x = y, \\ x - 2y = 8; \end{cases} \begin{cases} x = y, \\ -y = 8; \end{cases} \begin{cases} x = y, \\ y = -8; \end{cases} \begin{cases} x = -8, \\ y = -8; \end{cases}$

Відповідь: $(-8; -8)$.

3) $\begin{cases} y - x = -5, \\ 2x + y = 4; \end{cases} \begin{cases} y = x - 5, \\ 2x + x - 5 = 4; \end{cases} \begin{cases} y = x - 5, \\ 2x + x = 4 + 5; \end{cases} \begin{cases} y = x - 5, \\ 3x = 9; \end{cases}$

$\begin{cases} y = x - 5, \\ x = 3; \end{cases} \begin{cases} y = -2, \\ x = 3; \end{cases}$

Відповідь: $(3; -2)$.

4) $\begin{cases} 3x - 2y = 6, \\ x + 2y = 2; \end{cases} \begin{cases} 3x - 2y = 6, \\ x = 2 - 2y; \end{cases} \begin{cases} 3(2 - 2y) - 2y = 6, \\ x = 2 - 2y; \end{cases} \begin{cases} 6 - 6y - 2y = 6, \\ x = 2 - 2y; \end{cases}$

$\begin{cases} -6y - 2y = 6 - 6, \\ x = 2 - 2y; \end{cases} \begin{cases} 8y = 0, \\ x = 2 - 2y; \end{cases} \begin{cases} y = 0, \\ x = 2. \end{cases}$

Відповідь: $(2; 0)$.

1200. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь $x + y = 4$ і $2x + 3y = 9$.

Щоб знайти координати точки перетину графіків рівнянь $x + y = 4$ і $2x + 3y = 9$, потрібно розв'язати систему:

$\begin{cases} x + y = 4, \\ 2x + 3y = 9; \end{cases} \begin{cases} x = 4 - y, \\ 2(4 - y) + 3y = 9; \end{cases} \begin{cases} x = 4 - y, \\ 8 - 2y + 3y = 9; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 4 - y, \\ -2y + 3y = 9 - 8; \end{cases} \begin{cases} x = 4 - y, \\ y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 3, \\ y = 1. \end{cases}$

Відповідь: $(3; 1)$.

1201. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь $x - y = 3$ і $3x + 2y = 14$.

Щоб знайти координати точки перетину графіків рівнянь $x - y = 3$ і $3x + 2y = 14$, досить розв'язати систему рівнянь:

$\begin{cases} x - y = 3, \\ 3x + 2y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y, \\ 3(3 + y) + 2y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y, \\ 9 + 3y + 2y = 14; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3 + y, \\ 3y + 2y = 14 - 19; \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y, \\ 5y = 5; \end{cases} \begin{cases} x = 3 + y, \\ y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = 1; \end{cases}$

Відповідь: $(4; 1)$.

1202. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} 3x + 4y = 0, \\ 2x - 7y = 29; \end{cases} \begin{cases} 3x = -4y, \\ 2x - 7y = 29; \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{4}{3}y, \\ 2(-\frac{4}{3}y - 7y = 29 \mid \cdot -3; \end{cases}$

$\begin{cases} x = -\frac{4}{3}y, \\ 8y + 21y = -87; \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{4}{3}y, \\ 29y = -87; \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{4}{3}y, \\ y = -3; \end{cases} \begin{cases} x = -\frac{4}{3} \cdot (-3), \\ y = -3; \end{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = -3. \end{cases}$

Відповідь: $(4; -3)$.

2) $\begin{cases} 8x - 5y = 41, \\ 4x + 3y = -7; \end{cases} \begin{cases} 5y = 8x - 41, \\ 4x + 3y = -7; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{8x - 41}{5}, \\ 4x + 3\frac{8x - 41}{5} = -7 \mid \cdot 5; \end{cases}$

$\begin{cases} y = \frac{8x - 41}{5}, \\ 20x + 3(8x - 41) = -35; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{8x - 41}{5}, \\ 20x + 24x - 123 = -35; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{8x - 41}{5}, \\ 44x = 88; \end{cases} \begin{cases} y = \frac{8x - 41}{5}, \\ x = 2; \end{cases}$

$\begin{cases} y = \frac{8 \cdot 2 - 41}{5}, \\ x = 2; \end{cases} \begin{cases} y = -5, \\ x = 2. \end{cases}$

Відповідь: $(2; -5)$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

3) $\begin{cases} 2a-5b=0, \\ -7a+4b=27; \end{cases}$ $\begin{cases} 2a=5b, \\ -7a+4b=27; \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{5}{2}b, \\ -7\frac{5}{2}b+4b=27 \mid \cdot 2; \end{cases}$

$\begin{cases} a=\frac{5}{2}b, \\ -35b+8b=54; \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{5}{2}b, \\ -27b=54; \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{5}{2}b, \\ b=-2; \end{cases}$ $\begin{cases} a=\frac{5}{2}(-2), \\ b=-2; \end{cases}$ $\begin{cases} a=-5, \\ b=-2. \end{cases}$

Відповідь: $(-5;-2)$.

4) $\begin{cases} 10m-2n=9, \\ 9m+4n=38; \end{cases}$ $\begin{cases} 2n=10m-39, \\ 9m+4n=38; \end{cases}$ $\begin{cases} n=\frac{10m-39}{2}, \\ 9m+4\frac{10m-39}{2}=38; \end{cases}$

$\begin{cases} n=\frac{10m-39}{2}, \\ 9m+20m-78=38; \end{cases}$ $\begin{cases} n=\frac{10m-39}{2}, \\ 29m=116; \end{cases}$ $\begin{cases} n=\frac{10m-39}{2}, \\ m=4; \end{cases}$ $\begin{cases} n=\frac{10\cdot 4-39}{2}, \\ m=4; \end{cases}$ $\begin{cases} n=\frac{1}{2}, \\ m=4. \end{cases}$

Відповідь: $(\frac{1}{2};4)$.

1203. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} 4x+3y=0, \\ 5x-7y=-43; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x=-3y, \\ 5x-7y=-43; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{3}{4}y, \\ 5(-\frac{3}{4}y)-7y=-43 \mid \cdot(-4); \end{cases}$

$\begin{cases} x=-\frac{3}{4}y, \\ 15y+28y=172; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{3}{4}y, \\ 43y=172; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{3}{4}y, \\ y=4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{3}{4}\cdot 4, \\ y=4; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-3, \\ y=4; \end{cases}$

Відповідь: $(-3;4)$.

2) $\begin{cases} 2x+9y=-59, \\ 5x-4y=38; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x=-59-9y, \\ 5x-4y=38; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{-59-9y}{2}, \\ 5\frac{-59-9y}{2}-4y=38 \mid \cdot(-2); \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{-59-9y}{2}, \\ 5(59+9y)+8y=-76; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{-59-9y}{2}, \\ 295+45y+8y=-76; \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{-59-9y}{2}, \\ 53y=-371; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{-59-9y}{2}, \\ y=-7; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{-59-9(-7)}{2}, \\ y=-7; \end{cases}$ $\begin{cases} x=2, \\ y=-7. \end{cases}$

Відповідь: $(2;-7)$.

3) $\begin{cases} 3p-7q=0, \\ 2p+9q=41; \end{cases}$ $\begin{cases} 3p-7q=0, \\ 2p=41-9q; \end{cases}$ $\begin{cases} 3(20,5-4,5q)-7q=0, \\ p=20,5-4,5q; \end{cases}$ $\begin{cases} 61,5-13,5q-7q=0, \\ p=20,5-4,5q; \end{cases}$

$\begin{cases} -20,5q=-61,5, \\ p=20,5-4,5q; \end{cases}$ $\begin{cases} q=3, \\ p=20,5-4,5\cdot 3; \end{cases}$ $\begin{cases} q=3, \\ p=7. \end{cases}$

Відповідь: $(7;3)$.

4) $\begin{cases} 6a-7b=51, \\ 2a+3b=-15; \end{cases}$ $\begin{cases} 6a-7b=51, \\ 2a=-15-3b; \end{cases}$ $\begin{cases} 6a-7b=51, \\ a=\frac{-15-3b}{2}; \end{cases}$

$\begin{cases} 6\frac{-15-3b}{2}-7b=51 \mid \cdot(-2), \\ a=\frac{-15-3b}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} 6(15+3b)+14b=-102, \\ a=\frac{-15-3b}{2}; \end{cases}$

$\begin{cases} 90+18b+14b=-102, \\ a=\frac{-15-3b}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} 32b=-192, \\ a=\frac{-15-3b}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} b=-6, \\ a=\frac{-15-3(-6)}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} b=-6, \\ a=1,5. \end{cases}$

Відповідь: $(1,5;-6)$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1204. Знайдіть розв'язок системи:

1) $\begin{cases} 7(x-3)+8=4+5x, \\ 4(x-y)-7y=6{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} 7x-21+8=4+5x, \\ 4x-4y-7y=6{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} 7x-5x=4+21-8, \\ 4x-11y=6{,}5; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x=17, \\ 4x-11y=6{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} x=8{,}5, \\ 4\cdot 8{,}5-11y=6{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} x=8{,}5, \\ 34-11y=6{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} x=8{,}5, \\ 11y=27{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} x=8{,}5, \\ y=2{,}5; \end{cases}$

Відповідь: (8,5; 2,5);

2) $\begin{cases} 4(x+y)-3y=2, \\ 9(x-2y)-6x=-11; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x+4y-3y=2, \\ 9x-18y-6x=-11; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x+y=2, \\ 3x-18y=-11; \end{cases}$

$\begin{cases} y=2-4x, \\ 3x-18(2-4x)=-11; \end{cases}$ $\begin{cases} y=2-4x, \\ 3x-36+72x=-11; \end{cases}$ $\begin{cases} y=2-4x, \\ 75x=25; \end{cases}$

$\begin{cases} y=2-4x, \\ x=\frac{1}{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} y=2-4\frac{1}{3}, \\ x=\frac{1}{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{2}{3}, \\ x=\frac{1}{3}. \end{cases}$

Відповідь: $(\frac{1}{3};\frac{2}{3})$

1205. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} 4(x+y)-8y=-4, \\ 7(y+1)-(y+3)=19; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x+4y-8y=-4, \\ 7y+7-y-3=19; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x-4y=-4 \mid :4, \\ 6y=15; \end{cases}$

$\begin{cases} x-y=-1, \\ y=2{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} x-2{,}5=-1, \\ y=2{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} x=1{,}5, \\ y=2{,}5. \end{cases}$

Відповідь: (1,5; 2,5);

2) $\begin{cases} 8(x+y)-12y=6, \\ 6(3x-1)+18x=13; \end{cases}$ $\begin{cases} 8x+8y-12y=6, \\ 18x-6y+18x=13; \end{cases}$ $\begin{cases} 8x-4y=6 \mid :2, \\ 36x-6y=13; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x-2y=3, \\ 36x-6y=13; \end{cases}$

$\begin{cases} 2y=4x-3, \\ 36x-6y=13; \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{4x-3}{2}, \\ 36x-6\frac{4x-3}{2}=13; \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{4x-3}{2}, \\ 36x-3(4x-3)=13; \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{4x-3}{2}, \\ 36x-12x+9=13; \end{cases}$

$\begin{cases} y=\frac{4x-3}{2}, \\ 24x=4; \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{4x-3}{2}, \\ x=\frac{1}{6}; \end{cases}$ $\begin{cases} y=\frac{4\frac{1}{6}-3}{2}, \\ x=\frac{1}{6}; \end{cases}$ $\begin{cases} y=-\frac{7}{6}, \\ x=\frac{1}{6}. \end{cases}$

Відповідь: $(\frac{1}{6};-\frac{7}{6})$

1206. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} \frac{1}{8}(x-y)=9 \mid \cdot 8, \\ \frac{1}{3}(x-y)=7 \mid \cdot 3; \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=72, \\ x+y=21; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+72, \\ y+72+y=21; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y+72, \\ y=-25{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} x=46{,}5, \\ y=-25{,}5. \end{cases}$

Відповідь: (46,5; –25,5);

2) $\begin{cases} 0{,}2(2x+y)=3 \mid \cdot 5, \\ 0{,}7(x-4y)=-1{,}05 \mid :0{,}7; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x+y=15, \\ x-4y=-1{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} y=15-2x, \\ x-4(15-2x)=-1{,}5; \end{cases}$

$\begin{cases} y=15-2x, \\ x-60+8x=1{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} y=15-2x, \\ 9x=58{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} y=15-2x, \\ x=6{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} y=2, \\ x=6{,}5; \end{cases}$

Відповідь: (6,5; 2).

1207. Знайдіть розв'язки системи рівнянь:

1) $\begin{cases} 0{,}4(x+y)=12 \mid :0{,}4, \\ 0{,}6(x-y)=19 \mid :0{,}6; \end{cases}$ $\begin{cases} x+y=30, \\ x-y=15; \end{cases}$ $\begin{cases} y=30-x, \\ x-30+x=15; \end{cases}$ $\begin{cases} y=30-x, \\ 2x=45; \end{cases}$

$\begin{cases} y=30-x, \\ x=22{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} y=7{,}5, \\ x=22{,}5. \end{cases}$

Відповідь: (22,5; 7,5);

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) $\begin{cases} \frac{1}{7}(2x + y) = 13 \mid \cdot 7, \\ \frac{1}{3}(x - 3y) = 14 \mid \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} 2x + y = 91, \\ x - 3y = 42; \end{cases} \begin{cases} y = 91 - 2x, \\ x - 3(91 - 2x) = 42; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 91 - 2x, \\ x - 273 + 6x = 42; \end{cases} \begin{cases} y = 91 - 2x, \\ 7x = 315; \end{cases} \begin{cases} y = 91 - 2x, \\ x = 45; \end{cases} \begin{cases} y = 1, \\ x = 45. \end{cases}$

Відповідь: (45; 1);

1208. Розв'яжіть систему рівнянь:

$\begin{cases} \frac{x+1}{5} + \frac{y-1}{3} = 1 \mid \cdot 15, \\ \frac{x+2}{6} + \frac{y+2}{3} = 2 \mid \cdot 6; \end{cases} \begin{cases} 3(x + 1) + 5(y - 1) = 15, \\ x + 2 + 2(y + 2) = 12; \end{cases} \begin{cases} 3x + 3 + 5y - 5 = 15, \\ x + 2 + 2y + 4 = 12; \end{cases}$

$\begin{cases} 3x + 5y = 17, \\ x + 2y = 6; \end{cases} \begin{cases} 3x + 5y = 17, \\ x = 6 - 2y; \end{cases} \begin{cases} 3(6 - 2y) + 5y = 17, \\ x = 6 - 2y; \end{cases} \begin{cases} 18 - 6y + 5y = 17, \\ x = 6 - 2y; \end{cases}$

$\begin{cases} -y = -1, \\ x = 6 - 2y; \end{cases} \begin{cases} y = 1, \\ x = 4; \end{cases}$

Відповідь: (4; 1)

1209. Розв'яжіть систему рівнянь:

$\begin{cases} \frac{x-4}{2} + \frac{y+11}{4} = 1 \mid \cdot 4, \\ \frac{x+7}{3} + \frac{y-4}{7} = 2 \mid \cdot 21; \end{cases} \begin{cases} 2(x - 4) + y + 11 = 4, \\ 7(x + 7) + 3(y - 4) = 42; \end{cases} \begin{cases} 2x - 8 + y + 11 = 4, \\ 7x + 49 + 3y - 12 = 42; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 7x + 3y = 5; \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 7x + 3(1 - 2x) = 5; \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 7x + 3 - 6x = 5; \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ x = 2; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 1 - 2 \cdot 2, \\ x = 2; \end{cases} \begin{cases} y = -3, \\ x = 2. \end{cases}$

Відповідь: (2; –3).

1210. Доведіть, що графіки рівнянь $2x - 3y = 4$ і $4x - 6y = 9$ є паралельними прямими.

Розв'яжемо систему рівнянь:

$\begin{cases} 2x - 3y = 4, \\ 4x - 6y = 9; \end{cases} \begin{cases} 2x = 4 + 3y, \\ 4x - 6y = 9; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{4+3y}{2}, \\ 4 \cdot \frac{4+3y}{2} - 6y = 9; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{4+3y}{2}, \\ 2(4 + 3y) - 6y = 9; \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{4+3y}{2}, \\ 8 + 6y - 6y = 9; \end{cases} \begin{cases} x = \frac{4+3y}{2}, \\ 0y = 1. \end{cases}$

Система рівнянь розв'язку не має, тому графіки рівнянь $2x - 3y = 4$ і $4x - 6y = 9$ не перетинаються, а значить є паралельними прямими.

1211. Графік функції $y = kx + l$ проходить через точки M(9; 1) і N(–6; –4). Знайдіть k і l.

Якщо графік функції $y = kx + l$ проходить через точки M(9; 1) і N(–6; –4), то координати кожної з цих точок задовольняють рівняння функції. Маємо:

$\begin{cases} 1 = k \cdot 9 + l, \\ -4 = k \cdot (-6) + l; \end{cases} \begin{cases} l = 1 - 9k, \\ -4 = -6k + l - 9k; \end{cases} \begin{cases} l = 1 - 9k, \\ 15k = 5; \end{cases} \begin{cases} l = 1 - 9\frac{1}{3}, \\ k = \frac{1}{3}; \end{cases} \begin{cases} l = -2, \\ k = \frac{1}{3}. \end{cases}$

Відповідь: $k = \frac{1}{3}$; $l = -2$.

1212. Графіком функції $y = kx + l$ є пряма, що проходить через точки A(–2; –4) і B(4; 11). Задайте цю функцію формулою.

Якщо графік функції $y = kx + l$ проходить через точки A(–2; –4) і B(4; 11), то координати кожної з цих точок задовольняють рівняння функції. Маємо:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$\begin{cases} -4 = k \cdot (-6) + l, \\ 11 = k \cdot 4 + l; \end{cases} \begin{cases} l = -4 + 2k, \\ 11 = 4k - 4 + 2k; \end{cases} \begin{cases} l = -4 + 2k, \\ 6k = 15; \end{cases} \begin{cases} l = -4 + 2k, \\ k = 2{,}5; \end{cases}$

$\begin{cases} l = -4 + 2 \cdot 2{,}5, \\ k = 2{,}5; \end{cases} \begin{cases} l = 1, \\ k = 2{,}5; \end{cases}$

Відповідь: $y = 2{,}5x + 1$.

1213. При яких значеннях m система:

1) не має розв'язків;

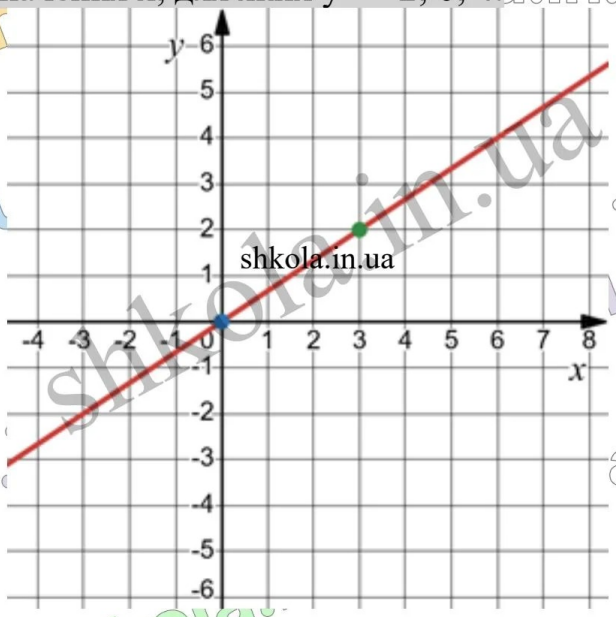
$\begin{cases} 2x + y = 8 \mid \cdot 2, \\ 4x + my = 10; \end{cases} \begin{cases} 4x + 2y = 16, \\ 4x + my = 10 \end{cases}$ не має розв'язків, якщо $m = 2$.

2) має безліч розв'язків?

$\begin{cases} x - 3y = 5 \mid \cdot 4, \\ mx - 12y = 20; \end{cases} \begin{cases} 4x - 12y = 20, \\ mx - 12y = 20 \end{cases}$ має безліч розв'язків, якщо $m = 4$.

1214. Побудуйте графік функції, заданої формулою $y = \frac{2}{3}x$. За допомогою графіка знайдіть: 1) значення y, якщо $x = -6; 0; 3$. 2) значення x, для яких $y = -2; 0; 4$.

$y = \frac{2}{3}x$		
x	0	3
y	0	2



1) Якщо $x = -6$, то $y = 74$;
якщо $x = 0$, то $y = 0$;
якщо $x = 3$, то $y = 2$;

2) $y = -2$, якщо $x = -3$;
$y = 0$, якщо $x = 0$;
$y = 4$, якщо $x = 6$.

1215. Розкладіть многочлен на множники:

1) $9m^2 + 12m^5 - 18m^3 = 3m^2(3 + 4m^3 - 6m)$;

2) $3x^4y^2 - 9x^2y^3 + 12x^3y = 3x^2y(x^2y - 3y^2 + 4x)$;

3) $a^6 - 6 - 2a^2 + 3a^4 = (a^6 - 2a^2) + (3a^4 - 6) = a^2(a^4 - 2) + 3(a^4 - 2) = (a^4 - 2)(a^2 + 3)$;

4) $pq - 6p + p^2 - 6q = (pq + p^2) - (6p + 6q) = p(q + p) - 6(q + p) = (q + p)(p - 6)$.

1216. Доведіть, що рівняння не має розв'язків:

1) Рівняння $x^2 + 4 = 0$ не має розв'язків, бо сума невід'ємного і додатного чисел не може дорівнювати нулю;

2) $x^2 - 6x + 13 = 0$;
$x^2 - 6x + 9 + 4 = 0$;
$(x - 3)^2 + 4 = 0$. Рівняння не має розв'язків, бо сума невід'ємного і додатного чисел не може дорівнювати нулю;

3) $4x^2 - 12x + 16 = 0$;
$4x^2 - 12x + 9 + 7 = 0$;
$(2x - 3)^2 + 7 = 0$. Рівняння не має розв'язків, бо сума невід'ємного і додатного чисел не може дорівнювати нулю;

4) $x^2 + x + 2 = 0$;
$x^2 + x + \frac{1}{4} + 1\frac{3}{4} = 0$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$(x + \frac{1}{2})^2 + 1\frac{3}{4} = 0$. Рівняння не має розв'язків, бо сума невід'ємного і додатного чисел не може дорівнювати нулю.

1217. Під час чищення зубів мати витрачає воду економно (доки чистить зуби, кран закручує), а батько цього не робить. За показниками лічильника води діти встановили, що мати витрачає щоранку 1,5 л води, а батько – вдвічі більше.

1) На скільки літрів води щомісяця більше витрачає батько, ніж мати?

1) $2 \cdot 1{,}5 - 1{,}5 = 1{,}5$ (л) – на стільки більше витрачає води батько, щоранку;

2) $2 \cdot 1{,}5 = 3$ (л) – на стільки більше витрачає батько щодоби, якщо чистить зуби два рази на день;

3) $3 \cdot 30 = 90$ (л) – на стільки більше витрачає батько щомісяця.

Відповідь: 90 л.

2) Практична діяльність. Дізнайтеся, скільки коштує 1 $м^3$ води у вашій місцевості та визначте, скільки коштів може заощадити ця родина за місяць (30 днів), якщо батько під час чищення зубів також буде економно витрачати воду.

$1м^3 = 1000$ л; $1м^3 = 35$ грн; $35 : 1000 = 0{,}035$ грн – 1 л.

$90 \cdot 0{,}035 = 3{,}15$ (грн) – може заощадити родина.

Відповідь: 3,15 грн.

1218. Якщо добуток чотирьох послідовних натуральних чисел збільшити на 1, то він дорівнюватиме квадрату деякого натурального числа. Доведіть це.

Нехай x, $x + 1$, $x + 2$ і $x + 3$ — чотири послідовні натуральні числа. Розглянемо їх добуток, збільшений на 1 : $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1 = x(x + 3) \cdot (x + 1)(x + 2) + 1 =$
$= (x^2 + 3x)((x^2 + 3x) + 2) + 1 = (x^2 + 3x)^2 + 2(x^2 + 3x) + 1 = (x^2 + 3x + 1)^2$, що й слід було довести.

§29. Розв'язування систем способом додавання

1219. Яке рівняння одержимо, якщо почленно додамо рівняння системи:

1) Якщо почленно додамо рівняння системи

$$\begin{cases} 2x + y = 7, \\ 3x - y = 8, \end{cases}$$

то дістанемо рівняння:

$5x = 15$;

2) Якщо почленно додамо рівняння системи

$$\begin{cases} 4x + 3y = 9, \\ -4x + y = 1, \end{cases}$$

то дістанемо рівняння:

$4y = 10$.

1220. На яке число треба помножити обидві частини першого рівняння системи, щоб у рівняннях коефіцієнти при змінній y стали протилежними:

1) $\begin{cases} 2x + y = 8 \mid \cdot 2, \\ 3x - 2y = 10; \end{cases}$

$\begin{cases} 4x + 2y = 16, \\ 3x - 2y = 10. \end{cases}$

Відповідь: На число 2.

2) $\begin{cases} 4x + 7y = 5 \mid \cdot (-3), \\ 3x + 21y = 7; \end{cases}$

$\begin{cases} -12x - 21y = -15, \\ 3x + 21y = 7. \end{cases}$

Відповідь: На число –3.

1221. На яке число треба помножити обидві частини першого рівняння, щоб у рівняннях коефіцієнти при змінній x стали протилежними:

1) $\begin{cases} x - 4y = 9 \mid \cdot 2, \\ -2x + 7y = 8; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x - 8y = 18, \\ -2x + 7y = 8. \end{cases}$

Відповідь: На число 2;

2) $\begin{cases} 3x + 7y = 19 \mid \cdot (-4), \\ 12x - 8y = 4; \end{cases}$

$\begin{cases} -12x - 28y = -76, \\ 12x - 8y = 4. \end{cases}$

Відповідь: На число – 4.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1222. Назвіть спосіб (підстановки чи додавання), яким зручніше розв'язувати систему:

1) $\begin{cases} 3x + y = 9, \\ 17x + 19y = 15; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 9 - 3x, \\ 17x + 19y = 15 \end{cases}$ – зручніше розв'язати способом підстановки й одержимо: $17x + 19(9 - 3x) = 15$;

2) $\begin{cases} 5x + 7y = 8, \\ 10x - 7y = 17; \end{cases}$ – зручніше розв'язати способом додавання й одержимо рівняння: $15x = 25$;

3) $\begin{cases} 4x + 15y = 27 \mid \cdot (-3), \\ 12x + 17y = 49; \end{cases}$ $\begin{cases} -12x - 45y = -81, \\ 12x + 17y = 49; \end{cases}$ – зручніше розв'язати способом додавання й одержимо рівняння: $-28x = -32$;

4) $\begin{cases} x + y = 10 \mid \cdot (-2016), \\ 2015x + 2016y = 2017; \end{cases}$ $\begin{cases} -2016x - 2016y = -20160, \\ 2015x + 2016y = 2017; \end{cases}$ – систему зручніше розв'язати способом додавання.

1223. Розв'яжіть систему рівнянь способом додавання:

1) $\begin{cases} x + y = 7, \\ x - y = 9; \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $2x = 16$; $x = 8$. Підставимо значення $x = 8$ у перше рівняння системи й отримаємо:

$8 + y = 7$; $y = -1$.

Відповідь: $(8; -1)$.

2) $\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $4x = 8$; $x = 2$. Підставимо значення $x = 2$ у перше рівняння системи й отримаємо:

$2 \cdot 2 + y = 3$; $y = -1$.

Відповідь: $(2; -1)$;

3) $\begin{cases} 4x + 3y = 7, \\ -4x - y = -5. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $2y = 2$; $y = 1$. Підставимо значення $y = 1$ у перше рівняння системи й отримаємо:

$4x + 3 = 7$; $4x = 4$; $x = 1$.

Відповідь: $(1; 1)$.

4) $\begin{cases} 2x - 8y = 7, \\ -2x + 7y = 5. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-y = 12$; $y = -12$. Підставимо значення $y = -12$ у перше рівняння системи й отримаємо:

$2x - 8 \cdot (-12) = 7$; $2x + 96 = 7$; $2x = -89$; $x = -44{,}5$.

Відповідь: $(-44{,}5; -12)$.

1224. Розв'яжіть систему рівнянь способом додавання:

1) $\begin{cases} 2x - y = 8, \\ 3x + y = 12. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $5x = 20$; $x = 4$.

Підставимо значення $x = 4$ у перше рівняння системи й отримаємо:

$2 \cdot 4 - y = 8$; $7 = 0$.

Відповідь: $(4; 0)$.

2) $\begin{cases} 3x + 2y = 8, \\ -3x + 5y = -1. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $7y = 7$, $y = 1$. Підставимо значення $y = 1$ у перше рівняння системи й отримаємо:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$3x + 2 \cdot 1 = 8$; $3x = 6$; $x = 2$.

Відповідь: (2; 1).

1225. Розв'яжіть систему рівнянь способом додавання:

1) $\begin{cases} 2x + 3y = -1 \mid \cdot (-1), \\ 4x + 3y = 1; \end{cases} \begin{cases} -2x - 3y = 1, \\ 4x + 3y = 1; \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $2x = 2$, $x = 1$. Підставимо значення $x = 1$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$4 \cdot 1 + 3y = 1$; $3y = -3$; $y = -1$.

Відповідь: (1; −1).

2) $\begin{cases} 7x + 2y = 5 \mid \cdot (-1), \\ 7x - 3y = 45; \end{cases} \begin{cases} -7x - 2y = -5, \\ 7x - 3y = 45. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-5y = -40$, $y = -8$. Підставимо значення $y = -8$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$7x - 3(-8) = 45$; $7x + 24 = 45$; $7x = 21$; $x = 3$.

Відповідь: (3; −8).

1226. Знайдіть розв'язок системи рівнянь способом додавання:

1) $\begin{cases} 4x + y = 7 \mid \cdot (-1), \\ 5x + y = -1; \end{cases} \begin{cases} -4x - y = -7, \\ 5x + y = -1. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $x = -8$. Підставимо значення $x = -8$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$-40 + y = -1$; $y = 39$.

Відповідь: (−8; 39).

2) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \mid \cdot (-1), \\ 2x - 4y = -9; \end{cases} \begin{cases} -2x - 3y = -5, \\ 2x - 4y = -9. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-7y = -14$; $y = 2$. Підставимо значення $y = 2$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$2x - 8 = -9$; $2x = -1$; $x = -0{,}5$.

Відповідь: (−0,5; 2).

1227. Знайдіть розв'язок системи рівнянь способом додавання:

1) $\begin{cases} x + y = 4 \mid \cdot 5, \\ 3x - 5y = 20; \end{cases} \begin{cases} 5x + 5y = 20, \\ 3x - 5y = 20. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $8x = 40$, $x = 5$. Підставимо значення $x = 5$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$3 \cdot 5 - 5y = 20$; $15 - 5y = 20$; $5y = -5$; $y = -1$.

Відповідь: (5; −1);

2) $\begin{cases} 3x - y = 5 \mid \cdot 7, \\ 2x + 7y = 11; \end{cases} \begin{cases} 21x - 7y = 35, \\ 2x + 7y = 11. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $23x = 46$, $x = 2$. Підставимо значення $x = 2$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$2 \cdot 2 + 7y = 11$; $4 + 7y = 11$; $7y = 7$; $y = 1$.

Відповідь: (2; 1).

1228. Розв'яжіть систему рівнянь способом додавання:

1) $\begin{cases} x - y = 3 \mid \cdot 3, \\ 2x + 3y = 1; \end{cases} \begin{cases} 3x - 3y = 9, \\ 2x + 3y = 1. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $5x = 10$, $x = 2$. Підставимо значення $x = 2$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$4 + 3y = 1$; $3y = -3$; $y = -1$.

Відповідь: (2; −1);

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) $\begin{cases} 7x + y = 2 \mid \cdot 4, \\ 5x - 4y = 25; \end{cases} \begin{cases} 28x + 4y = 8, \\ 5x - 4y = 25. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $33x = 33$; $x = 1$. Підставимо значення $x = 1$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$5 - 4y = 25$; $4y = -20$; $y = -5$.

Відповідь: $(1; -5)$.

1229. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} 7x + 2y = -3 \mid \cdot 2, \\ -14x + 3y = 20; \end{cases} \begin{cases} 14x + 4y = -6, \\ -14x + 3y = 20. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $7y = 14$, $y = 2$. Підставимо значення $y = 2$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$-14x + 6 = 20$; $-14x = 14$; $x = -1$.

Відповідь: $(-1; 2)$;

2) $\begin{cases} 3x + 5y = 19 \mid \cdot 2, \\ 7x - 10y = 1; \end{cases} \begin{cases} 6x + 10y = 38, \\ 7x - 10y = 1. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $13x = 39$; $x = 3$. Підставимо значення $x = 3$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$21 - 10y = 1$; $10y = 20$; $y = 2$.

Відповідь: $(3; 2)$.

3) $\begin{cases} 4x + 5y = 7, \\ 2x - 3y = -2 \mid \cdot (-2); \end{cases} \begin{cases} 4x + 5y = 7, \\ -4x + 6y = 4. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $11y = 11$; $y = 1$. Підставимо значення $y = 1$ у перше рівняння системи й отримаємо:

$4x + 5 = 7$; $4x = 2$; $x = 0{,}5$.

Відповідь: $(0{,}5; 1)$.

4) $\begin{cases} 2x + 9y = -1 \mid \cdot (-4), \\ 7x + 36y = -8; \end{cases} \begin{cases} -8x - 36y = 4, \\ 7x + 36y = -8. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-x = -4$, $x = 4$. Підставимо значення $x = 4$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$28 + 36y = -8$; $36y = -36$; $y = -1$.

Відповідь: $(4; -1)$.

1230. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \mid \cdot 3, \\ -9x + 7y = 23; \end{cases} \begin{cases} 9x + 6y = 3, \\ -9x + 7y = 23. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $13y = 26$; $y = 2$. Підставимо значення $y = 2$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$-9x + 7 \cdot 2 = 23$; $-9x + 14 = 23$; $-9x = 9$; $x = -1$.

Відповідь: $(-1; 2)$.

2) $\begin{cases} 4x + 2y = 2 \mid \cdot 2, \\ 5x - 4y = 9; \end{cases} \begin{cases} 8x + 4y = 4, \\ 5x - 4y = 9. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $13x = 13$; $x = 1$. Підставимо значення $x = 1$ у друге рівняння системи й отримаємо:

$5 - 4y = 9$; $-4y = 4$; $y = -1$.

Відповідь: $(1; -1)$.

3) $\begin{cases} 5x + 3y = 1 \mid \cdot (-3), \\ 15x - 7y = 51; \end{cases} \begin{cases} -15x - 9y = -3, \\ 15x - 7y = 51. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-16y = 48$, $y = -3$. Підставимо значення $y = -3$ у перше рівняння першої системи й отримаємо:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$5x - 9 = 1$; $5x = 10$; $x = 2$.

Відповідь: (2; −3).

4) $\begin{cases} 4m + 5b = 5 \mid \cdot (-4), \\ 7m + 20b = 11; \end{cases} \begin{cases} -16m - 20b = -20, \\ 7m + 20b = 11; \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-9m = -9$; $m = 1$. Підставимо значення $m = 1$ у перше рівняння першої системи й отримаємо:

$4 + 5b = 5$; $5b = 1$; $b = 0{,}2$.

Відповідь: (1; 0,2).

1231. Знайдіть розв'язок системи способом додавання:

1) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \mid \cdot (-3), \\ 3x + 5y = 2 \mid \cdot 2; \end{cases} \begin{cases} -6x - 9y = -3, \\ 6x + 10y = 4; \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $y = 1$. Підставимо значення $y = 1$ у перше рівняння першої системи й отримаємо:

$2x + 3 = 1$; $2x = -2$; $x = -1$.

Відповідь: (−1; 1).

2) $\begin{cases} 2a - 3b = 7 \mid \cdot (-3), \\ 3a + 4b = 2 \mid \cdot 2; \end{cases} \begin{cases} -6a + 9b = -21, \\ 6a + 8b = 4. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $17b = -17$; $b = -1$. Підставимо значення $b = -1$ у перше рівняння першої системи й отримаємо:

$2a + 3 = 7$; $2a = 4$; $a = 2$.

Відповідь: (2; −1).

3) $\begin{cases} 10m - 6n = 18 \mid \cdot (-3), \\ 15m + 7n = 59 \mid \cdot 2; \end{cases} \begin{cases} -30 + 18n = -54, \\ 30m + 14n = 118. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $32n = 64$; $n = 2$. Підставимо значення $n = 2$ у перше рівняння першої системи й отримаємо: $10m - 12 = 18$; $10m = 30$; $m = 3$.

Відповідь: (3; 2).

4) $\begin{cases} 14x - 8y = -6 \mid \cdot (-3), \\ 21x + 10y = 2 \mid \cdot 2; \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $44y = 22$; $y = 0{,}5$. Підставимо значення $y = 0{,}5$ у перше рівняння першої системи й отримаємо: $14x - 4 = -6$; $14x = -2$; $x = -\frac{1}{7}$.

Відповідь: $(-\frac{1}{7}; 0{,}5)$.

1232. Знайдіть розв'язок системи способом додавання:

1) $\begin{cases} 3x + 4y = 10 \mid \cdot (-5), \\ 5x - 7y = 3 \mid \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} -15x - 20y = -50, \\ 15x - 21y = 9; \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-41y = -41$; $y = 1$. Підставимо значення $y = 1$ у перше рівняння першої системи й отримаємо:

$3x + 4 = 10$; $3x = 6$; $x = 2$.

Відповідь: (2; 1).

2) $\begin{cases} 15x - 3y = -15 \mid \cdot (-7), \\ 20x - 7y = -41 \mid \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} -105x + 21y = 105, \\ 60x - 21y = -123. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-45x = -18$; $x = 0{,}4$. Підставимо значення $x = 0{,}4$ у перше рівняння першої системи й отримаємо:

$6 - 3y = -15$; $-3y = -21$; $y = 7$.

Відповідь: (0,4; 7).

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1233. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} 5(x-2)=2y-1, \\ 3(x+3)=12(y+3); \end{cases}$ $\begin{cases} 5x-10=2y-1, \\ x+3=4y+12; \end{cases}$ $\begin{cases} 5x-2y=-1+10, \\ x-4y=12-3; \end{cases}$

$\begin{cases} 5x-2y=9 \mid \cdot(-2), \\ x-4y=9; \end{cases}$ $\begin{cases} -10x+4y=-18, \\ x-4y=9. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-9x=-9$; $x=1$. Підставимо значення $x=1$ у перше рівняння четвертої системи й отримаємо:

$5\cdot 1-2y=9$; $5-2y=9$; $2y=-4$; $y=-2$.

Відповідь: (1; –2);

2) $\begin{cases} 4(a+2b)-5a=0{,}4, \\ 7(3a-4b)+3b=5{,}9; \end{cases}$ $\begin{cases} 4a+8b-5a=0{,}4, \\ 21a-28b+3b=5{,}9; \end{cases}$

$\begin{cases} -a+8b=0{,}4 \mid \cdot 21, \\ 21a-25b=5{,}9; \end{cases}$ $\begin{cases} -21a-168b=8{,}4, \\ 21a-25b=5{,}9. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $143b=14{,}3$; $b=0{,}1$. Підставимо значення $b=0{,}1$ у перше рівняння передостанньої системи й отримаємо:

$-a+8\cdot 0{,}1=0{,}4$; $-a+0{,}8=0{,}4$; $-a=-0{,}4$; $a=0{,}4$.

Відповідь: (0,4; 0,1).

1234. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} 7(x+3)=3y+1, \\ 4(2-x)=5(y+1)+1; \end{cases}$ $\begin{cases} 7x+21=3y+1, \\ 8-4x=5y+5+1; \end{cases}$

$\begin{cases} 7x-3y=1-21, \\ -4x-5y=5+1-8; \end{cases}$ $\begin{cases} 28x-12y=-80, \\ -28x-35y=-14. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-47y=-94$; $y=2$. Підставимо значення $y=2$ у перше рівняння передостанньої системи й отримаємо:

$7x-6=-20$; $7x=-14$; $x=-2$.

Відповідь: (–2; 2).

2) $\begin{cases} 4(m-2n)-7m=9{,}6, \\ 5(4m+3n)+8n=-18{,}5; \end{cases}$ $\begin{cases} 4m-8n-7m=9{,}6, \\ 20m+15n+8n=-18{,}5; \end{cases}$

$\begin{cases} -3m-8n=9{,}6 \mid \cdot 20, \\ 20m+23n=-18{,}5= \mid \cdot 3; \end{cases}$ $\begin{cases} -60m-160n=192, \\ 60m+69n=-55{,}5. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-91n=136.5$; $n=-1.5$. Підставимо значення $n=-1.5$ у перше рівняння третьої системи й отримаємо:

$-3m+12=9{,}6$; $-3m=-2{,}4$; $m=0{,}8$.

Відповідь: (0,8; –1,5).

1235. Складіть рівняння прямої, графік якої проходить через точки:

1) A(4; –4) і B(12; –1); 2) M(–3; 6) і N(9; –2).

Якщо пряма виду $y=kx+b$ проходить через точки A(4;–4) і B(12; –1), то координати кожної з цих точок повинні задовольняти систему:

$\begin{cases} -4=k\cdot 4+b, \\ -1=k\cdot 12+b; \end{cases}$ $\begin{cases} b=-4-4k, \\ -1=12k-4-4k; \end{cases}$ $\begin{cases} b=-4-4k, \\ 8k=3; \end{cases}$ $\begin{cases} b=-4-4k, \\ k=\frac{3}{8}; \end{cases}$

$\begin{cases} b=-4-4\frac{3}{8}, \\ k=\frac{3}{8}; \end{cases}$ $\begin{cases} b=-5{,}5, \\ k=\frac{3}{8}. \end{cases}$

Відповідь: $y=\frac{3}{8}x-5{,}5$;

2) Якщо пряма виду $y=kx+b$ проходить через точки M(−3; 6) і N(9; –2), то координати кожної з цих точок повинні задовольняти систему:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$\begin{cases} 6 = k \cdot (-3) + b, \\ -2 = k \cdot 9 + b; \end{cases} \begin{cases} b = 3k + 6, \\ -2 = 9k + 3k + 6; \end{cases} \begin{cases} b = 3k + 6, \\ 12k = -8; \end{cases} \begin{cases} b = 3k + 6, \\ k = -\frac{2}{3}; \end{cases}$

$\begin{cases} b = 3(-\frac{2}{3}) + 6, \\ k = -\frac{2}{3}; \end{cases} \begin{cases} b = 4, \\ k = -\frac{2}{3}. \end{cases}$

Відповідь: $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

1236. Графік лінійної функції проходить через точки (–4; 5) і (12; 1). Задайте цю функцію формулою.

Якщо графік лінійної функції проходить через точки (–4; 5) і (12; 1), то координати цих точок повинні задовольняти систему:

$\begin{cases} 5 = -4k + b \mid \cdot (-1), \\ 1 = 12k + b; \end{cases} \begin{cases} -5 = 4k - b, \\ 1 = 12k + b. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $-4 = 16k$; $k = -0{,}25$. Підставимо значення $k = -0{,}25$ у перше рівняння першої системи й отримаємо:

$5 = 1 + b$; $b = 4$.

Відповідь: $y = -0{,}25x + 4$.

1237. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} \frac{2-x}{6} - \frac{y+4}{3} = 2\frac{5}{6} \mid \cdot 6, \\ \frac{x+4}{12} - \frac{2-y}{6} = \frac{5}{12} \mid \cdot 6; \end{cases} \begin{cases} 2 - x + 2(y + 4) = 17, \\ x + 4 - 2(2 - y) = 5; \end{cases} \begin{cases} 2 - x + 2y + 8 = 17, \\ x + 4 - 4 + 2y = 5; \end{cases}$

$\begin{cases} -x + 2y = 7, \\ x + 2y = 5. \end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $4y = 12$; $y = 3$. Підставимо значення $y = 3$ у перше рівняння останньої системи й отримаємо:

$-x + 6 = 7$; $x = -1$.

Відповідь: (–1; 3).

2) $\begin{cases} (x - 1)^2 + y = (x + 2)^2 - 23, \\ (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = x^2 + (y + 7)^2; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + 2x + 1 + y = x^2 + 4x + 4 - 23, \\ x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = x^2 + y^2 + 14y + 49; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 2x + y - x^2 - 4x = 4 - 23 - 1, \\ x^2 + 4x + y^2 - 2y - x^2 - y^2 - 14y = 49 - 4 - 1; \end{cases}$

$\begin{cases} -6x + y = -20, \\ 4x - 169y = 44 \mid \cdot 1{,}5; \end{cases} \begin{cases} -6x + y = -20, \\ 6x - 24y = 66. \end{cases}$

$-23y = 46$; $y = -2$; $-6x + (-2) = -20$; $-6x = -18$; $x = 3$.

Відповідь: (3; –2).

1238. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} \frac{x+3}{4} - \frac{y-4}{8} = 1\frac{3}{4} \mid \cdot 18, \\ \frac{x-4}{4} - \frac{y+2}{9} = -\frac{1}{2} \mid \cdot 18; \end{cases} \begin{cases} 2(x + 3) - (y - 4) = 14, \\ 3(x - 4) + 2(y + 2) = -9; \end{cases} \begin{cases} 2x + 6 - y + 4 = 14, \\ 3x - 12 + 2y + 4 = -9; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x - y = -9 + 12 - 4, \\ 3x + 2y = -9 + 12 - 4; \end{cases} \begin{cases} 2x - y = 4 \mid \cdot 2, \\ 3x + 2y = -1; \end{cases} \begin{cases} 4x - y = 8, \\ 3x + 2y = -1. \end{cases}$

Відповідь: (1; –2).

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) $\begin{cases}(x-y)(y+2)=x(y-1),\\ x(y+3)=(x+1)(y-2);\end{cases}$ $\begin{cases}xy+2x-y-2=xy-x,\\ xy+3x=xy-2x+y-2;\end{cases}$

$\begin{cases}xy+2x-y-xy+x=2,\\ xy+3x-xy+2x-y=-2;\end{cases}$ $\begin{cases}3x-y=2\mid\cdot(-1),\\ 5x-y=-2;\end{cases}$ $\begin{cases}-3x+y=-2,\\ 5x-y=-2.\end{cases}$

Додамо почленно ліві і праві частини рівнянь системи: $2x = -4$; $x = -2$. Підставимо значення $x = -2$ у перше рівняння останньої системи й отримаємо:

$6 + y = -2$; $y = -8$.

Відповідь: $(-2; -8)$.

1239. З'ясуйте, чи має система рівнянь розв'язки і скільки:

1) $\begin{cases}3x-y=2\mid\cdot(-2),\\ -6x+2y=5;\end{cases}$ $\begin{cases}-6x+2y=-4,\\ -6x+2y=5;\end{cases}$ — система не має розв'язку.

Відповідь. Не має розв'язку;

2) $\begin{cases}-4x+3y=7\mid\cdot 2,\\ -8x+6y=14;\end{cases}$ $\begin{cases}-8x+6y=14,\\ -8x+6y=14;\end{cases}$ — система має безліч розв'язків.

Відповідь: Має безліч розв'язків.

1240. Чи належать графіку функції $y = -4{,}5x + 1$ точки: A(–2; 10), B(0; –1), C(4; 17), D(10; –44)?

1) Точка A(–2; 10) належить графіку функції $y = -4{,}5x + 1$, бо:

$10 = -4{,}5 \cdot (-2) + 1$; $10 = 9 + 1$; $10 = 10$ — правильна рівність;

2) точка B(0; –1) не належить графіку функції $y = -4{,}5x + 1$, бо:

$-1 = -4{,}5 \cdot 0 + 1$; $-1 = 1$ — неправильна рівність;

3) точка C(4; 17) не належить графіку функції $y = -4{,}5x + 1$, бо:

$17 = -4{,}5 \cdot 4 + 1$; $17 = -18 + 1$; $17 = -17$ — неправильна рівність;

4) точка D(10; –44) належить графіку функції $y = -4{,}5x + 1$, бо:

$-44 = -4{,}5 \cdot 10 + 1$; $-44 = -44$ — правильна рівність.

1241. Пара чисел (–2; –3) є розв'язком системи рівнянь: Знайдіть a і b.

Якщо пара чисел (–2; –3) є розв'язком системи рівнянь:

$\begin{cases}ax-2y=8,\\ bx-ay=7;\end{cases}$ то повинна задовольняти систему:

$\begin{cases}-2a+6=8,\\ -2b+3a=7;\end{cases}$ $\begin{cases}-2a=2,\\ -2b+3a=7;\end{cases}$ $\begin{cases}a=-1,\\ -2b-3=7;\end{cases}$ $\begin{cases}a=-1,\\ b=-5.\end{cases}$

Відповідь: $a = -1$; $b = -5$.

1242. Які одночлени треба записати замість зірочки, щоб утворилася тотожність:

1) $(7m - 5a)^2 = 49m^2 - 70ma + 25a^2$;

2) $(6p^2 + 11b)^2 = 36p^4 + 132p^2b + 121b^2$;

3) $(3p + 4pm^7)^2 = 9p^2 + 24p^2m^7 + 16p^2m^{14}$;

4) $(4m - 4n^2)^2 = 16m^2 - 32mn^2 + 16n^4$.

1243. Визначте масу складників у салаті «Вітамінний», маса якого 400 г, якщо моркви там у 4 рази менше від загальної маси салату, селери – стільки ж, скільки й моркви, яблук – на 60 г більше, ніж селери, горіхів – у 5 разів менше, ніж моркви, лимонного соку – в 2 рази менше, ніж горіхів, і ще салат містить один зубчик часнику.

1) 400 : 4 = 100 (г) – моркви або селери;

2) 100 + 60 = 160 (г) – яблук;

3) 100 : 5 = 20 (г) – горіхів;

4) 20 : 2 = 10 (г) – лимонного соку.

5) 400 – (100 + 100 + 160 + 20 + 10) = 10 (г) – зубчик часнику.

1244. Чи існують такі цілі числа x і y, для яких виконується рівність $x^2 + 2018 = y^2$?

$x^2 + 2018 = y^2$;

$x^2 - y^2 = -2018$;

$(x - y)(x + y) = -2018$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Розглянемо розклад числа 2018 на множники: $2018 = 2 \cdot 1009$. Даний розклад є єдиним. Якщо числа x і y різної парності, то число $(x - y)(x + y)$ не ділиться на 2, що неможливо. Якщо ж числа x і y однакової парності, то число $(x - y)(x + y)$ ділиться на 4, що теж неможливо, бо 2018 не ділиться на 4.

Відповідь: не існують.

§30. Розв'язування задач

1245. У легкоатлетичній секції тренуються 32 спортсмени, причому дівчат серед них на 4 більше, ніж хлопців. Скільки дівчат і скільки хлопців тренується в цій секції?

Нехай у секції x дівчат і y хлопців. Система:

$$\begin{cases} x + y = 32, \\ x - y = 4; \end{cases}$$

$2x = 36$; $x = 18$. З першого рівняння системи отримаємо:

$18 + y = 32$; $y = 14$.

Відповідь: 18 дівчат і 14 хлопців.

1246. За дві години кухар наліпив 260 пельменів, причому за першу годину – на 20 пельменів менше, ніж за другу. Скільки пельменів наліпив кухар за першу годину і скільки за другу?

Нехай кухар наліпив за першу годину x пельменів, а за другу годину — y пельменів. Система:

$$\begin{cases} x + y = 260, \\ y - x = 20; \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 260, \\ -x + y = 20; \end{cases}$$

$2y = 280$; $y = 140$.

З першого рівняння отримаємо:

$x + 140 = 260$; $x = 120$.

Відповідь: 120 пельменів; 140 пельменів.

1247. За олівець і три зошити заплатили 32 грн, а за три олівці і зошит – 24 грн. Скільки коштує один олівець і скільки один зошит?

Нехай один олівець коштує x грн, а один зошит — y грн. Система:

$$\begin{cases} x + 3y = 32 \mid \cdot (-3), \\ 3x + y = 24; \end{cases} \quad \begin{cases} -3x - 9y = -96, \\ 3x + y = 24; \end{cases}$$

$8y = -72$; $y = 9$. З першого рівняння першої системи отримаємо:

$x + 3 \cdot 9 = 32$; $x + 27 = 32$; $x = 5$.

Відповідь: Один олівець коштує 5 грн, а один зошит — 9 грн.

1248. За 2 год пішки і 1 год на велосипеді турист подолав 18 км, а за 1 год пішки і 2 год на велосипеді – 27 км. З якою швидкістю турист рухався пішки і з якою на велосипеді?

Нехай швидкість туриста під час руху пішки x км/год, а на велосипеді — y км/год. Система:

$$\begin{cases} 2x + y = 18 \mid \cdot (-2), \\ x + 2y = 27; \end{cases} \quad \begin{cases} -4x - 2y = -36, \\ x + 2y = 27; \end{cases}$$

$-3x = -9$; $x = 3$. З першого рівняння першої системи отримаємо:

$6 + y = 18$; $y = 12$.

Відповідь: 3 км/год і 12 км/год.

1249. У касі крамниці після переобліку залишилося 12 монет по 50 і по 1 грн, усього на суму 8 гривні. Скільки монет по 50 копійок і скільки по 1 грн залишилося в касі?

Нехай в касі x монет по 50 коп. і y монет по 1 грн. Система:

$$\begin{cases} x + y = 12, \\ 50x + 100y = 800 \mid : (-50); \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 12, \\ -x - 2y = -16; \end{cases}$$

$-y = -4$; $y = 4$. З першого рівняння першої системи отримаємо:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$x + 4 = 12$; $x = 8$.

Відповідь: 8 монет по 50 коп. і 4 монети по 1 грн.

1250. Було придбано 16 зошитів у клітинку і лінійку, усього на суму 328 грн. Зошит у клітинку коштує 22 грн, а в лінійку – 18 грн. Скільки зошитів у клітинку і скільки в лінійку було придбано?

Нехай у клітинку купили x зошитів, а у лінійку — y зошитів. Система:

$\begin{cases} x + y = 16 \mid \cdot(-22), \\ 22x + 18y = 328; \end{cases} \begin{cases} -22x - 22y = -352, \\ 22x + 18y = 328; \end{cases}$ $-4y = -24$; $y = 6$. З першого рівняння першої системи отримаємо:

$x + 6 = 16$; $x = 10$.

Відповідь: 10 зошитів у клітинку і 6 зошитів у лінійку.

1251. За 3 футбольних і 2 волейбольних м'ячі заплатили 1088 грн. Скільки коштує футбольний м'яч і скільки волейбольний, якщо два волейбольних м'ячі на 192 грн дорожчі за один футбольний?

Нехай футбольний м'яч коштує x грн, а волейбольний — y грн. Система:

$\begin{cases} 3x + 2y = 1088, \\ 2y - x = 192 \mid \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} 3x + 2y = 1088, \\ -3x + 6y = 576; \end{cases}$ $8y = 1664$; $y = 208$. З другого рівняння першої системи отримаємо:

$2 \cdot 208 - x = 192$; $x = 224$.

Відповідь: Футбольний м'яч коштує 224 грн, а волейбольний — 208 грн.

1252. 2 акумулятори і 3 батарейки разом коштують 252 грн. Скільки коштує один акумулятор і скільки одна батарейка, якщо акумулятор коштує стільки само, скільки 3 батарейки?

Нехай один акумулятор коштує x грн, а одна батарейка — y грн. Система:

$\begin{cases} 2x + 3y = 252, \\ x = 3y; \end{cases} \begin{cases} 2 \cdot 3y + 3y = 252, \\ x = 3y; \end{cases} \begin{cases} 9y = 252, \\ x = 3y; \end{cases} \begin{cases} y = 28, \\ x = 84. \end{cases}$

Відповідь: Акумулятор коштує 84 грн, а батарейка — 28 грн.

1253. Основа рівнобедреного трикутника на 2 см більша за його бічну сторону. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 26 см.

Нехай бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює x см, а основа трикутника — y см. Система:

$\begin{cases} y - x = 2, \\ 2x + y = 26; \end{cases} \begin{cases} y + x = 2, \\ 2x + x + 2 = 26; \end{cases} \begin{cases} y + x = 2, \\ 3x = 24; \end{cases} \begin{cases} y + x = 2, \\ x = 8; \end{cases} \begin{cases} y = 10, \\ x = 8. \end{cases}$

Відповідь: Основа дорівнює 10 см, бічна сторона — 8см.

1254. Довжина прямокутника на 8 м більша за ширину. Знайдіть довжину і ширину прямокутника, якщо його периметр дорівнює 56 м.

Нехай довжина прямокутника x м, а ширина — y м. Система:

$\begin{cases} 2(x + y) = 56, \\ x - y = 8; \end{cases} \begin{cases} x + y = 28, \\ x - y = 8. \end{cases}$ З другого рівняння системи отримаємо:

$18 - y = 8$; $y = 10$.

Відповідь: Довжина дорівнює 18 м, ширина — 10 м.

1255. Човен за 3 год руху за течією і 2 год руху проти течії долає 92 км. За 9 год руху за течією човен долає відстань у 5 разів більшу, ніж за 2 год руху по озеру. Знайдіть власну швидкість човна та швидкість течії.

Нехай власна швидкість човна x км/год, а швидкість течії y км/год, тоді швидкість човна проти течії дорівнює $(x - y)$ км/год, а за течією — $(x + y)$ км/год. Система:

$\begin{cases} 3(x + y) + 2(x - y) = 92, \\ 9(x + y) = 5 \cdot 2x; \end{cases} \begin{cases} 3x + 3y + 2x - 2y = 92, \\ 9x + 9y = 10x; \end{cases}$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$\begin{cases}5x + y = 92,\\ 9y = x;\end{cases}$ $\begin{cases}5 \cdot 9y + y = 92,\\ x = 9y;\end{cases}$ $\begin{cases}46y = 92,\\ x = 9y;\end{cases}$ $\begin{cases}y = 2,\\ x = 18.\end{cases}$

Відповідь: Власна швидкість човна 18 км/год, швидкість течії 2 км/год.

1256. Човен рухався 2 год за течією і 5 год проти течії, подолавши за цей час 110 км. Швидкість човна проти течії складає 70 % від швидкості човна за течією. Знайдіть власну швидкість човна та швидкість течії.

Нехай власна швидкість човна x км/год, а швидкість течії — y км/год, тоді швидкість човна проти течії дорівнює (x – y) км/год, а за течією — (x + y) км/год. Система:

$\begin{cases}2(x + y) + 5(x - y) = 110,\\ 0{,}7(x + y) = x - y;\end{cases}$ $\begin{cases}2x + 2y + 5x - 5y = 110,\\ 0{,}7x + 0{,}7y - x + y = 0;\end{cases}$ $\begin{cases}7x - 3y = 110,\\ -0{,}3x + 1{,}7y = 0 \mid \cdot 10;\end{cases}$

$\begin{cases}7x - 3y = 110 \mid \cdot 3,\\ -3x + 17y = 0 \mid \cdot 7;\end{cases}$ $\begin{cases}21x - 9y = 330,\\ -21x + 119y = 0;\end{cases}$ $110y = 330;\ y = 3$

З першого рівняння передостанньої системи отримаємо:

7x – 9 = 110; 7x = 119; x = 17.

Відповідь: Власна швидкість човна 17 км/год, швидкість течії 3 км/год.

1257. З пунктів A і B, відстань між якими 168 км, одночасно вирушають велосипедист і мотоцикліст. Якщо вони будуть рухатися назустріч один одному, то зустрінуться через 3 год. А якщо рухатимуться в одному напрямі, то мотоцикліст наздожене велосипедиста через 6 год. Знайдіть швидкість кожного з них.

Нехай швидкість велосипедиста x км/год, а мотоцикліста — y км/год. Система:

$\begin{cases}3x + 3y = 168,\\ 6y - 6x = 168 \mid : 2;\end{cases}$ $\begin{cases}3x + 3y = 168,\\ -3x + 3y = 84;\end{cases}$ $y = 42$. З першого рівняння системи отримаємо: 3x + 126 = 168; 3x = 42; x = 14.

Відповідь: Швидкість велосипедиста 14 км/год, а мотоцикліста — 42 км/год.

1258. Сума двох чисел дорівнює 62. Знайдіть кожне із чисел, якщо 70 % від одного і 60 % від другого разом складають 39,6.

Нехай перше число дорівнює x, а друге число — y. Система:

$\begin{cases}x + y = 62 \mid \cdot (-7),\\ 0{,}7x + 0{,}6y = 39{,}6 \mid \cdot 10;\end{cases}$ $\begin{cases}-7x - 7y = -434,\\ 7x + 6y = 396;\end{cases}$ $-y = -38;\ y = 38$. З першого рівняння першої системи отримаємо:

x + 38 = 62; x = 24.

Відповідь: Перше число 24, друге число 38.

1259. 20 % від одного числа на 2,4 більше за 10 % від другого. Знайдіть ці числа, якщо їх сума дорівнює 72.

Нехай перше число дорівнює x, а друге — y. Система:

$\begin{cases}x + y = 72,\\ 0{,}2x - 0{,}1y = 2{,}4 \mid : 0{,}1;\end{cases}$ $\begin{cases}x + y = 72,\\ 2x - y = 24;\end{cases}$ $3x = 96;\ x = 32$. З першого рівняння системи отримаємо:

32 + y = 72; y = 40.

Відповідь: Перше число 32, а друге — 40.

1260. Матері разом з донькою 42 роки. Через рік мати стане втричі старшою за доньку. Скільки років кожній з них зараз?

Нехай мамі x років, а доньці y років. Система:

$\begin{cases}x + y = 42,\\ x + 1 = 3(y + 1);\end{cases}$ $\begin{cases}x + y = 42,\\ x + 1 = 3y + 3;\end{cases}$ $\begin{cases}x + y = 42 \mid \cdot (-1),\\ x - 3y = 2;\end{cases}$ $\begin{cases}-x - y = -42,\\ x - 3y = 2.\end{cases}$

– 4y = – 40; y = 10. З першого рівняння першої системи отримаємо:

x + 10 = 42; x = 32.

Відповідь: Мамі 32 роки, доньці — 10 років.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1261. Розв'яжіть систему рівнянь. Складіть задачу, яка б розв'язувалася за допомогою цієї системи:

1) $\begin{cases} x + y = 17, \\ x - y = 5; \end{cases}$ $2x = 22$; $x = 11$. З першого рівняння системи отримаємо:

$11 + y = 17$; $y = 6$.

Відповідь: (11; 6).

За допомогою цієї системи можна розв'язати, наприклад, таку задачу: сума двох чисел дорівнює 17, а їх різниця — 5. Знайти ці числа.

2) $\begin{cases} 2x + 3y = 15, \\ x - y = 1 \mid \cdot 3; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + 3y = 15, \\ 3x - 3y = 3; \end{cases}$

$5x = 18$; $x = 3{,}6$. З другого рівняння системи отримаємо:

$3{,}6 - y = 1$; $y = 2{,}6$.

Відповідь: (3,6; 2,6).

За допомогою цієї системи можна розв'язати, наприклад, таку задачу: за 2 кг моркви і 3 кг картоплі заплатили 15 грн. Скільки коштує 1 кг моркви і 1 кг картоплі, якщо 1 кг моркви дорожчий за 1 кг картоплі на 1 грн?

1262. Розв'яжіть систему рівнянь. Складіть задачу, яка б розв'язувалася за допомогою цієї системи:

1) $\begin{cases} x - y = 8, \\ x + y = 12; \end{cases}$ $2x = 20$; $x = 10$. З першого рівняння системи отримаємо:

$10 - y = 8$; $y = 2$.

Відповідь: (10; 2).

За допомогою цієї системи можна розв'язати, наприклад, таку задачу: разом двом братам 12 років. Скільки років кожному, якщо різниця у віці складає 8 років?

2) $\begin{cases} 2x + y = 18, \\ 3x - y = 2; \end{cases}$ $5x - 20$; $x - 4$. З першого рівняння системи отримаємо:

$8 + y = 18$; $y = 10$.

Відповідь: (4; 10).

За допомогою цієї системи можна розв'язати, наприклад, таку задачу: за 2 кг капусти і 1 кг помідорів заплатили 18 грн. Скільки коштує 1 кг капусти і 1 кг помідорів, якщо 3 кг капусти дорожчі за 1 кг помідорів на 2 грн?

1263. У ящику і кошику разом 95 яблук. Якщо кількість яблук у ящику зменшити вдвічі, а кількість яблук у кошику збільшити на 25, то яблук у ящику і кошику стане порівну. Скільки яблук у ящику і скільки в кошику?

Нехай спочатку у ящику було x яблук, а в кошику — y яблук. Система:

$\begin{cases} x + y = 95, \\ \frac{x}{2} = y + 25 \mid \cdot 2; \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 95, \\ x = 2y + 50; \end{cases}$ $\begin{cases} 2y + 50 + y = 95, \\ x = 2y + 50; \end{cases}$ $\begin{cases} 3y = 45, \\ x = 2y + 50; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 15, \\ x = 80. \end{cases}$

Відповідь: 80 яблук у ящику, 15 яблук у кошику.

1264. Сума двох чисел дорівнює 45. Знайдіть ці числа, якщо 60 % від одного з них дорівнюють 75 % від другого.

Нехай перше число дорівнює x, а друге число — y. Система:

$\begin{cases} x + y = 45, \\ 0{,}6x = 0{,}75y; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 45 - y, \\ 0{,}6(45 - y) = 0{,}75y; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 45 - y, \\ 27 - 0{,}6y = 0{,}75y; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 45 - y, \\ 27 = 1{,}35y; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 45 - y, \\ y = 20; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 25, \\ y = 20. \end{cases}$

Відповідь: Перше число 25, друге число 20.

1265. Знайдіть два числа, якщо їх сума дорівнює 200 і $\frac{11}{24}$ від одного

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

з них дорівнюють $\frac{3}{8}$ від другого.

Нехай перше число дорівнює x, а друге число — y. Система:

$\begin{cases} x + y = 200, \\ \frac{11}{24}x = \frac{3}{8}y \mid \cdot 24; \end{cases} \begin{cases} x + y = 200, \\ 11x = 9y; \end{cases} \begin{cases} x = 200 - y, \\ 11(200 - y) = 9y; \end{cases} \begin{cases} x = 200 - y, \\ 2200 - 11y = 9y; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 200 - y, \\ 2200 = 20y; \end{cases} \begin{cases} x = 200 - y, \\ y = 110; \end{cases} \begin{cases} x = 90, \\ y = 110. \end{cases}$

Відповідь: Перше число 90, а друге — 110.

1266. Змішали два види цукерок вартістю 60 грн і 75 грн за кілограм. Після чого утворилося 20 кг суміші вартістю 66 грн за кілограм. По скільки кілограмів цукерок кожного виду взяли для суміші?

Нехай одного виду цукерок взяли x кг, а іншого — y кг. Перше рівняння: x + y = 20. За цукерки заплатили (60x + 75y) грн. Друге рівняння: 60x + 75y = 66 · 20; 6x + 7,5y = 132. Система:

$\begin{cases} x + y = 20 \mid \cdot (-6), \\ 6x + 7{,}5y = 132; \end{cases} \begin{cases} -6x - 6y = -120, \\ 6x + 7{,}5y = 132; \end{cases}$

1,5y = 12; y = 8. З першого рівняння першої системи отримаємо:

x + 8 = 20; x = 12.

Відповідь: 12 кг цукерок по 60 грн і 8 кг цукерок по 75 грн.

1267. З двох сортів печива вартістю 40 грн і 55 грн за кілограм утворили 25 кг суміші вартістю 49 грн за кілограм. По скільки кілограмів печива кожного виду взяли?

Нехай одного виду печива взяли x кг, а іншого виду — y кг. Перше рівняння: x + y = 25. За печиво заплатили (40x + 55y) грн. Друге рівняння: 40x + 55y = 49 · 25; 40x + 55y = 1225. Система:

$\begin{cases} x + y = 25 \mid \cdot (-40), \\ 40x + 55y = 1225; \end{cases} \begin{cases} -40x - 40y = -1000, \\ 40x + 55y = 1225; \end{cases}$ 15y = 225; y = 15. З першого рівняння першої системи отримаємо:

x + 15 = 25; x = 10.

Відповідь: 10 кг печива по 40 грн і 15 кг печива по 55 грн.

1268. У двох бідонах разом було 75 л олії. Після того як половину олії з першого бідона перелили в другий, олії в другому стало в 4 рази більше, ніж у першому. По скільки олії було в кожному бідоні спочатку?

Нехай у першому бідоні було x л олії, а в другому — y л. Після змін у першому бідоні залишилося 0,5x л олій, а у другому стало y + 0,5x л олій. Система:

$\begin{cases} x + y = 75, \\ 4 \cdot 0{,}5x = y + 0{,}5x; \end{cases} \begin{cases} x + y = 75, \\ 2x = y + 0{,}5x; \end{cases} \begin{cases} x + y = 75, \\ 1{,}5x = y; \end{cases} \begin{cases} x + 1{,}5x = 75, \\ 1{,}5x = y; \end{cases}$

$\begin{cases} 2{,}5x = 75, \\ 1{,}5x = y; \end{cases} \begin{cases} x = 30, \\ y = 45. \end{cases}$

Відповідь: У першому бідоні було 30 л олії, а у другому — 45 л олій.

1269. На двох полицях разом 57 книжок. Після того як з першої полиці переставили 5 книжок на другу, книжок на другій полиці стало вдвічі більше, ніж на першій. По скільки книжок було на кожній полиці спочатку?

Нехай на першій полиці було x книжок, а на другій — y книжок. Після переставлення на першій полиці залишилося (x – 5) книжок, а на другій стало (y + 5) книжок. Система:

$\begin{cases} x + y = 57, \\ 2(x - 5) = y + 5; \end{cases} \begin{cases} x + y = 57, \\ 2x - 10 = y + 5; \end{cases} \begin{cases} x + y = 57, \\ 2x - y = 15; \end{cases}$ 3x = 72; x = 24.

З першого рівняння системи отримаємо: 24 + y – 57 = 33.

Відповідь: На I полиці 24 книжки, на II полиці 33 книжки.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1270. За 5 світильників і 4 ліхтарики заплатили 896 грн. Після того як світильники подешевшали на 15 %, а ліхтарики подорожчали на 10 %, один світильник і один ліхтарик разом стали коштувати 196 грн. Якою була початкова вартість світильника і якою – ліхтарика?

Нехай початкова ціна світильника x грн, а ліхтарика — y грн. Перше рівняння: $5x + 4y = 896$. Змінена вартість світильника становить $x - 0{,}15x = 0{,}85x$ (грн), а ліхтарика — $y + 0{,}1y - 1{,}1y$ (грн). Друге рівняння: $0{,}85x + 1{,}1y = 196$. Система:

$$\begin{cases} 5x + 4y = 896 \mid \cdot 1{,}1, \\ 0{,}85x + 1{,}1y = 196 \mid \cdot (-4); \end{cases} \quad \begin{cases} 5{,}5x + 4{,}4y = 985{,}6, \\ -3{,}4x - 4{,}4y = -784; \end{cases}$$

$2{,}1x = 201{,}6$; $x = 96$.

З першого рівняння першої системи отримаємо:

$480 + 4y = 896$; $4y = 416$; $y = 104$.

Відповідь: Світильник коштував 96 грн, а ліхтарик — 104 грн.

1271. Два кондитерських цехи за день мали разом виготовити 300 тортів. Коли перший цех виконав 55 % свого завдання, а другий – 60 % свого, виявилося, що перший цех виготовив на 27 тортів більше, ніж другий. По скільки тортів мав виготовити кожен цех?

Нехай перший цех повинен виготовити x тортів, а другий цех — y тортів. Система:

$$\begin{cases} x + y = 300 \mid \cdot 0{,}6, \\ 0{,}55x - 0{,}6y = 27; \end{cases} \quad \begin{cases} 0{,}6x + 0{,}6y = 180, \\ 0{,}55x - 0{,}6y = 27; \end{cases}$$

$1{,}15x = 207$; $x = 180$.

З першого рівняння першої системи отримаємо:

$180 + y = 300$; $y = 120$.

Відповідь: 180 тортів і 120 тортів.

1272. Якщо чисельник даного дробу збільшити на 7, то дріб дорівнюватиме $\frac{2}{3}$. Якщо ж знаменник даного дробу збільшити на 2, то дріб дорівнюватиме 0,25. Знайдіть цей дріб.

Нехай чисельник дробу дорівнює x, а знаменник дробу — y. Система рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{x+7}{y} = \frac{2}{3}, \\ \frac{x}{y+2} = \frac{1}{4}; \end{cases} \quad \begin{cases} 3(x+7) = 2y, \\ 4x = y + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 21 = 2y, \\ 4x = y + 2; \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 21 = -21, \\ 4x - y = 2 \mid \cdot (-2); \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 21 = -21, \\ -8x + 2y = -4; \end{cases}$$

$-5x = -25$; $x = 5$.

З другого рівняння другої системи отримаємо: $20 = y + 2$; $y = 18$.

Початковий дріб дорівнював $\frac{5}{18}$.

Відповідь: $\frac{5}{18}$.

1273. Якщо чисельник дробу зменшити на 2, то дріб дорівнюватиме 0,5. Натомість, якщо знаменник дробу збільшити на 11, то дріб дорівнюватиме $\frac{1}{3}$. Знайдіть цей дріб.

Нехай чисельник дробу дорівнює x, а знаменник дробу — y. Система рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{x-2}{y} = \frac{1}{2}, \\ \frac{x}{y+11} = \frac{1}{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} 2(x-2) = y, \\ 3x = y + 11; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - y = 4 \mid \cdot (-1); \\ 3x - y = 11; \end{cases} \quad \begin{cases} 2 \cdot 7 - y = 4; \\ x = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} y = 10; \\ x = 7. \end{cases}$$

Тоді початковий дріб $\frac{7}{10}$.

Відповідь: $\frac{7}{10}$.

1274. Скільки грамів кожного з 2–відсоткового і 6–відсоткового розчинів солі треба взяти, щоб з них одержати 200 г 5–відсоткового розчину?

Нехай треба взяти x грамів 2–відсоткового розчину солі та y грамів 6–відсоткового розчину солі. Перше рівняння: $x + y = 200$. У 2–відсотковому розчині буде 0,02x грамів

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

солі, у 6–відсотковому розчині — 0,06y грамів солі, а у 5–відсотковому ; розчині — (0,02x + 0,06y) грамів. Друге рівняння: 0,02x + 0,06y = 0,05 · 200; 0,02x + 0,06y = 10.
Система:

$$\begin{cases} x + y = 200; \\ 0{,}02x + 0{,}06y = 10 \end{cases} \Big| : (-0{,}02); \quad \begin{cases} x + y = 200; \\ -x - 3y = -500; \end{cases}$$

–2y = –300; y =150. З першого рівняння першої системи отримаємо:
x + 150 = 200; x = 50.
Відповідь: 50 грамів 2%–го розчину і 150 грамів 6%–го розчину.

1275. В одному сплаві міститься 9 % цинку, а в другому – 24 %. По скільки грамів кожного сплаву треба взяти, щоб одержати зливок масою 260 г, що містить 15 % цинку?
Нехай потрібно взяти першого сплаву x г, а другого сплаву — y г. Перше рівняння: x + y = 260. У першому сплаві міститься 0,09x г цинку, в другому — 0,24y г цинку, а у 260 г сплаву — (0,09x + 0,24y) г цинку. Друге рівняння: 0,09x +0,24y = 0,15 · 260; 0,09x + 0,24y = 39. Система:

$$\begin{cases} x + y = 260 \\ 0{,}09x + 0{,}24y = 39; \end{cases} \Big| \cdot (-0{,}09); \quad \begin{cases} -0{,}09x - 0{,}09y = -23{,}4; \\ 0{,}09x + 0{,}24y = 39; \end{cases}$$

0,15y = 15,6; y = 104. З першого рівняння першої системи отримаємо:
x + 104 = 260; x = 156.
Відповідь: 156 г першого сплаву і 104 г другого сплаву.

1276. Чотири роки тому батько був у 8 разів старший за сина, а через 20 років батько стане вдвічі старший за сина. Скільки років кожному з них зараз?
Нехай батькові x років, а синові — y років. Система:

$$\begin{cases} x - 4 = 8(y - 4), \\ x + 20 = 2y + 40; \end{cases} \begin{cases} x - 4 = 8y - 32, \\ x - 2y = 20; \end{cases} \begin{cases} x - 8y = -28 \\ x - 2y = 20; \end{cases} \Big| \cdot (-1), \begin{cases} -x + 8y = 28, \\ x - 2y = 20; \end{cases}$$

6y = 48; y = 8. З другого рівняння останньої системи отримаємо:
x – 16 = 20; x = 36.
Відповідь: Батькові 36 років, а синові — 8 років.

1277. Якщо суму цифр двоцифрового числа збільшити в 5 разів, то вона дорівнюватиме самому числу. А якщо його цифри поміняти місцями, то воно збільшиться на 9. Знайдіть дане число.
Нехай цифра в розряді десятків дорівнює x, а в розряді одиниць — y. Перше рівняння: 5(x + y) = 10x + y; 5x + 5y = 10x + y; 5x + 5y – 10x – y = 0; 4y – 5x = 0. Якщо цифри числа поміняти місцями, то отримаємо число, яке дорівнює 10y + x. Друге рівняння: (10y + x) – (10x + y) = 9; 10y + x – 10x – y = 9; 9y – 9x = 9; y – x = 1. Система:

$$\begin{cases} 5(x + y) = 10x + y, \\ 10x + y = 10y + x + 9; \end{cases} \begin{cases} 5x + 5y - 10x - y = 0, \\ 10x + x - 10y - y = 9; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4y - 5x = 0; \\ 9y - 9x = 9; \end{cases} \begin{cases} x = 0{,}8y; \\ y - x = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 0{,}8y; \\ 0{,}2y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 0{,}8y; \\ y = 5; \end{cases} \begin{cases} y = 0{,}8 \cdot 5; \\ y = 5; \end{cases} \begin{cases} x = 4; \\ y = 5. \end{cases}$$

Дане число – 45.
Відповідь: 45.

1278. Розкладіть на множники многочлен:
1) $m^2 + 10m + 25 = (m + 5)^2$;
2) $c^2 - 8c + 16 = (c - 4)^2$;
3) $p^2 - 0{,}36 = (p - 0{,}6)(p + 0{,}6)$;
4) $-49a^2 + b^2 = b^2 - 49a^2 = (b - 1a)(b + 1a)$.

1279. Спростіть вираз:
1) $2x(3x - 4x^3) - (x + 3x^2)^2 = 6x^2 - 8x^4 - x^2 - 6x^3 - 9x^4 = 5x^2 - 17x^4 - 6x^3$;
2) $2p^2(2p^2 - 6pm) - (2p^2 - 3mp)^2 = 4p^4 - 12p^3m - 4p^4 + 12p^3m - 9m^2p^2 = -9m^2p^2$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

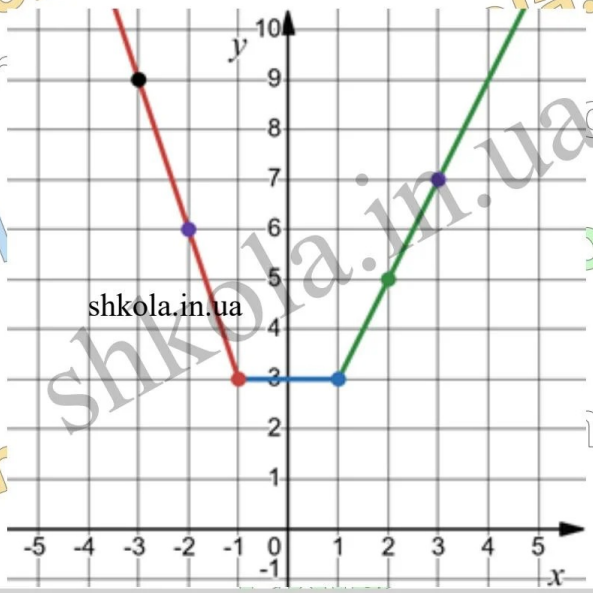
1280. Побудуйте графік функції:

$$y = \begin{cases} -3x, \text{якщо } x < -1, \\ 3, \text{ якщо } -1 \le x \le 1, \\ 2x + 1, \text{якщо } x > 1. \end{cases}$$

$y = -3x$, $x < -1$		
x	-2	-3
y	6	9

$y = 3$, $-1 \le x \le 1$		
x	-1	1
y	3	3

$y = 2x + 1$, $x > 1$		
x	2	3
y	5	7



1281. Діти 11–15 років на кожний кілограм своєї маси мають щоденно вживати 2,6 г білків, 2,3 г жирів, 10,4 г вуглеводів. Виходячи з власної маси тіла, визначте, скільки жирів, білків і вуглеводів маєте щоденно вживати ви.

1) 2,6 + 2,3 + 10,4 = 15,3 (г) – білків, жирів, вуглеводів щоденно на 1 кг;

2) 48 · 15,3 = 734,4 (г) – всього білків, жирів, вуглеводів щоденно.

1282. Задача Ньютона. Трава на галявині росте рівномірно щільно й швидко. Відомо, що 70 корів з'їли б її за 24 дні, а 30 корів – за 60 днів. Скільки корів з'їли б усю траву за 96 днів?

Траву, яку можуть з'їсти m корів за один день, одна корова може з'їсти за m днів. Тому траву, яку з'їли 70 корів за 24 дні, одна корова з'їсть за 70 · 24 = 1680 (днів), а ту траву, яку 30 корів з'їдають за 60 днів, вистачить одній корові на 30 · 60 = 1800 (днів). Оскільки трава росте рівномірно, то за 60 – 24 = 36 (днів) виросте стільки трави, що вистачить одній корові на 1800 – 1680 = 120 (днів). Отже, ту кількість трави, яку одна корова з'їдає за 1800 + 120 = 1920 (днів), за 60 + 36 = 96 (днів) можуть з'їсти 1920 : 96 = 20 (корів).

Відповідь: 20 корів.

ДОМАШНЯ САМОСТІЙНА РОБОТА №6

1. Яке з рівнянь є лінійним рівнянням з двома змінними?

Лінійним є рівняння 2x – 3y = 7.

Відповідь: **В).**

2. Укажіть точку, що належить графіку рівняння x + y = 6.

Графіку рівняння належить точка (2; 4), бо 2 + 4 = 6.

Відповідь: **Б).**

3. Укажіть пару чисел, що є розв'язком системи рівнянь

Розв'язком системи є пара чисел (4; –3), бо

$$\begin{cases} 4 - (-3) = 7, \\ 4 + (-3) = 1; \end{cases} \quad \begin{cases} 7 = 7, \\ 1 = 1. \end{cases}$$

Відповідь: **Г).**

4. Розв'язком якого рівняння є пара чисел (2; –1)?

3x + y = 5; 3 · 2 + (–1) = 5.

Отже, рівняння 3x + y = 5 є розв'язком пари чисел (2; –1).

Відповідь: **Б).**

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

5. Розв'яжіть способом підстановки систему рівнянь

$\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 4x + 3y = 11; \end{cases} \begin{cases} y = 3x - 5, \\ 4x + 3(3x - 5) = 11; \end{cases} \begin{cases} y = 3x - 5, \\ 4x + 9x - 15 = 11; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 3x - 5, \\ 13x = 26; \end{cases} \begin{cases} y = 3 \cdot 2 - 5, \\ x = 2; \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ y = 1. \end{cases}$

Відповідь: **А).**

6. Розв'яжіть способом додавання систему рівнянь

$\begin{cases} 4x - 7y = 11, \\ 3x + 7y = -4; \end{cases} \begin{cases} 7x = 7, \\ 3x + 7y = -4; \end{cases} \begin{cases} x = 1, \\ 3 \cdot 1 + 7y = -4; \end{cases} \begin{cases} x = 1, \\ 7y = -7; \end{cases} \begin{cases} x = 1, \\ y = -1. \end{cases}$

Відповідь: **Г).**

7. Серед розв'язків рівняння $x + 2y = -18$ знайдіть пару рівних між собою чисел.

$x + 2y = -18$; $x = -2y - 18$.

Якщо $y = -6$, то $x = -2 \cdot (-6) - 18$; $x = -6$.

Відповідь: **Б).**

8. Для якого значення m графік рівняння $mx + 3y = 5$ проходить через точку $(-2; 3)$?

$mx + 3y = 5$; $mx = 5 - 3y$; $m = \frac{5-3y}{x}$; $m = \frac{5-3 \cdot 3}{-2}$; $m = 2$.

Відповідь: **А).**

9. З пунктів А і В, відстань між якими 60 км, вирушили одночасно пішохід і велосипедист. Якщо вони рухатимуться назустріч один одному, то зустрінуться через 3 год, а якщо вони рухатимуться в одному напрямі, то велосипедист наздожене пішохода через 5 год. Знайдіть швидкість пішохода.

Нехай швидкість пішохода дорівнює x км/год, а швидкість велосипедиста — y км/год ($y > x$). Якщо вони рухатимуться назустріч один одному, то пішохід подолає до зустрічі шлях 3x км, а велосипедист — 3 км. Маємо перше рівняння: $3x + 3y = 60$. Якщо велосипедист наздоганятиме пішохода, то пішохід за 5 год подолає 5x км, а велосипедист — відстань від А до В і ще шлях, який пройде пішохід, що разом складатиме 5 км.

Друге рівняння: $5x + 60 = 5y$. Одержуємо систему:

$\begin{cases} 3x + 3y = 60, \\ 5x + 60 = 5y; \end{cases} \begin{cases} x + y = 20, \\ y - x = 12; \end{cases} \begin{cases} x + y = 20, \\ 2y = 32; \end{cases} \begin{cases} x + 16 = 20, \\ y = 16; \end{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = 16. \end{cases}$

Отже швидкість пішохода дорівнює 4 км/год.

Відповідь: **Б).**

10. Скільки є пар натуральних чисел, які є розв'язками рівняння $2x + y = 9$?

$y = 9 - 2x > 0$; $9 - 2x > 0$; $2x < 9$; $x < 4{,}5$.

Оскільки x натуральне число, можливі значення x: 1, 2, 3, 4.

Якщо $x = 1$, то $y = 9 - 2 \cdot 1 = 9 - 2 = 7$;

Якщо $x = 2$, то $y = 9 - 2 \cdot 2 = 9 - 4 = 5$;

Якщо $x = 1$, то $y = 9 - 2 \cdot 3 = 9 - 6 = 3$;

Якщо $x = 1$, то $y = 9 - 2 \cdot 4 = 9 - 8 = 1$.

Можливі 4 пари: (1; 7), (2; 5), (3; 3), (4; 1).

Відповідь: **Б).**

11. Графік функції $y = kx + b$ проходить через точки $(1; 4)$ і $(-2; 13)$. Знайдіть k.

Точка $(1; 4)$: тобто $k \cdot 1 + b = 4$;

Точка $(-2; 13)$: тобто $k \cdot (-2) + b = 13$;

Маємо систему рівнянь: $\begin{cases} k + b = 4, \\ -2k + b = 13; \end{cases}$

Віднімемо перше рівняння від другого:

$(-2k + b) - (k + b) = 13 - 4$; $-3k = 9$; $k = -3$.

Відповідь: **В).**

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

12. При якому значенні a система рівнянь має безліч розв'язків?

Система рівнянь має безліч розв'язків, коли відповідні коефіцієнти у рівняннях пропорційні: $\frac{2}{a} = \frac{-3}{-6} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$; $\frac{2}{a} = \frac{1}{2}$, звідки a = 4.

Відповідь: **А).**

13. Установіть відповідність між графіком рівняння (1–3) та точками перетину графіка з осями координат (А–Г).

1. 2x – 5y = 10 – В. (5; 0), (0; –2).
2. 5x + 3y = 15 – Г. (3; 0), (0; 5).
3. –3x + 4y = 12 – А. (–4; 0), (0; 3).

Відповідь: **1 – В); 2 – Г); 3 – А).**

ЗАВДАННЯ ДЛЯ ПЕРЕВІРКИ ЗНАНЬ ДО §§ 25-30

1. Яке з рівнянь є лінійним рівнянням з двома змінними:

1) 2x + 3y = 9.

2. Чи є розв'язком рівняння 2x + y = 7 пара чисел:

1) 2 · 3 + (–5) ≠ 7;
6 – 5 ≠ 7;
1 ≠ 7.
Отже, пара чисел (3 ;–5) не є розв'язком рівняння 2x + y = 7;

2) 2 · 4 + (–1) = 7;
8 – 1 = 7;
7 = 7.
Отже, пара чисел (4; –1) є розв'язком рівняння 2x + y = 7.

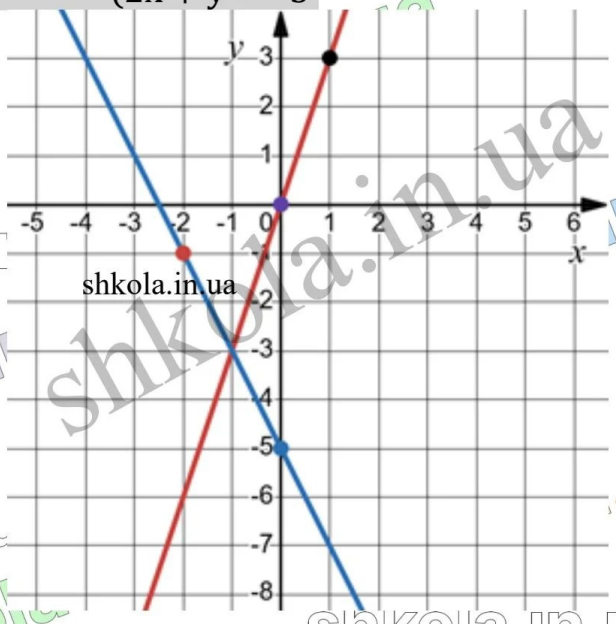
3. Чи є розв'язком системи $\begin{cases} x + y = 11, \\ x - y = 3 \end{cases}$ пара чисел:

1) (6; 5) – Ні.
2) (7; 4) – Так.

4. Розв'яжіть графічним способом систему рівнянь: $\begin{cases} y = 3x, \\ 2x + y = -5 \end{cases}$

y = 3x		
x	0	1
y	0	3

2x + y = –5		
x	–2	0
y	–1	–5



Відповідь: (–1; –3).

5. Розв'яжіть способом підстановки систему рівнянь:

$\begin{cases} x - 3y = 5, \\ 2x + y = 3; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3y + 5, \\ 2(3y + 5) + y = 3; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3y + 5, \\ 6y + 10 + y = 3; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3y + 5, \\ 7y = -7; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3(-1) + 5, \\ y = -1; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 2, \\ y = -1. \end{cases}$

Відповідь: (2; −1).

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

6. Розв'яжіть способом додавання систему рівнянь:

$\begin{cases} 5x + 3y = 3, \\ 4x - 3y = 24; \end{cases} \begin{cases} 9x = 27, \\ 4x - 3y = 24; \end{cases} \begin{cases} x = 3, \\ 4 \cdot 3 - 3y = 24; \end{cases} \begin{cases} x = 3, \\ 12 - 3y = 24; \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3, \\ 3y = -12; \end{cases} \begin{cases} x = 3, \\ y = -4. \end{cases}$

Відповідь: (3; –4).

7. Розв'яжіть систему рівнянь:

$\begin{cases} 2(x + 3) = 7y - 5, \\ 6(x - 3) - 5(y + 1) = -24; \end{cases} \begin{cases} 2x + 6 - 7y = -5, \\ 6x - 18 - 5y - 5 = -24; \end{cases}$

$\begin{cases} 2x - 7y = -11 \mid \cdot -3, \\ 6x - 5y = -1; \end{cases} \begin{cases} -6x + 21y = 33, \\ 6x - 5y = -1; \end{cases}$

$\begin{cases} -6x + 21y = 33, \\ 16y = 32; \end{cases} \begin{cases} -6x + 21 \cdot 2 = 33, \\ y = 2; \end{cases} \begin{cases} -6x = -9, \\ y = 2. \end{cases} \begin{cases} x = 1{,}5, \\ y = 2. \end{cases}$

Відповідь: (1,5; 2).

8. За 8 зошитів і 3 блокноти заплатили 93 грн. Після того, як зошит подорожчав на 15 %, а блокнот подешевшав на 10 %, за один зошит і один блокнот заплатили 20,4 грн. Якими були початкові ціни зошита і блокнота?

Нехай початкова ціна зошити x грн, а блокноту — y грн.

Перше рівняння: 8x + 3y = 93. Змінена вартість зошита становить $x - 0{,}15x = 1{,}15x$ (грн), а блокноту — $y - 0{,}1y = 0{,}9y$ (грн).

Друге рівняння: 1,15x + 0,9y = 20,4.

Система:

$\begin{cases} 8x + 3y = 93 \mid \cdot 1{,}2, \\ 1{,}15x + 0{,}9y = 20{,}4 \mid \cdot (-4); \end{cases} \begin{cases} 9{,}6x + 3{,}6y = 111{,}6, \\ -4{,}6x - 3{,}6y = -81{,}6. \end{cases}$

5x = 30; x = 6.

З першого рівняння першої системи отримаємо: 48 + 3y = 93; 3y = 45; y = 15.

Відповідь: зошит коштував 6 грн, а блокнот — 15 грн.

9. Побудуйте графік рівняння

$\frac{x+2}{4} + \frac{y-3}{6} = -\frac{1}{12} \mid \cdot 12;$

3(x + 2) + 2(y – 3) = –1;

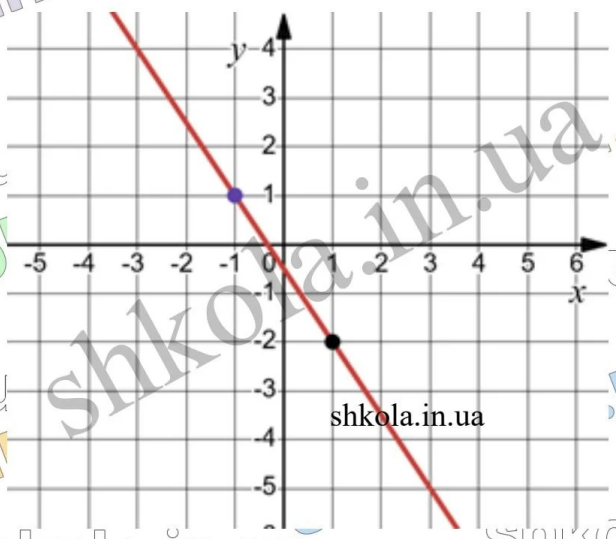
3x + 6 + 2y = –1;

3x + 2y = –1;

2y = –3x – 1;

y = –1,5x – 0,5.

y = –1,5x – 0,5		
x	–1	1
y	1	–2



issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

10. Графік функції y = kx + b проходить через точки (3; –4) і (–12; –9). Знайдіть k і b.

$\begin{cases} -4 = 3k + b, \\ -9 = -12k + b; \end{cases}$ $\begin{cases} 4 = -3k - b, \\ -9 = -12k + b; \end{cases}$ $\begin{cases} -5 = -15k, \\ 4 = -3k - b; \end{cases}$ $\begin{cases} k = \frac{1}{3}, \\ 4 = -3 \cdot \frac{1}{3} - b; \end{cases}$ $\begin{cases} k = \frac{1}{3}, \\ b = -5. \end{cases}$

Відповідь: $k = \frac{1}{3}$, b = –5.

11. Для якого значення a система рівнянь має безліч розв'язків.

$\begin{cases} 7x - ay = 5 \mid \cdot 3, \\ 21x + 6y = 15; \end{cases}$ $\begin{cases} 21x - 3ay = 15, \\ 21x + 6y = 15; \end{cases}$

Віднімемо рівняння і отримаємо: –3ay – 6y = 0; –6y = 3ay; a = –2.

Вправи для повторення розділу 4

1283. Чи є пара чисел (7; 1) розв'язком рівняння x – y = 6? Знайдіть ще чотири розв'язки цього рівняння.

Пара чисел (7; 1) є розв'язком рівняння x – y = 6, бо: 7 – 1 = 6; 6 = 6;
пара чисел (9,5; 3,5) є розв'язком рівняння x – y = 6, бо: 9,5 – 3,5 = 6; 6 = 6;
пара чисел (–8; –14) є розв'язком рівняння x – y = 6, бо: –8 + 14 = 6; 6 = 6;
пара чисел $(12\frac{2}{3}; 6\frac{2}{3})$ є розв'язком рівняння x – y = 6, бо: $12\frac{2}{3} - 6\frac{2}{3} = 6$; 6 = 6.

1284. Знайдіть два будь–яких розв'язки рівняння:

1) Розв'язками рівняння 2x + y = 4 є, наприклад, пара чисел (1; 2), бо: 2 · 1 + 2 = 4; 4 = 4 і пара чисел (–5; 14), бо: 2 · (–5) + 14 = 4; 4 = 4;
2) розв'язками рівняння x – 3y = 7 є, наприклад, пара чисел (1; –2), бо: 1 – 3 · (–2) = 7; 7 = 7 і пара чисел (11,5; 1,5), бо: 11,5 – 3 · 1,5 = 7; 7 = 7.

1285. Виразіть: 1) змінну y через змінну x з рівняння 7x – y = 18; 2) змінну x через змінну y з рівняння 3x + 9y = 0; 3) змінну y через змінну x з рівняння 13x – 2y = 6; 4) змінну x через змінну y з рівняння 8x + 15y = 24.

1) 7x – y = 18;	**2)** 3x + 9y = 0;	**3)** 13x – 2y = 6;	**4)** 8x + 15y = 24;
y = 7x – 18;	3x = –9y;	2y = 13x – 6;	8x = 24 – 15y;
	x = –3y;	y = 6,5x – 3;	x = 3 – 1,875x.

1286. Замініть «зірочки» числами так, щоб кожна з пар (*; 3); (6; *); (*; –3); (15; *) була розв'язком рівняння x – 3y = 9.

Пара чисел (18; 3) є розв'язком рівняння x – 3y = 9, бо: 18 – 3 · 3 = 9; 9 = 9;
пара чисел (6; –1) є розв'язком рівняння x – 3y = 9, бо: 6 – 3 ·(–1)= 9; 9 = 9;
пара чисел (0; –3) є розв'язком рівняння x – 3y = 9, бо: 0 – 3 ·(–3) = 9; 9 = 9;
пара чисел (15; 2) є розв'язком рівняння x – 3y = 9, бо: 15 – 3 · 2 = 9; 9 = 9.

1287. Доведіть, що рівняння з двома змінними не має розв'язків:

1) $x^2 + y^2 = -4$. Рівняння не має розв'язків, бо сума двох невід'ємних чисел не може дорівнювати від'ємному числу –4. Отже, рівняння не має розв'язків;
2) $|x| + y^2 + 1 = 0$. Сума невід'ємних чисел |x|, y^2 і додатного числа 1 не може дорівнювати нулю. Отже, рівняння не має розв'язків;
3) –|x| – |y| = 5; –(|x| + |y|) = 5 . Недодатне число не може дорівнювати додатному числу. Отже, рівняння не має розв'язків;
4) $2x^4 + 3|y| = -2$. Сума невід'ємних чисел не може дорівнювати від'ємному числу. Отже, рівняння не має розв'язків.

1288. Знайдіть усі пари цілих чисел, які є розв'язками рівняння.

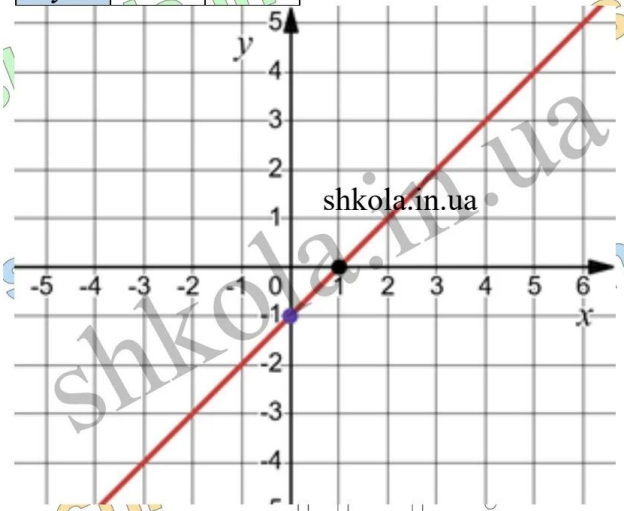
|x| + |y| = 2. Якщо невід'ємні числа |x| і |y| є цілими і їх сума дорівнює 2, то пара (|x|; |y|) може набувати значень: (0; 2); (1; 1); (2; 0). Отже, розв'язками рівняння є пари чисел: (0; 2); (0; –2), (–1; 1); (–1; –1); (1; 1); (1; –1); (–2 ; 0); (2; 0).

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

1289. Побудуйте графік рівняння:

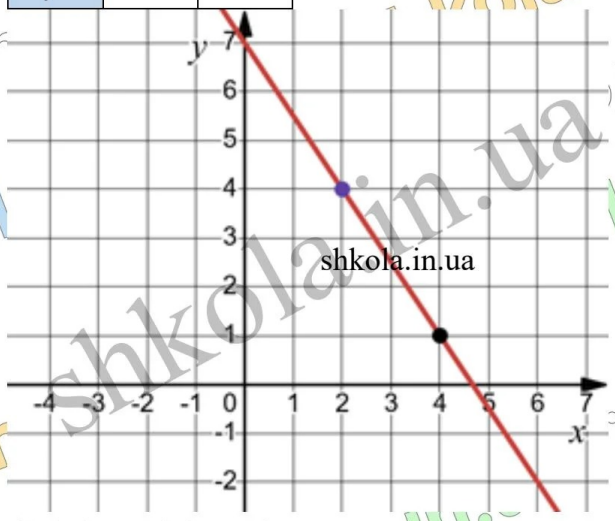
1) $x - y = 1$

x	0	1
y	–1	0



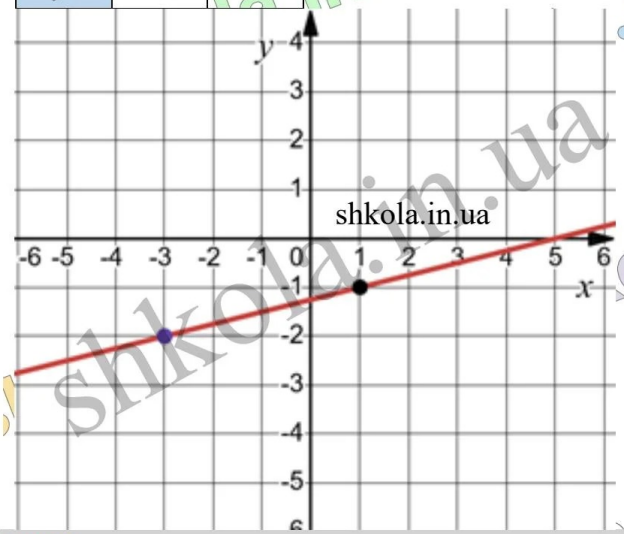
2) $1{,}5x + y = 7$

x	2	4
y	4	1



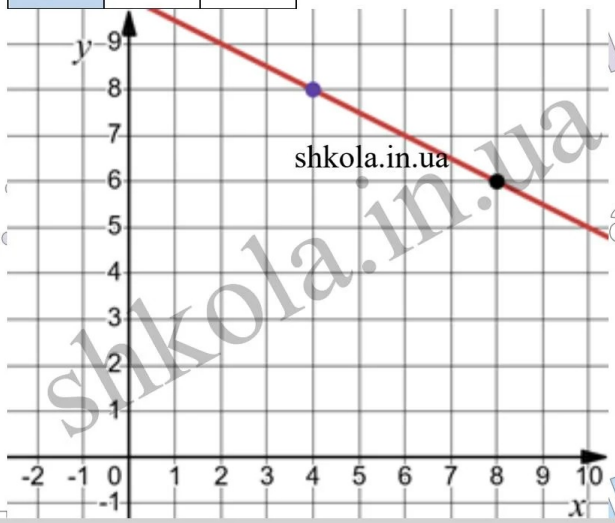
3) $x - 4y = 5$

x	–3	1
y	–2	–1



4) $0{,}1x + 0{,}2y = 2$

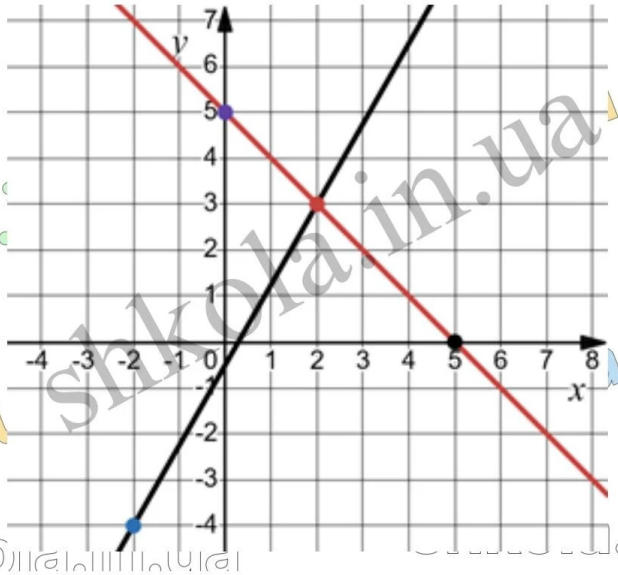
x	4	8
y	8	6



1290. Побудуйте в одній координатній площині графіки рівнянь $x + y = 5$ і $7x - 4y = 2$. Знайдіть координати точки їх перетину. Переконайтеся, що знайдена пара є розв'язком кожного з рівнянь.

$x + y = 5$		
x	0	5
y	5	0

$7x - 4y = 2$		
x	2	–2
y	3	–4



Графіки рівнянь $x + y = 5$ і $7x - 4y = 2$ перетинаються в точці $H(2; 3)$. Знайдена пара є розв'язком рівняння $x + y = 5$, бо: $2 + 3 = 5$; $5 = 5$ і розв'язком рівняння $7x - 4y = 2$, бо: $7 \cdot 2 - 4 \cdot 3 = 2$; $2 = 2$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1291. Ордината деякої точки прямої, що є графіком рівняння –9x + 5y = 27, дорівнює нулю. Знайдіть абсцису цієї точки.

–9x + 5y = 27. Якщо y = 0, то: –9x = 27; x = –3.

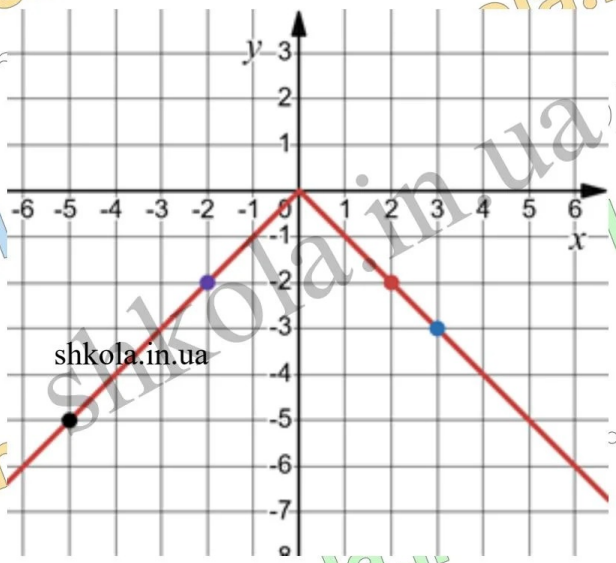
1292. Побудуйте графік рівняння:

1) |x| + y = 0;

$$y = \begin{cases} x, & \text{якщо } x < 0. \\ -x, & \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$$

y = x, x < 5		
x	–2	–5
y	–2	–5

y = –x, x ≥ 0		
x	2	3
y	–2	–3



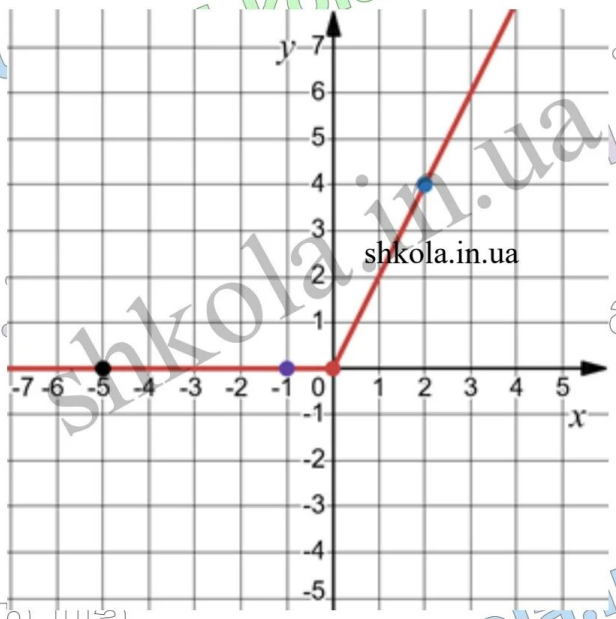
2) |x| + x – y = 0;

y = |x| = x;

$$y = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x < 0. \\ 2x, & \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$$

y = 0, x < 0		
x	–1	–5
y	0	0

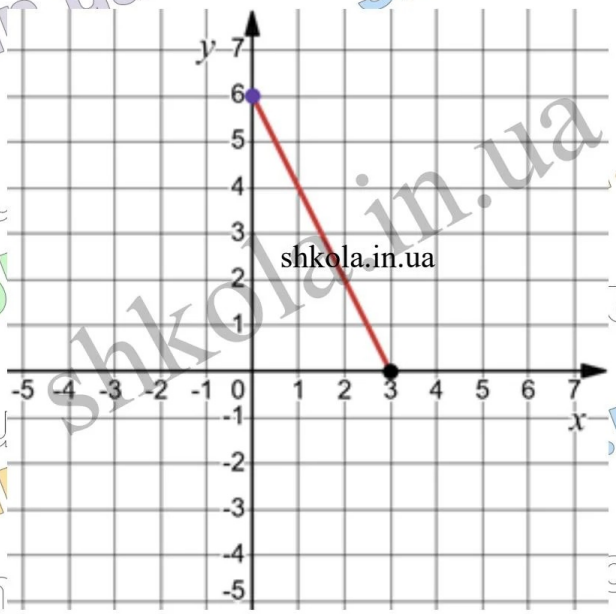
y = 2x, x ≥ 0		
x	0	2
y	0	4



1293. Побудуйте частину графіка рівняння 2x + y = 6, яка розташована в першій координатній чверті.

Якщо частина графіка 2x + y = 6 розміщена у першій чверті, то x ≥ 0 і y ≥ 0.

2x + y = 6, x ≥ 0, y ≥ 0		
x	0	3
y	6	0



issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1294. Чи є розв'язком системи рівнянь пара чисел:

1) Пара чисел (5; 5) не є розв'язком системи $\begin{cases} x - y = 0, \\ x + y = 8, \end{cases}$ бо:

$x + y = 5 + 5 = 10$; $10 \neq 8$;

2) Пара чисел (4; 4) є розв'язком системи $\begin{cases} x - y = 0, \\ x + y = 8, \end{cases}$ бо:

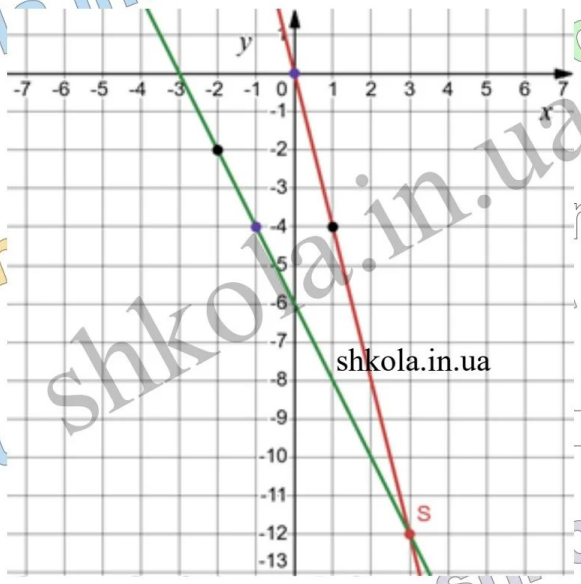
$\begin{cases} 4 - 4 = 0, \\ 4 + 4 = 8; \end{cases}$ $\begin{cases} 0 = 0, \\ 8 = 8. \end{cases}$

1295. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

1)

$y = -4x$		
x	0	1
y	0	–4

$2x + y = -6$		
x	–1	–2
y	–4	–2

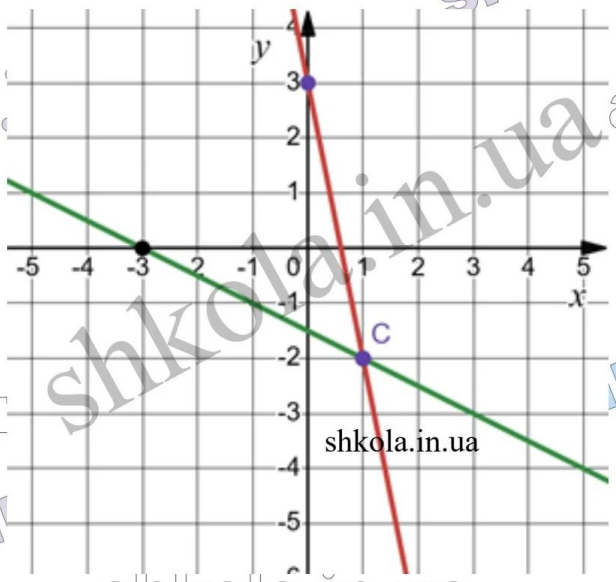


Графіки перетинаються в точці S(3; –12).
Розв'язком системи є пара чисел (3; –12);

2)

$5x + y = 3$		
x	0	1
y	3	–2

$x + 2y = -3$		
x	1	–3
y	–2	0



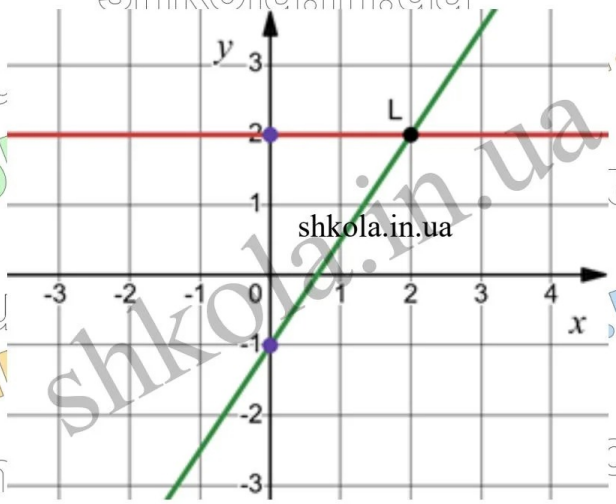
Графіки перетинаються в точці C (1; –2).
Розв'язком системи є пара чисел (1; –2).

1296. Розв'яжіть графічно систему рівнянь:

1) $0x + 3y = 6$; $y = 2$.

$y = 2$		
x	0	5
y	2	2

$3x - 2y = 2$		
x	0	2
y	–1	2



Графіки перетинаються в точці L(2; 2).
Розв'язком системи є пара чисел (2; 2);

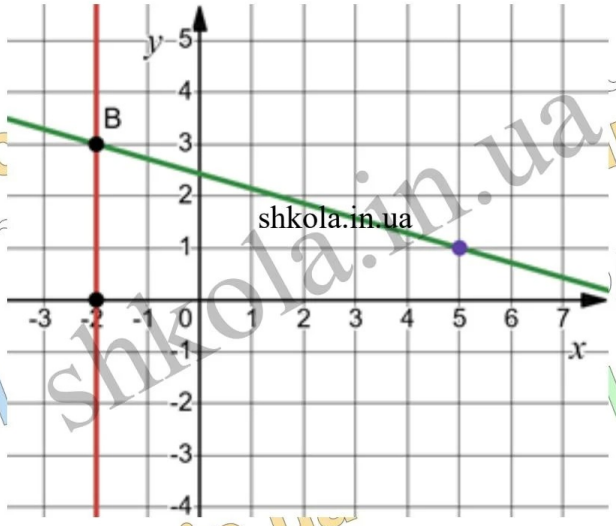
issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) 7,1x = –14,2; x = –2.

x = –2		
x	–2	–2
y	3	0

2x + 7y = 17		
x	5	–2
y	1	3



Графіки перетинаються в точці B(–2; 3).
Розв'язком системи є пара чисел (–2; 3).

1297. При якому значенні a система рівнянь:

1) Система: $\begin{cases} 2x + y = 5 \mid \cdot 3, \\ 6x + ay = 15; \end{cases} \begin{cases} 6x + 3y = 15, \\ 6x + ay = 15; \end{cases}$ має безліч розв'язків, якщо a = 3;

2) Система $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \mid \cdot (-2), \\ -6x + 4y = a; \end{cases} \begin{cases} -6x + 4y = -14, \\ -6x + 4y = a; \end{cases}$ не має розв'язків, якщо $a \neq -14$.

1298. Розв'яжіть систему рівнянь способом підстановки:

1) $\begin{cases} x = y - 7, \\ 2x - y = -6; \end{cases} \begin{cases} x = y - 7, \\ 2(y - 7) - y = -6; \end{cases} \begin{cases} x = y - 7, \\ 2y - 14 - y = -6; \end{cases} \begin{cases} x = y - 7, \\ y = 8; \end{cases} \begin{cases} x = 1, \\ y = 8. \end{cases}$

Відповідь: (1; 8).

2) $\begin{cases} 2x + y = 1, \\ 3x - 5y = 21; \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 3x - 5(1 - 2x) = 21; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 3x - 5 + 10x = 21; \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ 13x = 26; \end{cases} \begin{cases} y = 1 - 2x, \\ x = 2; \end{cases} \begin{cases} y = -3, \\ x = 2. \end{cases}$

Відповідь: (2; –3).

3) $\begin{cases} 3x - 4y = -19, \\ x + 7y = 27; \end{cases} \begin{cases} 3x - 4y = -19, \\ x = 27 - 7y; \end{cases} \begin{cases} 3(27 - 7y) - 4y = -19, \\ x = 27 - 7y; \end{cases}$

$\begin{cases} 81 - 21y - 4y = -19, \\ x = 27 - 7y; \end{cases} \begin{cases} -25y = -100, \\ x = 27 - 7y; \end{cases} \begin{cases} y = 4, \\ x = -1. \end{cases}$

Відповідь: (–1; 4);

4) $\begin{cases} 5x + 7y = -3, \\ 8x - y = -17; \end{cases} \begin{cases} 5x + 7y = -3, \\ y = 8x + 17; \end{cases} \begin{cases} 5x + 7(8x + 17) = -3, \\ y = 8x + 17; \end{cases}$

$\begin{cases} 5x + 56x + 119 = -3, \\ y = 8x + 17; \end{cases} \begin{cases} 61x = -122, \\ y = 8x + 17; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ y = 1. \end{cases}$

Відповідь: (–2; 1).

1299. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точки перетину графіків рівнянь:

Щоб знайти координати точки перетину графіків рівнянь 2x + 3y = 0 і 4x – 5y = –22 досить розв'язати систему.

1) $\begin{cases} 2x + 3y = 0, \\ 4x - 5y = -22; \end{cases} \begin{cases} x = -1{,}5y, \\ 4(-1{,}5y) - 5y = -22; \end{cases} \begin{cases} x = -1{,}5y, \\ -6y - 5y = -22; \end{cases} \begin{cases} x = -1{,}5y, \\ -11y = -22; \end{cases}$

$\begin{cases} x = -1{,}5y, \\ y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = -3, \\ y = 2. \end{cases}$

Відповідь: (–3; 2).

2) $\begin{cases} 4x - 7y = 34, \\ 2x + 7y = -4; \end{cases} \begin{cases} 7y = -34 + 4x, \\ 2x - 34 + 4x = -4; \end{cases} \begin{cases} 7y = -34 + 4x, \\ 6x = 30; \end{cases} \begin{cases} 7y = -34 + 4 \cdot 5, \\ x = 5; \end{cases}$

$\begin{cases} 7y = -14, \\ x = 5; \end{cases} \begin{cases} y = -2, \\ x = 5; \end{cases}$

Відповідь: (5; –2).

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

1300. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} 3(y+x)-4=-7y, \\ 5(x+y)+9=8x; \end{cases}$ $\begin{cases} 3y-3x-4=-7y, \\ 5x+5y+9=8x; \end{cases}$ $\begin{cases} 10y-3x=4, \\ 5y-2x=-9; \end{cases}$

$\begin{cases} 3x=10y-4, \\ 5y-3x=-9; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{10y-4}{3}, \\ 5y-3\frac{10y-4}{3}=-9; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{10y-4}{3}, \\ 5y-10y+4=-9; \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{10y-4}{3}, \\ -5y=-13; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{10y-4}{3}, \\ y=\frac{13}{5}; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{10\frac{13}{5}-4}{3}, \\ y=\frac{13}{5}; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{22}{3}, \\ y=\frac{13}{5}. \end{cases}$

Відповідь. $(\frac{22}{3};\frac{13}{5})$.

2) $\begin{cases} \frac{x}{2}+y=5 \mid \cdot 2, \\ x-\frac{y}{3}=3 \mid \cdot 3; \end{cases}$ $\begin{cases} x+2y=10, \\ 3x-y=9; \end{cases}$ $\begin{cases} x=10-2y, \\ 3(10-2y)-y=9; \end{cases}$ $\begin{cases} x=10-2y, \\ 30-6y-y=9; \end{cases}$

$\begin{cases} x=10-2y, \\ -7y=-21; \end{cases}$ $\begin{cases} x=10-2y, \\ y=3; \end{cases}$ $\begin{cases} x=4, \\ y=3. \end{cases}$

Відповідь: (4; 3).

1301. Розв'яжіть систему рівнянь:

$\begin{cases} \frac{2x-1}{5}+\frac{y+7}{2}=5 \mid \cdot 6, \\ \frac{3x-1}{5}+\frac{2y+1}{3}=\frac{2x+8y}{15} \mid \cdot 15; \end{cases}$ $\begin{cases} 2(2x-1)+3(y+7)=30, \\ 3(3x-1)+5(2y+1)=6x+8y; \end{cases}$

$\begin{cases} 4x-2+3y+21=30, \\ 9x-3+10y+5=6x+8y; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x+3y=11, \\ 3x+2y=-2; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x+3y=11, \\ 2y=-2-3x; \end{cases}$

$\begin{cases} 4x+3y=11, \\ y=\frac{-2-3x}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x+3\frac{-2-3x}{2}=11 \mid \cdot 2, \\ y=\frac{-2-3x}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} 8x-3(2+3x)=22, \\ y=\frac{-2-3x}{2}; \end{cases}$

$\begin{cases} 8x-6-9x=22, \\ y=\frac{-2-3x}{2}; \end{cases}$ $\begin{cases} x=-28, \\ y=41. \end{cases}$

Відповідь: (−28; 41).

1302. Розв'яжіть рівняння з двома змінними:

1) $|x-y|+(x+2y-1)^2=0$.

Сума двох невід'ємних виразів дорівнює нулю лише тоді, коли кожен з них дорівнює нулю. Отже, розв'язком даного рівняння є розв'язок системи:

$\begin{cases} |x-y|=0, \\ (x+2y-1)^2=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=0, \\ x+2y-1=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y, \\ y+2y-1=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x=y, \\ 3y=1; \end{cases}$

$\begin{cases} x=y, \\ y=\frac{1}{3}; \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{1}{3}, \\ y=\frac{1}{3}. \end{cases}$

Відповідь: $(\frac{1}{3};\frac{1}{3})$.

2) $|x+y-6|+x^2-4xy+4y^2=0$; $|x+y-6|+(x-2y)^2=0$.

Сума двох невід'ємних чисел $|x+y-6|$ і $(x-2y)^2$ дорівнює нулю лише тоді, коли кожен із цих доданків дорівнює нулю. Маємо:

$\begin{cases} x+y-6=0, \\ x-2y=0; \end{cases}$ $\begin{cases} -x-y=-6, \\ x-2y=0; \end{cases}$ $\begin{cases} -3y=-6, \\ x-2y=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=2, \\ x-2\cdot 2=0; \end{cases}$ $\begin{cases} y=2, \\ x=4. \end{cases}$

Відповідь: (4; 2).

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1303. Розв'яжіть систему рівнянь способом додавання:

1) $\begin{cases} 2x + y = 3, \\ 3x - y = 7; \end{cases}$ $5x = 10$, $x = 2$.

З першого рівняння системи отримаємо:

$4 + y = 3$;

$y = -1$.

Відповідь: $(2; -1)$.

2) $\begin{cases} 5x + y = 6 \mid \cdot (-1), \\ 5x + 9y = 14; \end{cases}$

$\begin{cases} -5x - y = -6, \\ 5x + 9y = 14; \end{cases}$ $8y = 8$; $y = 1$.

З першого рівняння першої системи отримаємо:

$5x + 1 = 6$;

$5x = 5$;

$x = 1$.

Відповідь: $(1; 1)$;

3) $\begin{cases} x + 9y = -7 \mid \cdot (-3), \\ 3x - 7y = 13; \end{cases}$

$\begin{cases} -3x - 27y = 21, \\ 3x - 7y = 13; \end{cases}$ $-34y = 34$; $y = -1$.

З першого рівняння першої системи отримаємо:

$x - 9 = -7$,

$x = 2$.

Відповідь: $(2; -1)$;

4) $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \mid \cdot 3, \\ 7x + 15y = 51; \end{cases}$

$\begin{cases} 12x - 15y = 6, \\ 7x + 15y = 51; \end{cases}$ $19x = 57$; $x = 3$.

З першого рівняння першої системи отримаємо:

$12 - 5y = 2$;

$5y = 10$;

$y = 2$.

Відповідь: $(3; 2)$.

1304. Розв'яжіть систему рівнянь способом додавання:

1) $\begin{cases} 7x + 2y = 3 \mid \cdot (-3), \\ 4x + 3y = -2 \mid \cdot 2; \end{cases}$

$\begin{cases} -21x - 6y = -9, \\ 8x + 6y = -4; \end{cases}$ $-13x = -13$, $x = 1$.

З першого рівняння першої системи отримаємо:

$7 + 2y = 3$;

$2y = -4$;

$y = -2$.

Відповідь: $(1; -2)$;

2) $\begin{cases} 7x + 12y = 53 \mid \cdot (-3), \\ 5x - 18y = -2 \mid \cdot 2; \end{cases}$

$\begin{cases} 21x + 36y = 159, \\ 10x - 36y = -4; \end{cases}$ $31x = 155$; $x = 5$.

З першого рівняння першої системи отримаємо:

$35 + 12y = 53$,

$12y = 18$;

$y = 1{,}5$.

Відповідь: $(5; 1{,}5)$.

3) $\begin{cases} 4x + 7y = -5 \mid \cdot (-3), \\ 6x + 9y = -6 \mid \cdot 2; \end{cases}$

$\begin{cases} -12x - 21y = -15, \\ 12x + 18y = -12; \end{cases}$ $-3y = -3$; $y = 1$.

З першого рівняння першої системи отримаємо:

$4x - 7 = -5$;

$4x = 2$;

$x = 0{,}5$.

Відповідь: $(0{,}5; -1)$;

4) $\begin{cases} 5(a - 3b) + 6a = 7, \\ 0{,}5(a + 6b) - 1{,}5b = 2{,}5; \end{cases}$

$\begin{cases} 5a - 15b + 6a = 7, \\ 0{,}5a + 3b - 1{,}5b = 2{,}5; \end{cases}$

$\begin{cases} 11a - 15b = 7, \\ 0{,}5a + 1{,}5b = 2{,}5 \mid \cdot 10; \end{cases}$

$\begin{cases} 11a - 15b = 7, \\ 5a + 15b = 25; \end{cases}$ $16a = 32$; $a = 2$.

З першого рівняння останньої системи отримаємо:

$22 - 15b = 7$;

$15b = 15$;

$b = 1$.

Відповідь: $(2; 1)$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

1305. З'ясуйте кількість розв'язків системи рівнянь залежно від коефіцієнта a

$\begin{cases} 2x + y = 3 \mid \cdot 2, \\ 4x + ay = 6; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x + 2y = 6, \\ 4x + ay = 6. \end{cases}$

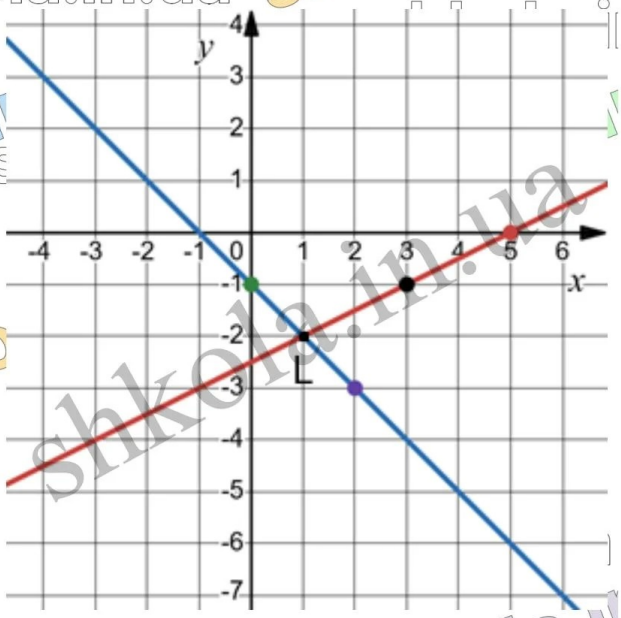
Якщо a = 2, то система має безліч розв'язків. Якщо $a \neq 2$, то система має один розв'язок.

1306. Розв'яжіть систему рівнянь трьома способами (графічним, підстановки, додавання):

1) а) Розв'язування системи рівнянь графічним способом:

$x - 2y = 5$		
x	3	5
y	0	1

$x + y = -1$		
x	0	2
y	−1	−3



Графіки перетинаються в точці L(1; −2).

Розв'язком системи є пара чисел (1; −2).

б) розв'язування системи рівнянь методом підстановки:

$\begin{cases} x - 2y = 5, \\ x + y = -1; \end{cases}$ $\begin{cases} x - 2y = 5, \\ x = -1 - y; \end{cases}$ $\begin{cases} -1 - y - 2y = 5, \\ x = -1 - y; \end{cases}$ $\begin{cases} -3y = 6, \\ x = -1 - y; \end{cases}$ $\begin{cases} y = -2, \\ x = 1. \end{cases}$

Відповідь: (1; −2).

в) розв'язування системи рівнянь методом додавання:

$\begin{cases} x - 2y = 5 \mid \cdot (-1), \\ x + y = -1; \end{cases}$ $\begin{cases} -x + 2y = -5, \\ x + y = -1; \end{cases}$ $3y = -6;\ y = -2.$

З другого рівняння першої системи отримаємо: $x - 2 = -1;\ x = 1.$

Відповідь: (1; −2);

2) а) розв'язування системи рівнянь графічним способом:

$2x + y = 7$		
x	1	2
y	5	3

$-x + 3y = 0$		
x	−3	0
y	−1	0



Графіки перетинаються в точці E(3; 1).

Розв'язком системи є пара чисел (3; 1).

б) розв'язування системи рівнянь методом підстановки:

$\begin{cases} 2x + y = 7, \\ -x + 3y = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 7 - 2x, \\ -x + 3(7 - 2x) = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 7 - 2x, \\ -x + 21 - 6x = 0; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 7 - 2x, \\ -7x = -21; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 7 - 2x, \\ x = 3; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 1, \\ x = 3. \end{cases}$

Відповідь: (3; 1);

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

в) розв'язування системи рівнянь методом додавання:

$\begin{cases} 2x + y = 7, \\ -x + 3y = 0 \mid \cdot 2; \end{cases} \begin{cases} 2x + y = 7, \\ -2x + 6y = 0; \end{cases}$ $7y = 7;\ y = 1.$

З першого рівняння першої системи отримаємо:

$2x + 1 = 7;\ 2x = 6;\ x = 3.$

Відповідь: (3; 1).

1307. Знайдіть розв'язок системи рівнянь:

1) $\begin{cases} 2 - 5x = 3(1 - y), \\ 2(x + y) = 0{,}5x + 5{,}5; \end{cases} \begin{cases} 2 - 5x = 3 - 3y, \\ 2x + 2y = 0{,}5x + 5{,}5; \end{cases} \begin{cases} 3y - 5x = 1 \mid \cdot (-2), \\ 1{,}5x + 2y = 5{,}5 \mid \cdot 3. \end{cases}$

$\begin{cases} 10x - 6y = -2, \\ 4{,}5x + 6y = 16{,}5; \end{cases}$ $14{,}5x = 14{,}5;\ x = 1.$

З першого рівняння останньої системи отримаємо:

$10 - 6y = -2;\ -6y = -12;\ y = 2.$

Відповідь: (1; 2);

2) $\begin{cases} 4(x + 7) - 9(y - 136) = 139, \\ 5(x - 1) + 4(3 - y) = -15; \end{cases} \begin{cases} 4x + 28 - 9y + 117 = 139, \\ 5x - 5 + 12 - 4y = -15; \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - 9y = -6 \mid \cdot (-5), \\ 5x - 4y = -22 \mid \cdot 4; \end{cases} \begin{cases} -20x + 45y = 30, \\ 20x - 16y = -88; \end{cases}$ $29y = -58;\ y = -2.$

З першого рівняння передостанньої системи отримаємо:

$4x + 18 = -6;\ 4x = -24;\ x = -6.$

Відповідь: (−6; −2).

1308. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} \frac{2x}{3} - \frac{4y}{5} = 2\frac{4}{15} \mid \cdot 15, \\ \frac{3x}{7} - \frac{2y}{5} = -\frac{13}{35} \mid \cdot 35; \end{cases} \begin{cases} 5 \cdot 2x - 3 \cdot 4y = 34, \\ 5 \cdot 3x + 7 \cdot 2y = -13; \end{cases}$

$\begin{cases} 10x - 12y = 34 \mid \cdot 1{,}5, \\ 15x + 14y = -13; \end{cases} \begin{cases} -15x + 18y = -51, \\ 15x + 14y = -13; \end{cases}$ $32y = -64;\ y = -2.$

З першого рівняння передостанньої системи отримаємо:

$10x + 24 = 34;\ 10x = 10;\ x = 1.$

Відповідь: (1; −2);

2) $\begin{cases} \frac{2x}{5} - \frac{y}{4} = \frac{23}{40} \mid \cdot 40, \\ \frac{4x}{15} - \frac{3y}{5} = 1\frac{1}{30} \mid \cdot 30; \end{cases} \begin{cases} 16x - 10y = 23, \\ 8x - 18y = 31 \mid \cdot (-2); \end{cases}$

$\begin{cases} 16x - 10y = 23, \\ -16x + 36y = -62; \end{cases}$ $26y = -39;\ y = -1{,}5.$

З другого рівняння передостанньої системи отримаємо:

$8x + 27 = 31;\ 8x = 4;\ x = 0{,}5.$

Відповідь: (0,5; −1,5).

1309. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} \frac{x+2}{3} + \frac{y-5}{3} = 2 \mid \cdot 3, \\ \frac{x+2}{5} - \frac{y-5}{6} = \frac{5}{3} \mid \cdot 6; \end{cases} \begin{cases} x + 2 + y - 5 = 6, \\ 3(x + 2) + (y - 5) = 10; \end{cases}$

$\begin{cases} x + y = 9, \\ 3x + 6 - y + 5 = 10; \end{cases} \begin{cases} x + y = 9, \\ 3x - y = -1; \end{cases}$ $4x = 8;\ x = 2.$

З першого рівняння останньої системи отримаємо:

$2 + y = 9;\ y = 7.$

Відповідь: (2; 7);

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) $\begin{cases} \frac{2x+1}{7} - \frac{2y+2}{6} = \frac{1}{5} \mid \cdot 35, \\ \frac{3x-2}{2} - \frac{y+4}{4} = 4 \mid \cdot 4; \end{cases} \begin{cases} 5(2x+1) + 7(2y+2) = 7, \\ 2(3x-2) + y + 4 = 16; \end{cases}$

$\begin{cases} 10x + 5 + 14y + 14 = 7, \\ 6x - 4 + y + 4 = 16; \end{cases} \begin{cases} 10x + 14y = -12 \mid : 2, \\ 6x + y = 16 \mid \cdot (-7); \end{cases} \begin{cases} 5x + 7y = -6, \\ -42x - 7y = -112; \end{cases}$

З другого рівняння передостанньої системи отримаємо:

$6 \cdot 3\frac{7}{37} + y = 16$; $y = 16 - 19\frac{5}{37} = -3\frac{5}{37}$.

Відповідь: $(3\frac{7}{37}; -3\frac{5}{37})$.

1310. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) Система $\begin{cases} 2x + y = -2, \\ -6x - 3y = 6 \mid : (-3); \end{cases} \begin{cases} 2x + y = -2, \\ 2x + y = -2; \end{cases}$ має безліч розв'язків виду (x; –2 – 2x).

Відповідь: безліч розв'язків виду (x; –2 – 2x).

2) Система $\begin{cases} x - 3y = 5 \mid \cdot 2, \\ 2x - 6y = 7; \end{cases} \begin{cases} 2x - 6y = 10, \\ 2x - 6y = 7; \end{cases}$ не має розв'язку.

Відповідь: Не має розв'язку.

1311. Чи має розв'язок система рівнянь:

1) $\begin{cases} 4x + 3y = 1, \\ 7x + 5y = 2, \\ 3x + 2y = 4. \end{cases}$

Розв'яжемо спочатку систему двох рівнянь (наприклад, першого і третього), а потім перевіряємо, чи буде знайдений розв'язок розв'язком для третього рівняння.

Маємо: $\begin{cases} 4x + 3y = 1 \mid \cdot (-2), \\ 3x + 2y = 4 \mid \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} -8x - 6y = -2, \\ 9x + 6y = 12; \end{cases}$ $x = 10$.

З першого рівняння першої системи отримуємо:

$40 + 3y = 1$; $3y = -39$; $y = -13$.

Підставляємо значення $x = 10$ і $y = -13$ у друге рівняння заданої системи й отримуємо: $70 - 65 = 5$; $5 \neq 2$. Отже, задана система не має розв'язку.

Відповідь: Не має розв'язку.

2) $\begin{cases} 3x - 4y = 10, \\ 4x + 7y = 1, \\ 5x + 6y = 4. \end{cases}$

Розв'язуємо систему, утворену з першого і другого рівнянь.

Маємо: $\begin{cases} 3x - 4y = 10 \mid \cdot (-4), \\ 4x + 7y = 1 \mid \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} -12x - 16y = -40, \\ 12x + 21y = 3; \end{cases}$ $37y = -37$; $y = -1$.

З першого рівняння першої системи отримуємо:

$3x + 4 = 10$; $3x = 6$; $x = 2$.

Підставляємо значення $x = 2$ і $y = -1$ у третє рівняння заданої системи і отримаємо: $10 - 6 = 4$; $4 = 4$. Отже, задана система має розв'язком пару чисел $(2; -1)$.

Відповідь: $(2; -1)$.

1312. Графік прямої $y = kx + l$ перетинає вісь x у точці з абсцисою 4, а вісь y – у точці з ординатою -5.

1) Задайте функцію формулою.

Якщо графік прямої $y = kx + l$ проходить через точки $(4; 0)$ і $(0; -5)$, то вони повинні задовольняти систему:

$\begin{cases} 0 = k \cdot 4 + l, \\ -5 = k \cdot 0 + l; \end{cases} \begin{cases} 4k + l = 0, \\ l = -5; \end{cases} \begin{cases} 4k - 5 = 0, \\ l = -5; \end{cases} \begin{cases} 4k = 5, \\ l = -5; \end{cases} \begin{cases} k = 1{,}25, \\ l = -5. \end{cases}$

Відповідь: $y = 1{,}25x - 5$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) З'ясуйте, чи проходить її графік через точку (−80; −105).

Графік прямої $y = 1{,}25x - 5$ проходить через точку (−80; −105), бо:

$-105 = 1{,}25 \cdot (-80) - 5$; $-105 = -105$.

Відповідь: так.

1313. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} 3(x - 2y) + x(7 - 2y) = 2y(1 - x), \\ 4(x - y - 1) + 5(x + y - 1) = 32; \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - 6y + 7x - 2xy = 2y - 2xy, \\ 4x - 4y - 4 + 5x + 5y - 5 = 32; \end{cases}$

$\begin{cases} 3x - 6y + 7x - 2xy - 2y + 2xy = 0, \\ 4x - 4y + 5x + 5y = 32 + 4 + 5; \end{cases}$ $\begin{cases} 10x - 8y = 0, \\ 9x + y = 41 \mid \cdot 8; \end{cases}$ $\begin{cases} 10x - 8y = 0, \\ 72x + 8y = 328. \end{cases}$

$82x = 328$; $x = 4$. З першого рівняння останньої системи отримаємо:

$40 - 8y = 0$; $8y = 40$; $y = 5$.

Відповідь: (4; 5);

2) $\begin{cases} (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = (x + 3)^2 + (y + 1)^2, \\ (y - 2)^2 + (y + 2)^2 = (x + 6)^2 - (x - 1)^2; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = x^2 + 6x + y^2 + 2y + 1, \\ y^2 - 4y + 4 - y^2 - 4y - 4 = x^2 + 12x + 36 - x^2 + 2x - 1; \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 + 4x + y^2 - 2y - x^2 - 6x - y^2 - 2y = 9 + 1 - 4 - 1, \\ y^2 - 4y - y^2 - 4y - x^2 - 12x + x^2 - 2x = 36 - 1; \end{cases}$

$\begin{cases} -2x - 4y = 5 \mid \cdot (-2), \\ -14x - 8y = 35; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x + 8y = -10, \\ -14x - 8y = 35. \end{cases}$ $-10x = 25$; $x = -2{,}5$.

З першого рівняння останньої системи отримаємо:

$-10 + 8y = -10$; $8y = 0$; $y = 0$.

Відповідь: (−2,5; 0).

1314. Для якого значення a система рівнянь 1) має безліч розв'язків; 2) не має розв'язків? 3) Чи існує таке значення a, при якому система має єдиний розв'язок?

1) Система $\begin{cases} 5x + 4y = 2 \mid \cdot 2, \\ 10x + 8y = a. \end{cases}$ $\begin{cases} 10x + 8y = 4, \\ 10x + 8y = a. \end{cases}$ має безліч розв'язків, якщо $a = 4$;

2) Система $\begin{cases} 5x + 4y = 2 \mid \cdot 2, \\ 10x + 8y = a. \end{cases}$ $\begin{cases} 10x + 8y = 4, \\ 10x + 8y = a. \end{cases}$ не має розв'язків, якщо $a \neq 4$;

3) $\begin{cases} 5x + 4y = 2 \mid \cdot 2, \\ 10x + 8y = a. \end{cases}$ $\begin{cases} 10x + 8y = 4, \\ 10x + 8y = a. \end{cases}$

При всіх значеннях a система або має безліч розв'язків, якщо $a = 4$, або не має розв'язків, якщо $a \neq 4$, тому не існує такого значення a, при якому система має єдиний розв'язок.

1315. Для якого значення b система рівнянь 1) має безліч розв'язків; 2) має єдиний розв'язок? Знайдіть цей розв'язок.

1) Система $\begin{cases} 12x - 9y = 15, \\ 4x + by = 5 \mid \cdot 3; \end{cases}$ $\begin{cases} 12x - 9y = 15, \\ 12x + 3by = 15; \end{cases}$ має безліч розв'язків, якщо $3b = -9$;

$b = -3$;

2) $\begin{cases} 12x - 9y = 15, \\ 4x + by = 5 \mid \cdot 3; \end{cases}$ $\begin{cases} 12x - 9y = 15, \\ -12x - 3by = -15; \end{cases}$ $-9y - 3by = 0$; $(-9 - 3b)y = 0$.

Система має єдиний розв'язок, якщо $b \neq -3$. Знайдемо цей розв'язок:

$y = 0$, $12x = 15$; $x = 1{,}25$.

1316. За 3 год автобусом і 5 год потягом турист подолав 450 км. Знайдіть швидкість автобуса і швидкість потяга, якщо швидкість потяга на 10 км/год більша за швидкість автобуса.

Нехай швидкість автобуса дорівнює x км/год, а потяга — y км/год. Система:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$\begin{cases} 3x + 5y = 450, \\ y - x = 10 \mid \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} 3x + 5y = 450, \\ -3x + 3y = 30; \end{cases}$ $8y = 480$; $y = 60$.

З другого рівняння першої системи отримаємо: $60 - x = 10$; $x = 50$.

Відповідь: Швидкість автобуса 50 км/год, потяга — 60 км/год.

1317. За 7 порцій млинців і 2 салати заплатили 468 грн. Скільки коштує одна порція млинців і скільки – один салат, якщо дві порції млинців на 27 грн дешевші за три салати?

Нехай одна порція млинців коштує x грн, а одна порція салату — y грн. Система:

$\begin{cases} 7x + 2y = 468 \mid \cdot (-3), \\ 3y - 2x = 27 \mid \cdot 2; \end{cases} \begin{cases} -6y - 21x = -1404, \\ 6y - 4x = 54; \end{cases}$ $-25x = -1350$; $x = 54$.

З другого рівняння першої системи отримаємо: $3y - 2 \cdot 54 = 27$; $3y = 135$; $y = 45$.

Відповідь: Одна порція млинців коштує 54 грн, а одна порція салату — 45 грн.

1318. Теплохід за 3 год за течією і 2 год проти течії долає 142 км. Цей самий теплохід за 4 год проти течії долає на 14 км більше, ніж за 3 год за течією. Знайдіть власну швидкість теплохода і швидкість течії.

Нехай власна швидкість теплохода x км/год, а швидкість течії — y км/год, тоді швидкість теплохода проти течії дорівнює $(x - y)$ км/год, а за течією — $(x + y)$ км/год.

Система:

$\begin{cases} 3(x + y) + 2(x - y) = 142, \\ 4(x - y) - 3(x + y) = 14; \end{cases} \begin{cases} 3x + 3y + 2x - 2y = 142, \\ 4x - 4y - 3x - 3y = 14; \end{cases} \begin{cases} 5x + y = 142, \\ x - 7y = 14 \mid \cdot (-5); \end{cases}$

$\begin{cases} 5x + y = 142, \\ -5x + 35y = -70; \end{cases}$ $36y = 72$; $y = 2$.

З другого рівняння передостанньої системи отримаємо:

$x - 14 = 14$; $x = 28$.

Відповідь: Власна швидкість теплохода 28 км/год, а швидкість течії — 2 км/год.

1319. Майстер і його учень повинні були виготовити 114 деталей. Після того як учень пропрацював 2 год, до роботи приєднався майстер, і вони разом закінчили виготовлення деталей за 3 год. Скільки деталей за годину виготовляв майстер і скільки учень, якщо майстер за 2 год виготовляє стільки ж деталей, скільки учень за 3 год?

Нехай майстер за 1 год виготовив x деталей, а учень — y деталей.

Система: $\begin{cases} 2y + 3(x + y) = 114, \\ 2x = 3y; \end{cases} \begin{cases} 2y + 3x + 3y = 114, \\ 2x - 3y = 0; \end{cases}$

$\begin{cases} 3x + 5y = 114 \mid \cdot \mid (-2), \\ 2x - 3y = 0 \mid \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} -6x - 10y = -228, \\ 6x - 9y = 0; \end{cases}$ $-19y = -228$; $y = 12$.

З другого рівняння першої системи отримаємо: $2x = 36$; $x = 18$.

Відповідь: Майстер за год виготовив 18 деталей, а учень — 12 деталей.

1320. Два ящики наповнено грушами. Якщо з другого ящика перекласти в перший 10 груш, то в обох ящиках груш стане порівну. Якщо ж з першого ящика перекласти в другий 44 груші, то груш у першому ящику залишиться в 4 рази менше, ніж у другому. Скільки груш у кожному ящику?

Нехай у першому ящику було x груш, а в другому — y груш. Система:

$\begin{cases} y - 10 = x + 10, \\ 4(x - 44) = y + 44; \end{cases} \begin{cases} y - x = 20, \\ 4x - 176 = y + 44; \end{cases} \begin{cases} y - x = 20, \\ -y + 4x = 220; \end{cases}$

З першого рівняння останньої системи отримаємо:

$y - 80 = 20$; $y = 100$.

Відповідь: У першому ящику було 80 груш, а в другому — 100 груш.

1321. Різниця між половиною одного числа і 0,75 другого дорівнює 8. Якщо перше число зменшити на свою сьому частину, а друге збільшити на свою дев'яту частину, то їх сума

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

становитиме 100. Знайдіть дані числа.

Нехай перше число дорівнює x, а друге число — y.

Перше рівняння: 0,5x – 0,75y = 8 | · 4; 2x – 3y = 32. Перше число після зменшення дорівнює: $x - \frac{1}{7}x = \frac{6}{7}x$, друге число після збільшення — $y + \frac{1}{9}y = 1\frac{1}{9}y$.

Друге рівняння: $\frac{6}{7}x + 1\frac{1}{9}y = 100$.

Система: $\begin{cases} 2x - 3y = 32, \\ \frac{6}{7}x + \frac{10}{9}y = 100 \mid \cdot 63; \end{cases} \begin{cases} 2x - 3y = 32 \mid \cdot (-27), \\ 4(x - 44) = y + 44; \end{cases}$

$\begin{cases} -54x + 81y = -864, \\ 54x + 70y = 6300; \end{cases}$ 151y = 5436; y = 36.

З першого рівняння першої системи отримаємо: 2x – 108 = 32; 2x = 140; x = 70.

Відповідь: Перше число дорівнює 70, а друге — 36.

1322. Сума трьох чисел, з яких друге в 5 разів більше за перше, дорівнює 140. Якщо друге число збільшити на 15 %, третє зменшити на 10 %, а перше не змінювати, то сума цих чисел становитиме 139,5. Знайдіть дані числа.

Нехай друге число дорівнює x, третє — y, тоді перше — 140 – (x + y) = 140 – x – y.

Перше рівняння:

x = 5(140 – x – y); x = 700 – 5x – 5y; 6x +5y = 700.

Друге число після збільшення дорівнює x + 0,15x = 1,15x, а третє після зменшення — y – 0,1y = 0,9y.

Друге рівняння:

1,15x + 0,9y + 140 – x – y = 139,5; 0,15x – 0,1y = –0,5.

Система:

$\begin{cases} 6x + 5y = 700 \mid \cdot 2, \\ 0{,}15x - 0{,}1y = -0{,}5 \mid \cdot 100; \end{cases} \begin{cases} 12x + 10y = 1400, \\ 15x - 10y = -50; \end{cases}$ 27x = 1350; x = 50.

З першого рівняння першої системи отримаємо:

300 + 5y = 700; 5y = 400; y = 80.

Перше число дорівнює: 140 – 50 – 80 = 10.

Відповідь: Перше число 10, друге — 50, третє — 80.

1323. Периметр прямокутника на 154 см більший за одну з його сторін і на 140 см більший за другу. Знайдіть площу прямокутника.

Нехай довжина прямокутника дорівнює x, а ширина — y. Система:

$\begin{cases} 2x + 2y - x = 154, \\ 2x + 2y - y = 140; \end{cases} \begin{cases} x + 2y = 154, \\ 2x + y = 140 \mid \cdot (-2); \end{cases} \begin{cases} x + 2y = 154, \\ -4x - 2y = -280; \end{cases}$ –3x = –126; x = 42.

З першого рівняння останньої системи отримаємо:

42 + 2y = 154;

2y = 112;

y = 56.

Площа прямокутника дорівнює S = xy = 42 · 56 = 2352 (см^2).

Відповідь: площа прямокутника 2352 см^2.

1324. Сума цифр деякого двоцифрового числа дорівнює 8. Якщо його цифри поміняти місцями, то одержимо число, що на 18 більше за дане. Знайдіть дане число.

Нехай двоцифрове число дорівнює xy = 10x + y.

Перше рівняння: x + y = 8. Якщо поміняти місцями цифри, то отримаємо число yx = 10y + x.

Друге рівняння:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$10y + x - 10x - y = 18$; $9y - 9x = 18$; $y - x = 2$.

Система:

$\begin{cases} x + y = 8, \\ y - x = 2; \end{cases}$ $2y = 10$; $y = 5$.

З першого рівняння системи отримаємо:

$5 + x = 8$; $x = 3$.

Шукане число 35.

Відповідь: 35.

1325. У двох бідонах ємністю 20 л і 15 л вже є певна кількість молока. Якщо більший бідон долити до краю молоком з меншого, то в меншому залишиться половина початкової кількості. Якщо ж долити менший бідон до краю молоком з більшого, то в більшому залишиться $\frac{2}{3}$ від початкової кількості. По скільки літрів молока в кожному бідоні?

Нехай у меншому бідоні x л молока, а у більшому — y л молока. У більший бідон з меншого долили молока $\frac{1}{2}x$ л, у менший бідон з більшого $(1 - \frac{2}{3})y = \frac{1}{3}y$ л молока. Система:

$\begin{cases} \frac{1}{2}x + y = 20 \mid \cdot 2, \\ -6 - 2y = -90; \end{cases}$ $\begin{cases} x + 2y = 40, \\ -5x = -50; \end{cases}$ $x + \frac{1}{3}y = 15 \mid \cdot(-6)$; $x = 10$.

З першого рівняння останньої системи отримаємо:

$10 + 2y = 40$;

$2y = 30$;

$y = 15$.

Відповідь: У меншому бідоні 10 л молока, а у більшому — 15 л молока.

Завдання для перевірки знань за курс алгебри 7 класу

1. Перевірте, чи є число 7 коренем рівняння:

1) $x = 7$;

$7 - 2 = 5$;

$5 = 5$ — число 7 є коренем рівняння $x - 2 = 5$;

2) $x = 7$;

$56 : 7 \neq 6$;

$8 \neq 6$ — число 7 є коренем рівняння $56 : x = 6$.

2. Виконайте дії:

1) $p^4p^3 = p^{4+3} = p^7$; **2)** $t^9 : t^5 = t^{9-5} = t^4$.

3. Чи проходить графік рівняння $x - y = 5$ через точку:

1) $x - y = 5$; $M(6; 2)$;

$6 - 2 \neq 5$;

$4 \neq 5$ — графік рівняння не проходить через точку M;

2) $x - y = 5$; $N(4; -1)$;

$4 - (-1) = 5$;

$5 = 5$ — графік рівняння проходить через точку N.

4. Спростіть вираз:

1) $(x - 3)(x + 3) - x(x - 5) = x^2 - 9 - x^2 + 5x = 5x - 9$;

2) $(a + 2)^2 + (a - 7)(a + 3) = a^2 + 4a + 4 + a^2 - 7a + 3a - 21 = 2a^2 - 17$.

5. Розкладіть на множники:

1) $14p^3 - 21p^2m = 7p^2(2p - 3m)$;

2) $3a^2 - 12b^2 = 3(a^2 - 4b^2) = 3(a - 2b)(a + 2b)$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

6. Розв'яжіть рівняння

$5(x - 3) - 3(x + 2) = 3 - x;$

$5x - 15 - 3x - 6 = 3 - x;$

$5x - 3x + x = 3 + 15 + 6;$

$3x = 24;$

$x = 8.$

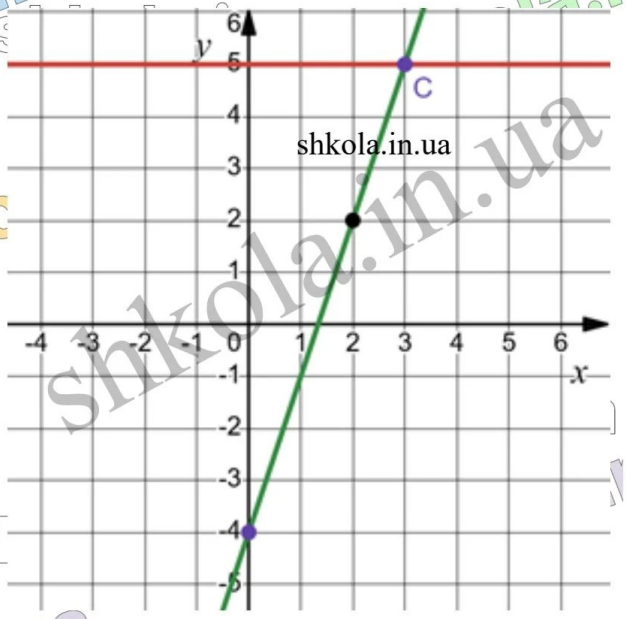
Відповідь: 8.

7. Побудуйте в одній системі координат графіки функцій $y = 3x - 4$ і $y = 5$ та знайдіть координати точки їх перетину.

Графік функції $y = 5$ — пряма, яка проходить через точку $(0; 5)$ паралельно до осі x.

$y = 3x - 4$		
x	0	2
y	–4	2

Графіків функції перетинаються в точці $C(3; 5)$.



8. Розв'яжіть систему рівнянь:

$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \mid \cdot(-3), \\ -4x + 3y = 16 \mid \cdot 2; \end{cases} \begin{cases} -9x - 6y = -15, \\ -8x + 6y = 32; \end{cases} \begin{cases} -17x = 17, \\ -8x + 6y = 32; \end{cases}$

$\begin{cases} x = -1, \\ -8 \cdot (-1) + 6y = 32; \end{cases} \begin{cases} x = -1, \\ 6y = 32 - 8; \end{cases} \begin{cases} x = -1, \\ 6y = 24; \end{cases} \begin{cases} x = -1, \\ 6y = 4; \end{cases}$

Відповідь: $(-1; 4)$.

9. З пункту A до пункту B вирушив пішохід. Через 1 год назустріч йому з пункту B виїхав велосипедист. Відстань між пунктами A і B дорівнює 58 км, а швидкість велосипедиста на 10 км/год більша за швидкість пішохода. Знайдіть швидкість велосипедиста і швидкість пішохода, якщо вони зустрілися через 4 год після виходу пішохода.

Нехай x км/год — швидкість пішохода, y км/год — швидкість велосипедиста. Перше рівняння: $y - x = 10$. За 4 год пішохід пройшов $4x$ км, а велосипедист за $4 - 1 = 3$ (год) проїхав $3y$ км. Разом вони подолали 58 км. Друге рівняння: $4x + 3y = 58$. Система:

$\begin{cases} y - x = 10 \mid \cdot 4, \\ 4x + 3y = 58; \end{cases} \begin{cases} 4y - 4x = 40, \\ 4x + 3y = 58; \end{cases} \begin{cases} y - x = 40, \\ 7y = 98; \end{cases} \begin{cases} 14 - x = 40, \\ y = 14; \end{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = 14. \end{cases}$

Отже, швидкість велосипедиста дорівнює 14 км/год, а швидкість пішохода — 4 км/год.

Відповідь: 14 км/год, 4 км/год.

Задачі підвищеної складності

1. Знайдіть усі цілі значення a, при яких корінь рівняння $(a + 2)x = 8$ є натуральним числом.

$(a + 2)x = 8$. Оскільки, $x = 8 : (a + 2)$, то натуральний корінь даного рівняння можна шукати лише серед значень 1, 2, 4, 8.

Якщо $x = 1$, то $(a + 2) \cdot 1 = 8$; $a + 2 = 8$; $a = 6$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

якщо x = 2, то (a + 2) · 2 = 8; a + 2 = 4; a = 2;
якщо x = 4, то (a + 2) · 4 = 8; a + 2 = 2; a = 0;
якщо x = 8, то (a + 2) · 8 = 8; a + 2 = 1, a = –1.
Відповідь: –1, 0, 2, 6.

2. Перша цифра чотирицифрового числа дорівнює 7. Якщо цю цифру переставити на останнє місце, то одержимо число, менше від початкового на 1746. Знайдіть початкове число.

Нехай початкове число дорівнює 7abc = 7000 + abc, тоді змінене — abc7 = 10abc + 7 і позначимо abc = x.
Рівняння:
7000 + x – 10x – 7 = 1746;
9x = 5247;
x = 583.
Початкове число 7583.
Відповідь: 7583.

3. Не розв'язуючи рівняння 5(2024x + 2025) = 13, доведіть, що його корінь не є цілим числом.

Припустимо, що корінь рівняння 5(2024x + 2025) = 13 є цілим числом, тоді 2024x + 2025 також ціле число. Отже, число 13 є добутком цілого числа і числа 5, що неможливо, оскільки 13 — просте число.

4. Розв'яжіть рівняння:

1) |x| + |x – 2| = 0;
|x| = 0 і |x – 2| = 0;
x = 0 і x – 2 = 0;
x = 0 і x = 2 — не має розв'язку.
Відповідь: Не має розв'язку;

2) |x – 3| + |6 – 2x| = 0;
|x – 3| = 0 і |6 – 2x| = 0;
x – 3 = 0 і 6 – 2x = 0;
x = 3 і x = 3.
Відповідь: 3.

5. Скільки розв'язків залежно від числа a (кажуть: параметра a) має рівняння: 1) ax = 2; 2) ax = 0?

1) ax = 2.
Якщо a = 0, то 0 · x = 2 — рівняння не має розв'язку;
якщо a ≠ 0, то x = 2 : a.
Відповідь: Якщо a = 0, то рівняння не має розв'язку;
якщо a ≠ 0, то рівняння має єдиний корінь;

2) ax = 0.
Якщо a = 0, то 0 · x = 0 — рівняння має безліч розв'язків;
якщо a ≠ 0, то $x = \frac{0}{a} = 0$ — рівняння має єдиний корінь.
Відповідь: Якщо a = 0, то рівняння має безліч розв'язків;
якщо a ≠ 0 то — єдиний корінь.

6. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння відносно змінної x:

1) 2x – a = 15;
2x = 15 + a;
$x = \frac{15 + a}{2}$ — для всіх значень a.
Відповідь: $x = \frac{15 + a}{2}$ — для всіх значень a;

2) 7x – a = 2x + 4a – 9;
7x – 2x = 4a – 9 + a;
5x = 5a – 9;
$x = \frac{5a - 9}{5}$ — для всіх значень a.
Відповідь: $x = \frac{5a - 9}{5}$ — для всіх значень a;

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

3) $(a - 3)x = 7$.
Якщо $a \neq 3$, то $x = \frac{7}{a-3}$;
якщо $a = 3$, то $0 \cdot x = 7$ — рівняння не має коренів.
Відповідь: Якщо $a \neq 3$, то $x = \frac{7}{a-3}$;
якщо $a = 3$, то коренів немає;

4) $ax = a$.
Якщо $a = 0$, то $0 \cdot x = 0$, де x — будь-яке число;
якщо $a \neq 0$, то $x = \frac{a}{a}$; $x = 1$.
Відповідь: Якщо $a = 0$, то x — будь-яке число;
якщо $a \neq 0$, то $x = 1$;

5) $ax + 1 = x + a$;
$ax - x = a - 1$;
$x(a - 1) = a - 1$.
Якщо $a = 1$, то $x \cdot 0 = 0$ — будь-яке число;
якщо $a \neq 1$, то $x = \frac{a-1}{a-1}$; $x = 1$.
Відповідь: Якщо $a \neq 1$, то $x = 1$;
якщо $a = 1$, то x — будь–яке число;

6) $a(x - 2) = x(a + 3)$;
$ax - 2a = ax + 3x$;
$ax - ax - 3x = 2a$;
$-3x = = 2a$;
$x = -\frac{2a}{3}$ — для всіх значень a.
Відповідь: $x = -\frac{2a}{3}$ для всіх значень a.

7. Для якого значення параметра a є рівносильними рівняння:

1) $7x + a = 5(x - a)$;
$7x + a = 5x - 5a$;
$7x - 5x = -5a - a$;
$2x = -6a$;
$x = -3a$.

$7(x + a) = 4(10 - a)$;
$7x + 7a = 40 - 4a$;
$7x = 40 - 4a - 7a$;
$7x = 40 - 11a$;
$x = \frac{40-11a}{7}$.
$-3a = \frac{40-11a}{7} \mid \cdot 7$;
$-21a = 40 - 11a$;
$-21a + 11a = 40$;
$-10a = 40$;
$a = -4$.

Отже, рівняння $7x + a = 5(x - a)$ і $7(x + a) = 4(10 - a)$ — рівносильні, якщо $a = -4$.
Відповідь: Якщо $a = -4$;
2) $(a + 7)x = 18$ — рівняння не має коренів,
якщо $a = -7$; $|x| = -1$ — рівняння не має коренів.
Отже, рівняння $(a + 7)x = 18$ і $|x| = -1$ — рівносильні, якщо $a = -7$.
Відповідь: Якщо $a = -7$.

8. Потяг проїжджає повз нерухомого пасажира за 7 с, а уздовж платформи завдовжки 378 м – за 25 с. Знайдіть швидкість і довжину потяга.
Нехай швидкість потяга x м/с, тоді довжина потяга дорівнює:
а) 7x м — як шлях, пройдений потягом повз нерухомого пасажира;
б) $(25x - 378)$ м — як шлях, пройдений потягом уздовж платформи без довжини платформи.
Рівняння:
$7x = 25x - 378$;
$18x = 378$;
$x = 21$.
Довжина потяга дорівнює $7 \cdot 21 = 147$ (м).
Відповідь: 21 м/с; 147 м.

9. Потяг проїжджає по мосту, довжина якого 171 м, за 27 с, а повз пішохода, який рухається зі швидкістю 1 м/с назустріч потягу, – за 9 с. Знайдіть швидкість і довжину потяга.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

Нехай швидкість потяга x м/с, тоді довжина потяга дорівнює:
а) (27x – 171) м — як шлях, який проходить потяг мостом без довжини мосту;
б) (9x + 9) м — як шлях, пройдений потягом повз пішохода, який йде назустріч.
Рівняння:
27x – 171 = 9x + 9;
18x = 180; x = 10.
Довжина потяга дорівнює 9 · 10 + 9 = 99 (м).
Відповідь: 10 м/с; 99 м.

10. Через першу трубу басейн заповнюється водою за половину того часу, що потрібний другій трубі для заповнення $\frac{2}{3}$ цього басейну. Через другу трубу окремо басейн заповнюється на 4 год довше, ніж через першу трубу. За який час заповнює басейн кожна труба окремо?

Нехай час, за який наповнюється басейн через другу трубу дорівнює x год, тоді час, за який наповнюється $\frac{2}{3}$ цього басейну — $\frac{2}{3}$x год, а час, за який наповнюється басейн через першу трубу — $\frac{2}{3}x \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}x$ (год).
Рівняння:
$x - \frac{1}{3}x - 4 \mid \cdot 3$;
3x – x = 12;
2x = 12;
x = 6.
Через першу трубу басейн наповнюється за $\frac{1}{3} \cdot 6 = 2$ (год).
Відповідь: 6 год; 2 год.

11. Знайдіть кути рівнобедреного трикутника, якщо один з них складає 25 % від другого.
1) Нехай кут при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює x°, а кути при основі — по (0,25x)°.
Рівняння:
x + 0,25x + 0,25x = 180;
1,5x = 180;
x = 120.
Кути при основі дорівнюють (180 – 120)° : 2 = 30°;
2) нехай кути при основі рівнобедреного трикутника дорівнюють по x°, тоді кут при вершині — 0,25x°.
Рівняння:
x + x + 0,25x = 180;
2,25x = 180;
x = 80.
Третій кут рівнобедреного трикутника дорівнює 180° – (2 · 80)° = 20°. *Відповідь:* 120°, 30°, 30° або 80°, 80°, 20°.

12. Для ремонту двох кімнат придбали шпалери. На ремонт першої кімнати використали на 2 рулони більше, ніж половина придбаного, а на ремонт другої кімнати – $\frac{2}{3}$ від кількості рулонів, що була використана на ремонт першої кімнати.Скільки рулонів шпалер було придбано, якщо після ремонтуобох кімнат залишився невикористаним один рулон?
Нехай купили x рулонів шпалер. На обклеювання першої кімнати пішло (2 + 0,5x) рулонів, а другої — $\frac{2}{3}$ (0,5x + 2) рулонів.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

Рівняння:

$(0{,}5x + 2) + \frac{2}{3}(0{,}5x + 2) + 1 = x;$

$\frac{1}{2}x + 2 + \frac{1}{3}x + \frac{4}{3} + 1 = x \mid \cdot 6;$

$3x + 12 + 2x + 8 + 6 = 6x;$

$x = 26.$

Відповідь: 26 рулонів.

13. Сплав міді й цинку містить на 320 г більше міді, ніж цинку. Після того як від сплаву відокремили $\frac{6}{7}$ тієї маси міді й 60% тієї маси цинку, що в ньому містилися, маса сплаву стала дорівнювати 100 г. Якою була початкова маса сплаву?

Нехай у сплаві міститься x г цинку, тоді міді — (x + 320) г. Після того, як зі сплаву виділили $\frac{6}{7}$ міді, то її залишилося — $\frac{1}{7}(x + 320)$ г, а коли виділили 60% = 0,6 цинку, то його залишилося — 0,4x г.

Рівняння:

$\frac{1}{7}(x + 320) + 0{,}4x = 100 \mid \cdot 7;$

$x + 320 + 2{,}8x = 700;$

$3{,}8x = 380;$

$x = 100.$

Початкова маса сплаву дорівнює $x + 320 + x = 2x + 320 = 2 \cdot 100 + 320 = 520$ (г).

Відповідь: 520 г.

14. Рівність $(I + B + A + H)^4 = IBAH$ є правильною. Знайдіть число IBAH, якщо різним буквам відповідають різні цифри.

Цифри I, B, A, H можуть набувати значень 0, 1, 2, 3, 4. 5, 6, бо сума з цифрою 7 в комбінації з іншими, навіть з найменшими дорівнює: 7 + 0 + 1 + 2 = 10, а $10^4 = 100000$ є п'ятизначне число, що суперечить умові. Найменше сума цифр може дорівнювати 0 + 1 + 2 + 3 = 6. Отже, $6 \le I + B + A + H < 10$. Маємо: $6^4 = 1296$ — не підходить, бо є цифра 9;

$7^4 = 2401$; $8^4 = 4096$ – не підходить, бо є цифра 9;

$9^4 = 6561$ — не підходить, бо є дві однакових цифри. Шуканим числом є 2401.

Відповідь: 2401.

15. На скільки відсотків збільшиться площа прямокутника, якщо його довжину збільшити на 15 %, а ширину – на 20%?

Нехай довжина прямокутника x см, а ширина — y см, тоді площа дорівнює xy $см^2$. Після змін довжина становить x + 0,15x = 1,15x (см), ширина — y + 0,2y = 1,2y(см), а площа — 1,15x · 1,2 = 1,38xy ($см^2$). Площа прямокутника збільшилася на (1,38xy – xy): xy = 0,38 = 38%.

Відповідь: На 38%.

16. Що більше:

$\frac{10^{15}+1}{10^{16}+1} = \frac{(10^{15}+1)(10^{17}+1)}{(10^{16}+1)(10^{17}+1)};$

$\frac{10^{16}+1}{10^{17}+1} = \frac{(10^{16}+1)(10^{16}+1)}{(10^{17}+1)(10^{16}+1)};$

$(10^{15} + 1)(10^{17} + 1) = 10^{32} + 10^{15} + 10^{17} + 1 = 10^{15}(10^{17} + 10^2 + 1) + 1 = 10^{15}(10^{17} + 101) + 1;$

$(10^{16} + 1)(10^{16} + 1) = 10^{32} + 2 \cdot 10^{16} + 1 = 10^{15}(10^{17} + 2 \cdot 10) + 1 = 10^{15}(10^{17} + 20) + 1.$

$10^{15}(10^{17} + 101) + 1 > 10^{15}(10^{17} + 20) + 1.$

Отже, $\frac{10^{15}+1}{10^{16}+1} > \frac{10^{16}+1}{10^{17}+1}$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

17. Доведіть, що число $2017 \cdot 2019 + 1$ є квадратом деякого натурального числа. Якого саме?

Нехай шукане натуральне число дорівнює n.

Якщо $n^2 = 2007 \cdot 2009 + 1$, то $n^2 - 1 = 2007 \cdot 2009$;

$(n - 1)(n + 1) = 2007 \cdot 2009$, де $n - 1$ і $n + 1$ — суміжні до 2008.

Отже, n = 2008.

18. Доведіть, що значення виразу $8n^3 - 8n$ при будь–якому натуральному значенні n кратне числу 24.

$8n^3 - 8n = 8n(n^2 - 1) = 8n(n - 1)(n + 1)$ — кратне 24, бо серед трьох послідовних натуральних чисел $n - 1$, n, $n + 1$ існує число, кратне 3.

19. Подайте вираз $2m^2 + 2n^2$ у вигляді суми двох квадратів.

$2m^2 + 2n^2 = m^2 + m^2 + 2mn - 2mn + n^2 + n^2 = m^2 + 2mn + n^2 + m^2 - 2mn + n^2 =$

$= (m + n)^2 + (m - n)^2$.

20. Який многочлен треба записати замість зірочки, щоб одержати тотожність:

1) $(x + 1)(x - 5) = x^2 - 5x + x - 5 = x^2 - 4x - 5$;

2) $(x^2 - x + 1)(x + 3) = x^3 + 3x^2 - x^2 - 3x + x + 3 = x^3 + 2x^2 - 2x + 3$.

21. Розкладіть на множники:

1) $a^2b^2 - 2ab^2 + b^2 + a^4 - 2a^2 + 1 = (ab - b)^2 + (a^2 - 1)^2 = (b(a - 1))^2 + ((a - 1)(a + 1))^2 =$

$= b^2(a - 1)^2 + (a - 1)^2(a + 1)^2 = (a - 1)^2(b^2 + (a + 1)^2) = (a - 1)^2(b^2 + a^2 + 2a + 1)$;

2) $1 - 3t + 3t^2 - t^3 = (1 - t^3) - (3t - 3t^2) = (1 - t)(1 + t + t^2) - 3t(1 - t) = (1 - t)(1 + t + t^2 - 3t) =$

$= (1 - t)(1 - 2t + t^2) = (1 - t)(1 - t)^2 = (1 - t^3)$;

3) $x^6 - 3x^4 + 6x^2 - 4 = x^6 + 8 - 3x^4 + 6x^2 - 12 = (x^6 + 8) - 3(x^4 - 2x^2 + 4) =$

$= (x^2 + 2)(x^4 - 2x^2 + 4) - 3(x^4 - 2x^2 + 4) = (x^4 - 2x^2 + 4)(x^2 + 2 - 3) = (x^4 - 2x^2 + 4)(x^2 - 1) =$

$= (x^4 - 2x^2 + 4)(x - 1)(x + 1)$;

4) $2(m + 3n) + (m - n)(m + n) - 8 = 2m + 6n + m^2 - n^2 - 8 = (m^2 + 2m + 1) - (n^2 - 6n + 9) =$

$= (m + 1)^2 - (n - 3)^2 = (m + 1 - n + 3)(m + 1 + n - 3) = (m - n + 4)(m + n - 2)$;

5) $a^3 + a^2 - b^3 - b^2 = a^3 - b^3 + a^2 - b^2 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)(a + b) =$

$= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + a + b)$;

6) $8x^3 + 4x^2 - 2 = (8x^3 - 1) + (4x^2 - 1) = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) + (2x - 1)(2x + 1) =$

$= (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1 + 2x + 1) = (2x - 1)(4x^2 + 4x + 2) = 2(2x - 1)(2x^2 + 2x + 1)$.

22. Чи може сума квадратів п'яти послідовних натуральних чисел бути квадратом натурального числа?

Нехай $n - 2$, $n - 1$, n, $n + 1$, $n + 2$ — послідовні натуральні числа, тоді сума їх квадратів дорівнює: $(n - 2)^2 + (n - 1)^2 + n^2 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2 = n^2 - 4n + 4 + n^2 - 2n + 1 + n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 5n^2 + 10 = 5(n^2 + 2)$. Запис числа n^2 не може закінчуватися цифрами 3 або 8, тому запис числа $n^2 + 2$ не може закінчуватися цифрами 5 або 0, а значить число $n^2 + 2$ не ділиться на 5. Число $5(n^2 + 2)$ ділиться на 5, але не ділиться на 25, а тому не може дорівнювати квадрату натурального числа.

23. Спростіть вираз:

$(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1) =$

$= (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1) =$

$= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1) =$

$= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1) = (2^8 - 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1) =$

$= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1) = (2^{32} - 1)(2^{32} + 1)(2^{64} + 1) = (2^{64} - 1)(2^{64} + 1) = 2^{128} - 1$.

24. Число b є середнім арифметичним чисел a і c. Доведіть, що $a^2 + ac + c^2$ є середнім арифметичним чисел $a^2 + ab + b^2$ і $b^2 + bc + c^2$.

Якщо число b є середнім арифметичним чисел a і c, то $b = \frac{a + c}{2}$.

Маємо:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$\frac{(a^2+ab+b^2)+(b^2+bc+c^2)}{2} = \frac{a^2ab+2b^2bc+c^2}{2} = \frac{a^2+2b^2+c^2+b(a+c)}{2} = \frac{a^2+2(\frac{a+c}{2})^2+c^2+\frac{a+c}{2}(a+c)}{2} =$

$= \frac{a^2+\frac{(a+c)^2}{2}+c^2+\frac{(a+c)^2}{2}}{2} = \frac{a^2+(a+c)^2+c^2}{2} = \frac{a^2+a^2+2ac+c^2+c^2}{2} = \frac{2(a^2+ac+c^2)}{2} = a^2+ac+c^2.$

Отже, число $a^2 + ac + c^2$ є середнім арифметичним чисел $a^2 + ab + b^2$ і $b^2 + bc + c^2$.

25. *Задача Лагранжа.* Доведіть тотожність

$(x^2 + y^2 + z^2)(m^2+ n^2+p^2) – (xm + yn + zp)^2 = x^2m^2 + x^2n^2 + x^2p^2 + y^2m^2 + y^2n^2 + y^2p^2 + z^2m^2 + z^2n^2 + z^2p^2 – x^2m^2 – y^2n^2 – z^2p^2 – 2xmyn – 2xmzp – 2ynzp = (x^2n^2 – 2xmyn + z^2m^2) + (z^2p^2 – 2xmzp + z^2m^2) + (z^2n^2 – 2ynzp + y^2p^2) =(xn – ym)^2 + (xp – zm)^2 + (yp – zn)^2.$

Тотожність $(x^2 + y^2 + z^2)(m^2 + n^2 + p^2) – (xm + yn + zp)^2 = (xn – ym)^2 +(xp – zm)^2 + (yp – zn)^2$ — доведена.

26. Доведіть, що число abcabc є кратним числам 7, 11 і 13.

$abcabc = 1000^{abc + abc} = 1001^{abc} = 7 \cdot 11\ 13^{abc}$ — кратне 7, 11, 13.

27. Доведіть, що значення виразу $555^{777} + 777^{555}$ є кратним числу 37.

$555^{777} + 777^{555} = (111 \cdot 5)^{777} + (111 \cdot 7)^{555} = 111^{777} \cdot 5^{777} + 111^{555} \cdot 7^{555} = 111^{555}(111^{222} \cdot 5^{777} + 7^{555}) = (37 \cdot 3)^{555}(111^{222} \cdot 5^{777} + 7^{555})$ — кратне 37.

28. Яке трицифрове число є і квадратом двоцифрового числа, і кубом одноцифрового числа?

Нехай трицифрове число abc таке, що $abc = (xy)^2$ і $abc = z^3$. З останньої рівності випливає, що тільки 5, 6, 7, 8 і 9, піднесені до третього степеня, можуть бути трицифровим числом: $5^3 = 125$; $6^3 = 216$; $7^3 = 343$; $8^3 = 512$; $9^3 = 729$.

З поданих чисел лише 729 є квадратом числа 27.

Отже, $729 = 9^3$ і $729 = 27^2$.

29. Доведіть, що значення виразу $191^6 + 734^6 – 593^3$ ділиться на 10.

Число 191^6 закінчується цифрою 1, 734^6 — цифрою 6, а 593^3 — цифрою 7. Тоді значення виразу $191^6 + 734^6 – 593^3 = ...1 + ...6 – 7 = ...0$ — кратне 10.

30. Доведіть, що значення виразу $3^{n+2} – 2^{n+2} + 3^n – 2^n$ при будь–якому натуральному значенні n є кратним числу 10.

$3^{n+2} – 2^{n+2} + 3^n – 2^n = (3^n \cdot 3^2 + 3^n) – (2^n \cdot 2^2 + 2^n) = 3^n(3^2 + 1) – 2^n(2^2 + 1) = 3^n \cdot 10 – 2^n \cdot 5.$

Значення виразів $3^n \cdot 10$ і $2^n \cdot 5$ закінчуються цифрою 0, тому значення виразу $3^n \cdot 10 – 2^n \cdot 5$ теж закінчується цифрою 0 і кратне 10.

31. Подайте вираз у вигляді суми кубів двох многочленів.

$2x(x^2 + 3y^2) = 2x^3 + 6xy^2 = x^3 + x^3 + 3xy^2 + 3xy^2 = x^3 + 3xy^2 + 3x^2y + y^3 + x^3 + 3xy^2 – 3x^2y – y^3 = (x + y)^3 + x^3 – 3x^2y + 3xy^2 – y^3 = (x + y)^3 + (x – y)^3.$

32. Доведіть тотожність:

1) $(x^2 – x – 1)^2 = (x^2 – x – 1)(x^2 – x – 1) = x^4 – x^3 – x^2 – x^3 + x^2 + x – x^2 + x + 1 =$
$= x^4 – 2x^3 – x^2 + 2x + 1 = x^3(x – 2) – x(x – 2) + 1 = (x – 2)(x^3 – x) + 1 =$
$= (x – 2)(x^2 – 1) + 1 = (x – 2)(x – 1)x(x + 1) + 1$ — тотожність доведена;

2) $(x^2 + 3x + 1)^2 = (x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 1) = x^4 + 3x^3 + x^2 + 3x^3 + 9x^2 + 3x + x^2 + 3x + 1 =$
$= x^4 + 3x^3 + 3x^3 + 9x^2 + 2x^2 + 6x + 1 = x^3(x + 3) + 3x^2(x + 3) + 2x(x + 3) + 1 =$
$= (x + 3)(x^3 + 3x^2 + 2x) + 1 = (x + 3)x(x^2 + 3x + 2) + 1 = (x + 3)x(x^2 + 2x + x + 2) + 1 =$
$= (x + 3)x(x(x + 2) + (x + 2)) + 1 = x(x + 3)(x + 2)(x + 1) + 1$ — тотожність доведена.

33. Використовуючи результат попередньої задачі, доведіть, що число $2017 \cdot 2018 \cdot 2019 \cdot 2020 + 1$ є квадратом деякого натурального числа y. Знайдіть y.

З попередньої задачі маємо: $y(y + 1)(y + 2)(y + 3) + 1 = (y^2 + 3y + 1)^2$.

Тоді: $2017 \cdot 2018 \cdot 2019 \cdot 2020 + 1 = 2017 \cdot (2017 + 1)(2017 + 2)(2017 + 3) + 1 =$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$= (2017^2 + 3 \cdot 2017 + 1)^2 = (4\,068\,289 + 6051 + 1)^2 = 4\,074\,341^2$.
Отже, $y = 4\,074\,341$.

34. Доведіть, що різниця кубів двох послідовних натуральних парних чисел при діленні на 48 дає в остачі 8.

$(2n + 2)^3 - (2n)^3 = (2n + 2 - 2n)((2n + 2)^2 + 2n(2n + 2) + (2n)^2) =$
$= 2(4n^2 + 8n + 4 + 4n^2 + 4n + 4n^2) = 2(12n^2 + 12n + 4) =$
$= 24n^2 + 24n + 8 = 24(n^2 + n) + 8 = 24n(n + 1) + 8$ ділиться на 48 з остачею 8.

35. Розкладіть на множники:

1) $y^5 + y + 1 = (y^5 - y^2) + (y^2 + y + 1) = y^2(y^3 - 1) + (y^2 + y + 1) =$
$= y^2(y - 1)(y^2 + y + 1) + (y^2 + y + 1) = (y^2 + y + 1)(y^2(y - 1) + 1) = (y^2 + y + 1)(y^3 - y^2 + 1)$;

2) $m^4 + m^2 + 1 = (m^4 + 2m^2 + 1) - m^2 = (m^2 + 1)^2 - m^2 = (m^2 + 1 - m)(m^2 + 1 + m)$;

3) $x^4 + 5x^2 + 9 = (x^4 + 6x^2 + 9) - x^2 = (x^2 + 3)^2 - x^2 = (x^2 + 3 - x)(x^2 + 3 + x)$;

4) $n^4 + 4 = (n^4 + 4n^2 + 4) - 4n^2 = (n^2 + 2)^2 - 4n^2 = (n^2 + 2 - 2n) \cdot (n^2 + 2 + 2n)$;

5) $x^4 + 2a^2x^2 - 4a^2b^2 - 4b^4 = (x^4 + 2a^2x^2 + a^4) - (a^4 + 4a^2b^2 + 4b^4) = (x^2 + a^2)^2 - (a^2 + 2b^2)^2 =$
$= (x^2 + a^2 - a^2 - 2b^2)(x^2 + a^2 + a^2 + 2b^2) = (x^2 - 2b^2)(x^2 + 2a^2 + 2b^2)$;

6) $m^3 - 2m - 1 = m^3 + m^2 - (m^2 + 2m + 1) = m^2(m + 1) - (m + 1)^2 = (m + 1)(m^2 - m - 1)$;

7) $m^3 - 5m - 2 = (m^3 + 8) - (5m + 10) = (m + 2)(m^2 - 2m + 4) - 5(m + 2) =$
$= (m + 2)(m^2 - 2m + 4 - 5) = (m + 2)(m^2 - 2m - 1)$;

8) $x^4 - 2x^3y - 6x^2y^2 - 4xy^3 - y^4 = (x^4 - y^4) - (2x^3y + 2x^2y^2) - (4x^2y^2 + 4xy^3) = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2)$
$- 2x^2y(x + y) - 4xy^2(x + y) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2) - 2x^2y(x + y) - 4xy^2(x + y) =$
$= (x + y)((x - y)(x^2 + y^2) - 2x^2y - 4xy^2) = (x + y)(x^3 + xy^2 - yx^2 - y^3 - 2x^2y - 4xy^2) =$
$= (x + y)(x^3 - 3xy^2 - 3x^2y - y^3)$.

36. Порівняйте 5^{15} і 3^{23}.

$5^{15} = 5(5^2)^7 = 5 \cdot 25^7$;
$3^{23} = 3^2 \cdot 3^{21} = 9(3^3)^7 = 9 \cdot 27^7$;
$9 \cdot 27^7 > 5 \cdot 25^7$.
Отже, $3^{23} > 5^{15}$.

37. Побудуйте графік функції:

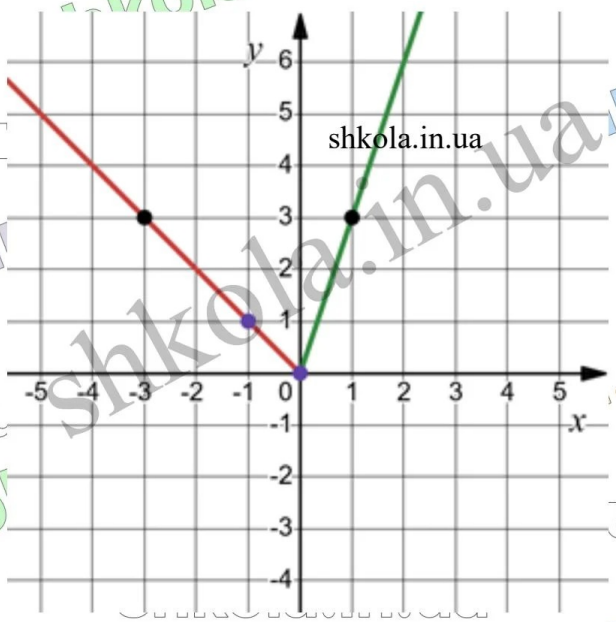
1) $y = 2|x| + x$;

$$y = \begin{cases} 2(-x) + x, \text{якщо } x < 0, \\ 2x + x, \text{якщо } x \geq 0; \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -x, \text{якщо } x < 0, \\ 3x, \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$$

$y = -x$, $x < 0$		
x	-1	-3
y	1	3

$y = 3x$, $x \geq 0$		
x	0	1
y	0	3



issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

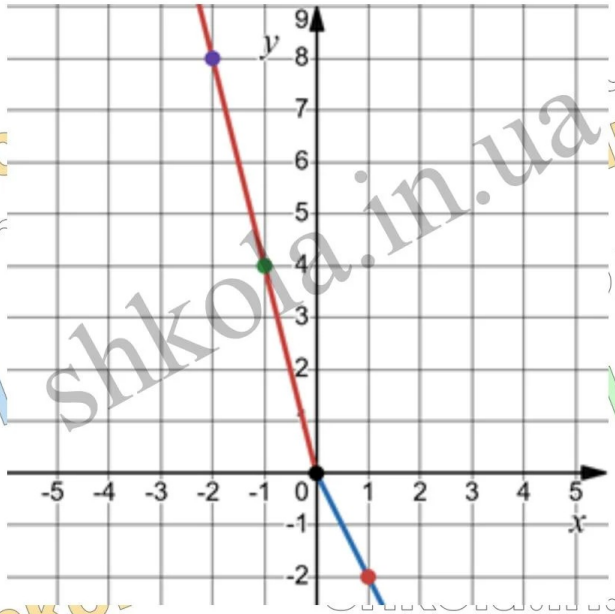
2) $y = |x| - 3x$;

$$y = \begin{cases} -x - 3x, \text{якщо } x < 0, \\ x - 3x, \text{якщо } x \geq 0; \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -4x, \text{якщо } x < 0, \\ -2x, \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$$

$y = -4x$, $x < 0$		
x	-1	-2
y	4	8

$y = -2x$, $x \geq 0$		
x	0	1
y	0	-2



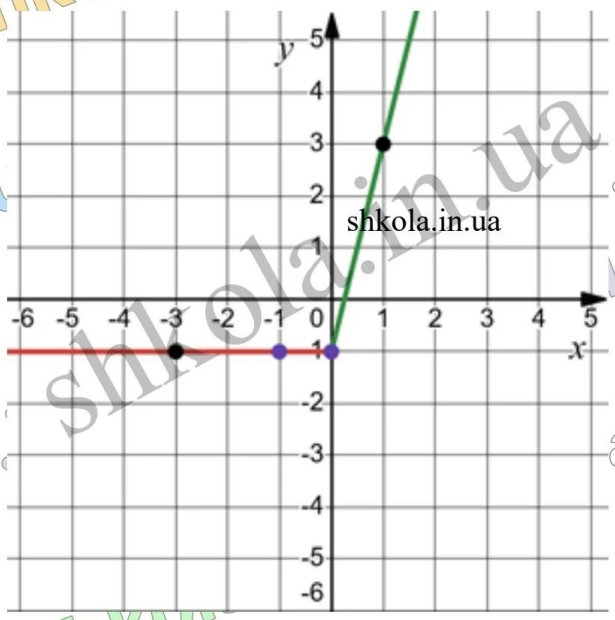
3) $y = |2x| + 2x - 1$;

$$y = \begin{cases} -2x + 2x - 1, \text{якщо } x < 0, \\ 2x + 2x, \text{якщо } x \geq 0; \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} -1, \text{якщо } x < 0, \\ 4x - 1, \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$$

$y = -1$, $x < 0$		
x	-1	-3
y	-1	-1

$y = 4x - 1$, $x \geq 0$		
x	0	1
y	-1	3



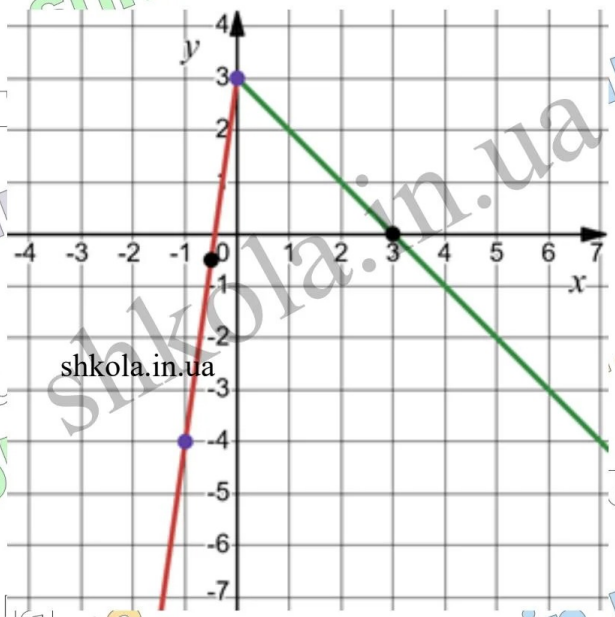
4) $y = 3x - |4x| + 3$;

$$y = \begin{cases} 3x - (-4x) + 3, \text{якщо } x < 0, \\ 3x - 4x + 3, \text{якщо } x \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x + 3, \text{якщо } x < 0, \\ -x + 3, \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$$

$y = 7x + 3$, $x < 0$		
x	-1	$-0{,}5$
y	-4	$-0{,}5$

$y = -x + 3$, $x \geq 0$		
x	0	3
y	3	0



38. Точка A(a; b), де $a \neq 0$, $b \neq 0$, належить графіку функції $y = x^2$. Чи належить цьому графіку точка:

Якщо точка A(a; b), де $a \neq 0$, $b \neq 0$ належить графіку функції $y = x^2$, то $b = a^2$.

1) Точка B(–a; b) належить графіку функції $y = x^2$, бо $b = (-a)^2 = a^2$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

2) Точка C(a; –b) не належить графіку функції $y = x^2$, бо $–b = a^2$; $b = –a^2$; $a^2 \neq –a^2$;
3) Точка D(–a; –b) не належить графіку функції $y = x^2$, бо $–b = (–a)^2 = a^2$; $b = –a^2$; $a^2 \neq –a^2$.

39. Точка M(m; n), де $m \neq 0$, $n \neq 0$, належить графіку функції $y = x^3$. Чи належить цьому графіку точка:

Якщо точка M(m; n), де $m \neq 0$, $n \neq 0$ належить графіку функції $y = x^3$, то $n = m^3$.
1) Точка N(–m; n) не належить графіку функції $y = x^3$, бо $n = (–m)^3 = –m^3$; $m^3 \neq –m^3$;
2) Точка K(m; –n) не належить графіку функції $y = x^3$, бо $n = m^3$; $n = –m^3$; $m^3 \neq –m^3$;
3) Точка P(–m; –n) належить графіку функції $y = x^3$, бо $–n = (–m)^3 = –m^3$; $n = m^3$.

40. Знайдіть точки перетину графіків функцій $y = –4|x| + 3$; та $\begin{cases} 4x + x, \text{якщо } x \leq 0, \\ –4x + 3, \text{якщо } x > 0. \end{cases}$

Щоб знайти точки перетину графіків функцій $y = \begin{cases} 2x + 1, \text{якщо } x \leq 0, \\ –3x + 3, \text{якщо } x > 0. \end{cases}$

$y = \begin{cases} 4x + x, \text{якщо } x \leq 0, \\ –4x + 3, \text{якщо } x > 0. \end{cases}$ досить розв'язати системи:

а) $\begin{cases} y = 2x + 1, \\ y = 4x + 3, \text{якщо } x \leq 0; \end{cases}$

$2x + 1 = 4x + 3$;
$2x – 4x = 3 – 1$;
$–2x = 2$; $x = –1$.
Підставимо у перше рівняння системи значення $x = –1$: $y = 2 \cdot (–1) + 1 = –1$.
Шукана точка (–1; –1);

б) $\begin{cases} y = –3x + 1, \\ y = –4x + 3, \text{якщо } x > 0; \end{cases}$

$–3x + 1 = –4x + 3$;
$–3x + 4x = 3 – 1$;
$x = 2$.
Підставимо у перше рівняння системи значення $x = 2$; $y = –3 \cdot 2 + 1 = –5$.
Шукана точка (2; –5).

Відповідь: Графіки перетинаються у точках з координатами (–1; –1) і (2; –5).

41. Оля може придбати без решти 7 рогаликів і 3 вертути або 3 рогалики і 4 вертути. Який відсоток складає ціна рогалика від ціни вертути?

Нехай рогалик коштує x грн, а вертута — y грн.
Рівняння:
$7x + 3y = 3x + 4y$;
$4x = y$;
$x = \frac{y}{4} = 0{,}25y$;
$0{,}25 = 25\%$;
x = 25% від y.
Відповідь: 25%.

42. Чи має розв'язки рівняння з двома змінними:

1) Рівняння $x^2 + y^2 = –1$ не має розв'язків, бо сума двох невід'ємних чисел не може дорівнювати від'ємному числу;
2) розв'язком рівняння $|y| + x = 0$ є, наприклад, пара чисел (0; 0);
3) розв'язком рівняння $x^2 – |y| = 5$ є, наприклад, пара чисел (3; 4);
4) розв'язком рівняння $5x^2 + y^8 + |x| = 0$ є, наприклад, пара чисел (0; 0).

43. У рівнянні $ax + by = 43$ коефіцієнти a і и – цілі числа. Чи може розв'язком цього рівняння бути пара чисел (5; 10)?

Нехай пара чисел (5; 10) є розв'язком рівняння $ax + by = 43$.
Маємо: $5a + 10b = 43$; $5(a + 2b) = 43$ — рівність не може виконуватись, якщо a і b — цілі числа, бо ліва частина рівності ділиться на 5, а права — не ділиться.
Отже, пара чисел (5; 10) не може бути розв'язком рівняння $ax + by = 43$.

44. Скільки розв'язків має рівняння?

1) $(x + 1)^2 + y^2 = 0$.

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

Сума квадратів двох виразів дорівнює нулю лише тоді, коли вирази одночасно дорівнюють нулю: $x + 1 = 0$; $x = -1$ і $y = 0$.
Отже, розв'язком рівняння є пара чисел $(-1; 0)$.
Відповідь: Один розв'язок;
2) $x^2 + y^2 + (y - 2)^2 = 0$.
Сума квадратів трьох виразів дорівнює нулю лише тоді, коли вирази одночасно дорівнюють нулю: $x = 0$ і $y = 0$, і $y = 2$. Змінна y не може одночасно набувати двох значень 2 та 0, отже, рівняння не має розв'язків.
Відповідь: Жодного розв'язку;
3) $|x| + (y + 1)^2 = 0$.
Сума невід'ємних чисел дорівнює нулю лише тоді, коли вирази одночасно дорівнюють нулю: $|x| = 0$ і $(y + 1)^2 = 0$, тоді $x = 0$ і $y = -1$.
Отже, розв'язком рівняння є пара чисел $(0; -1)$.
Відповідь: Один розв'язок;

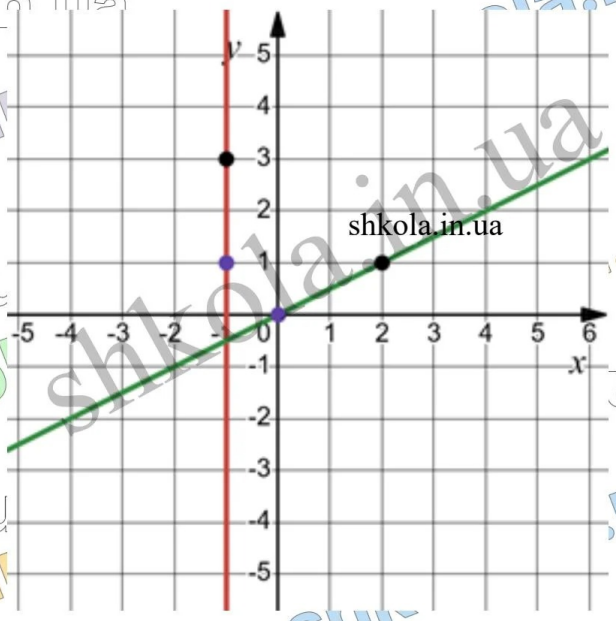
4) $x((x - 3)^2 + (y + 4)^2) = 0$.
Добуток двох невід'ємних чисел дорівнює нулю лише тоді, коли один з виразів дорівнює нулю: $x = 0$ або $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 0$. Якщо $x = 0$, то y може набувати будь-яких значень.
Отже, рівняння має безліч розв'язків.
Відповідь: Безліч розв'язків.

45. Сергій придбав кілька зошитів по 10 грн і кілька ручок по 12 грн 50 коп., заплативши за всю покупку 150 грн. Скільки зошитів придбав Сергій?
Нехай Сергій придбав x зошитів і y олівців.
Рівняння:
$10x + 12{,}5y = 150$;
$10x = 150 - 12{,}5y$;
$x = 15 - 1{,}25y$.
Оскільки x – натуральне число, то $y = 4$ або 8.
Тоді $x = 15 - 1{,}25 \cdot 4 = 10$ або $x = 15 - 1{,}25 \cdot 8 = 5$.
Відповідь: 5 або 10 зошитів.

46. Побудуйте графік рівняння:
1) $(x + 1)(x - 2y) = 0$;
$x + 1 = 0$ або $x - 2y = 0$;
$x = -1$ або $y = 0{,}5x$.
Будуємо графіки прямих $x = -1$ і $y = 0{,}5x$.

$x = -1$		
x	-1	-1
y	1	3

$y = 0{,}5x$		
x	0	2
y	0	1



issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

2) $x^2 - xy = 0$;
$x(x - y) = 0$;
$x = 0$ або $y = x$.
Будуємо графіки прямих $x = 0$ і $y = x$.

$x = 0$		
x	0	0
y	1	3

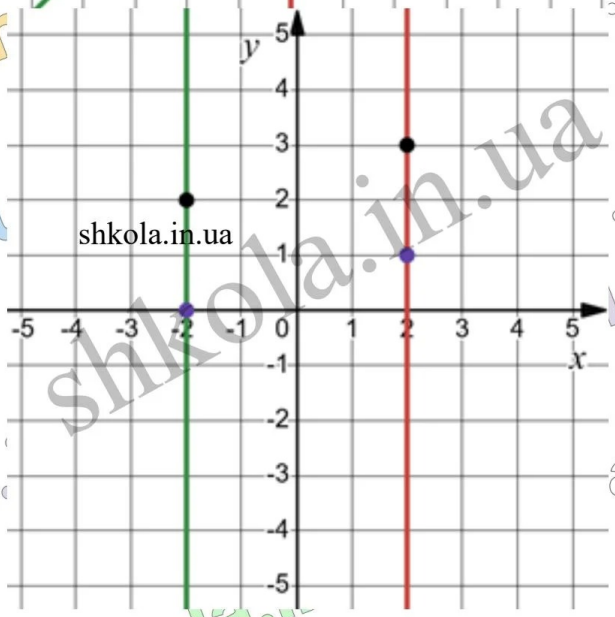
$y = x$		
x	0	2
y	0	2



3) $(x^2 - 4)(y^2 + 4) = 0$;
$x^2 - 4 = 0$ або $y^2 + 4 = 0$ — не має розв'язків;
$x^2 = 4$;
$x = 2$ або $x = -2$.
Будуємо графіки прямих $x = 2$ і $x = -2$.

$x = 2$		
x	2	2
y	1	3

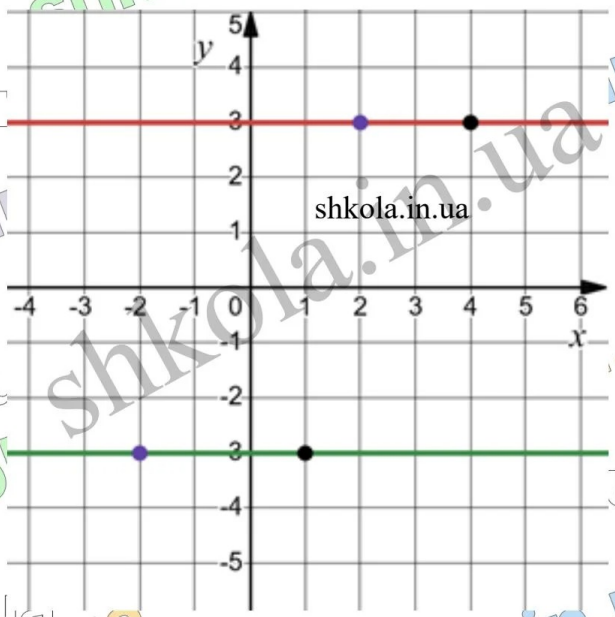
$x = -2$		
x	–2	–2
y	0	2



4) $(|x| + 1)(|y| - 3) = 0$;
$|x| + 1 = 0$ — не має розв'язків або $|y| - 3 = 0$;
$|y| = 3$;
$y = 3$ і $y = -3$.
Будуємо графіки прямих $y = 3$ і $y = -3$.

$y = 3$		
x	2	4
y	3	3

$y = -3$		
x	–2	1
y	–3	–3



issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

5) $|x| + x = y$.

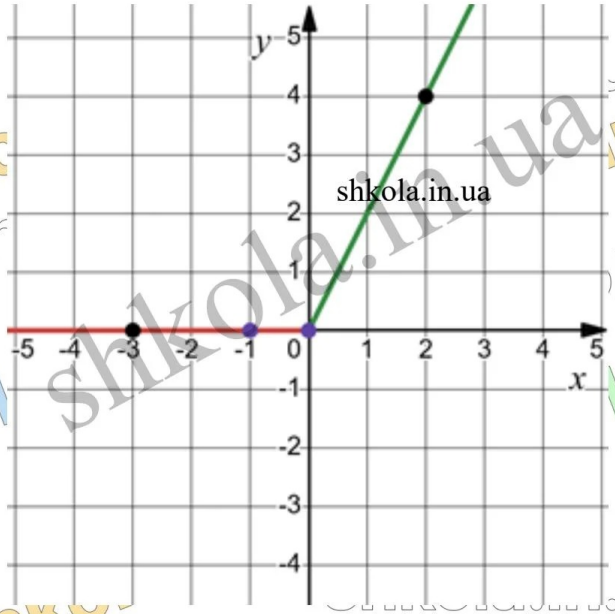
Якщо $x < 0$, то рівняння матиме вигляд:

$-x + x = y$; $y = 0$,

а якщо $x \geq 0$, то: $x + x = y$; $y = 2x$.

Будуємо графік функції:

$$y = \begin{cases} 0, \text{якщо } x < 0, \\ 2x, \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$$



$y = 0$, $x < 0$		
x	-1	-3
y	0	0

$y = 2x$, $x \geq 0$		
x	0	2
y	0	4

6) $x = y|x|$.

Якщо $x < 0$, то: $x = -xy$, $x + xy = 0$;

$x(1 + y) = 0$;

$x = 0$ — не підходить або $1 + y = 0$;

$y = -1$.

Якщо $x \geq 0$, то: $x = xy$;

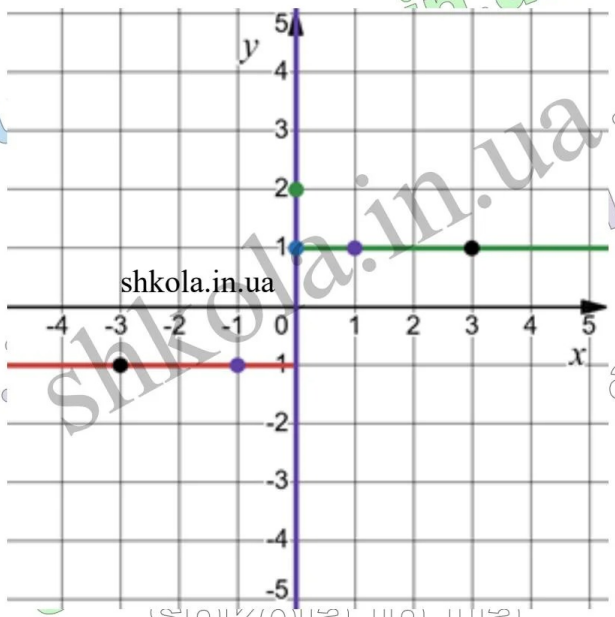
$x - xy = 0$;

$x(1 - y) = 0$;

$x = 0$ або $y = 1$.

Будуємо графік функції:

$$y = \begin{cases} -1, \text{якщо } x < 0, \\ 1 \text{ або } x = 0, \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$$



$y = -1$, $x < 0$		
x	-1	-3
y	-1	-1

$y = 1$, $x \geq 0$		
x	1	3
y	1	1

$x = 0$, $x \geq 0$		
x	0	0
y	1	2

47. Доведіть, що рівняння $x^2 - y^2 = 26$ не має розв'язків у цілих числах (тобто розв'язками рівняння не можуть бути цілі числа).

$x^2 - y^2 = 26$; $(x - y)(x + y) = 26$.

Якщо числа x і y одної парності, то значення виразу $(x - y)(x + y)$ — кратне 4, якщо числа x і y різної парності, то — $(x - y)(x + y)$ — непарне. 26 — некратне 4 і парне, тому рівняння не має розв'язків у цілих числах.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

48. Чи перетинає графік рівняння $y + x^2 = 4$ вісь x; вісь y? Якщо так, то вкажіть координати точок перетину.

1) $y = 0$, якщо: $x^2 = 4$;

$x = 2$ або $x = -2$.

Отже, графік рівняння $y + x^2 = 4$ перетинає вісь x в точках $(-2; 0)$ і $(2; 0)$;

2) якщо $x = 0$, то $y = 4$.

Отже, графік рівняння $y + x^2 = 4$ перетинає вісь y в точці $(0; 4)$.

49. Знайдіть усі пари натуральних чисел, що задовольняють рівняння $11x + 8y = 104$.

$11x = 104 - 8y$;

$11x = 8(13 - y)$ — кратне 8, тому x може приймати значення лише 8.

Якщо $x = 8$, то $88 + 8y = 104$;

$8y = 16$; $y = 2$.

Отже, рівняння $11x + 8y = 104$ задовольняє лише пара натуральних чисел $(8; 2)$.

50. Не виконуючи побудови, знайдіть координати точки перетину графіка рівняння $(x - 3)(y + 5) = 0$: 1) з віссю x; 2) з віссю y.

1) $y = 0$, якщо: $5(x - 3) = 0$;

$x - 3 = 0$;

$x = 3$.

Отже, графік рівняння $(x - 3)(y + 5) = 0$ перетинає вісь x в точці $(3; 0)$;

2) якщо $x = 0$, то $-3(y + 5) = 0$;

$y + 5 = 0$;

$y = -5$.

Отже, графік рівняння $(x - 3)(y + 5) = 0$ перетинає вісь y в точці $(0; -5)$.

51. Яна загадала два двоцифрових числа, кожне з яких починається цифрою 6, причому інші цифри кожного із чисел відмінні від числа 6. Якщо переставити місцями цифри в кожному із загаданих чисел, то значення їх добутку не зміниться. Які числа загадала Яна?

Нехай Яна загадала два двоцифрових числа: $6x$ і $6y$. Маємо:

$6x \cdot 6y = x6 \cdot y6$;

$(60 + x)(60 + y) = (10x + 6)(10y + 6)$;

$3600 + 60y + 60x + xy = 100xy + 60x + 60y + 36$;

$60y + 60x + xy - 100xy - 60x - 60y = 36 - 3600$;

$99xy = 3564$;

$xy = 36$.

Останню рівність можуть задовольняти числа: $x = 9$ і $y = 4$ або $x = 4$ і $y = 9$.

Отже, шукані числа: 69 і 64.

Відповідь: 69 і 64.

52. Олесь народився у XX столітті. У 2009 році йому було стільки років, якою є сума цифр його року народження. У якому році народився Олесь?

Нехай Олесь народився у 19xy році. Тоді в 2009 році йому виповнилося $2009 - 19xy$ років. Рівняння:

$2009 - 19xy = 1 + 9 + x + y$;

$1999 - 19xy = x + y$;

$1999 - (1900 + 10x + y) = x + y$;

$99 - (10x + y) = x + y$;

$-10x - y - x - y = -99$;

$-11x - 2y = -99$;

$11x + 2y = 99$;

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$2y = 99 - 11x$;
$2y = 11(9 - x)$ — кратне 11.
Для даного рівняння y може набувати лише значення 0. Якщо y = 0, то 11x + 0 = 99; x = 9.
Отже, розв'язком рівняння 11x + 2y = 99 є пара цілих невід'ємних чисел (9; 0) і шукане число 1990.
Відповідь: У 1990 році.

53. При якому значенні a прямі 3x + 4y = 5 і 2x + 8y = a перетинаються в точці, що лежить на осі y?
Знайдемо координати точки перетину прямої 3x + 4y = 5 з віссю y: 3 · 0 + 4y = 5; 4y = 5; y = 1,25. Пряма 2x + 8y = a теж повинна перетинати вісь y в точці (0; 1,25). Маємо: 2 · 0 + 8 · 1,25 = a; a = 10.
Відповідь: a = 10.

54. Доберіть, якщо це можливо, таке значення m, при якому система рівнянь має єдиний розв'язок; не має розв'язків; має безліч розв'язків:

1) Система $\begin{cases} 2x - y = 7, \\ mx - y = 5; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x - y = 7, \\ 2x - y = 5 \end{cases}$ не має розв'язку, якщо m = 2 і має єдиний розв'язок, якщо $m \neq 2$;

2) система $\begin{cases} 3x + 2y = 6, \\ 1{,}5x + y = m \end{cases} \Big| \cdot 2;$ $\begin{cases} 3x + 2y = 6, \\ 3x + 2y = 2m \end{cases}$ має безліч розв'язків, якщо 2m = 6; m = 3 і не має розв'язку, якщо $m \neq 3$;

3) система $\begin{cases} mx - 2y = 1 \\ 4x - 8y = 4; \end{cases} \Big| \cdot 4,$ $\begin{cases} 4mx - 8y = 4, \\ 4x - 8y = 4, \end{cases}$ m = 1 і має єдиний розв'язок, якщо $m \neq 1$.

55. При якому значенні a система рівнянь має розв'язок?

$$\begin{cases} 4x - 3y = 10, \\ 2x + 5y = -8, \\ a(x + y) = 7. \end{cases}$$

Розв'яжемо систему, утворену з першого і другого рівнянь. Маємо:

$$\begin{cases} 4x - 3y = 10, \\ 2x + 5y = -8 \end{cases} \Big| \cdot (-2); \quad \begin{cases} 4x - 3y = 10, \\ -4x - 10y = 16; \end{cases}$$

$-13y = 26$; y = –2.
Підставимо значення y = –2 у перше рівняння системи й одержимо: 4x + 6 = 10; x = 1.
Підставимо значення x = 1 і y = –2 у третє рівняння вихідної системи і отримаємо:
a · (1 – 2) = 7; a = –7. Отже, задана система має розв'язок при a = –7.
Відповідь: a = –7.

56. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases} x - y = 2, \\ y - z = 3, \\ z + x = 5. \end{cases}$

Додамо почленно перше, друге і третє рівняння системи й одержимо:
x – y + y – z + z + x = 10; 2x = 10; x = 5.
З першого рівняння отримаємо:
5 – y = 2; y = 3.
З другого рівняння отримаємо:
3 – z = 3; z = 0.
Відповідь: x = 5, y = 3, z = 0;

2) $\begin{cases} x + y = 7, \\ y + z = 5, \\ z + x = -4. \end{cases}$

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

Додамо почленно перше, друге і третє рівняння системи й одержимо:
$2x + 2y + 2z = 8$; $x + y + z = 4$.
Віднімемо від цього рівняння почергово перше, друге і третє рівняння системи і отримаємо: $z = -3$; $x = -1$; $y = 8$.
Відповідь: $x = -1$, $y = 8$, $z = -3$.

57. У результаті множення многочлена $4x^3 - 2x^2 + 3x - 8$ на многочлен $ax^2 + bx + 1$ одержали многочлен, який не містить ані x^4, ані x^3. Знайдіть коефіцієнти a і b та многочлен, який одержали в добутку.

$(4x^3 - 2x^2 + 3x - 8)(ax^2 + bx + 1) = 4ax^5 + 4bx^4 + 4x^3 - 2ax^4 - 2bx^3 - 2x^2 + 3ax^3 + 3bx^2 + 3x - 8ax^2 - 8bx - 8 = 4ax^5 + x^4(4b - 2a) + x^3(4 - 2b + 3a) + x^2(-2 + 3b - 8a) + x(3 - 8b) - 8.$

Якщо многочлен не містить ні x^4, ні x^3, то

а) $4b - 2a = 0$;
$4b = 2a$;
$a = 2b$;

б) $4 - 2b + 3a = 0$;
$4 - a + 3a = 0$;
$4 + 2a = 0$;
$2a = -4$;
$a = -2$.

Підставимо значення $a = -2$ у рівність $a = 2b$ і одержимо: $2b = -2$; $b = -1$. Шуканий многочлен буде мати вигляд: $4ax^5 + x^4(4b - 2a) + x^3(4 - 2b + 3a) + x^2(-2 + 3b - 8a) + x(3 - 8b) - 8 = -8x^5 + x^2(-2 - 3 + 16) + x(3 + 8) - 8 = -8x^5 + 11x^2 + 11x - 8$.

58. Розв'яжіть систему рівнянь:

1) $\begin{cases}(x-1)(y-4x) = 0,\\ x + y = 3,\end{cases}$ $\begin{cases}x - 1 = 0 \text{ або } (y - 4x) = 0,\\ x + y = 3,\end{cases}$

Розв'язування системи зводиться до розв'язування двох систем:

а) $\begin{cases}x - 1 = 0,\\ x + y = 3,\end{cases}$ $\begin{cases}x = 1,\\ y = 2,\end{cases}$ **б)** $\begin{cases}y - 4x = 0,\\ x + y = 3,\end{cases}$ $\begin{cases}y = 4x,\\ x + 4x = 3,\end{cases}$ $\begin{cases}y = 4x,\\ 5x = 3,\end{cases}$ $\begin{cases}y = 2{,}4,\\ x = 0{,}6.\end{cases}$

Відповідь: (1; 2); (0,6; 2,4);

2) $\begin{cases}(x-1)(x+y) = 0,\\ (y-2)(x+y-6) = 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x - 1 = 0 \text{ або } x + 1 = 0,\\ y - 2 = 0 \text{ або } x + y - 6 = 0.\end{cases}$

Розв'язування системи зводиться до розв'язування чотирьох систем:

а) $\begin{cases}x - y = 0,\\ y - 2 = 0,\end{cases}$ $\begin{cases}x = 2,\\ y = 2,\end{cases}$ **б)** $\begin{cases}x - y = 0,\\ x + y - 6 = 0,\end{cases}$ $\begin{cases}x = y,\\ 2x - 6 = 0,\end{cases}$ $\begin{cases}y = 3,\\ x = 3;\end{cases}$

в) $\begin{cases}x + 1 = 0,\\ y - 2 = 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x = -1,\\ y = 2;\end{cases}$ **г)** $\begin{cases}x + 1 = 0,\\ x + y - 6 = 0;\end{cases}$ $\begin{cases}x = -1,\\ y = 7.\end{cases}$

Відповідь: (2; 2); (3; 3); (–1; 2); (–1; 7);

3) $\begin{cases}x^2 - y^2 = 0,\\ 3x - y = 4,\end{cases}$ $\begin{cases}(x - y)(x + y) = 0,\\ 3x - y = 4,\end{cases}$ $\begin{cases}x - y = 0 \text{ або } x + y = 0,\\ 3x - y = 4.\end{cases}$

Розв'язання системи зводиться до розв'язання двох систем:

а) $\begin{cases}x - y = 0,\\ 3x - y = 4;\end{cases}$ $\begin{cases}x = y,\\ 3x - x = 4;\end{cases}$ $\begin{cases}x = 2,\\ y = 2.\end{cases}$

б) $\begin{cases}x + y = 0,\\ 3x - y = 4;\end{cases}$ $\begin{cases}x = -4,\\ 3x + x = 4;\end{cases}$ $\begin{cases}x = 1,\\ y = -1.\end{cases}$

Відповідь: (2; 2); (1; –1).

4) $\begin{cases}x^2 + 2xy + y^2 - 1 = 0,\\ 3x - y = 3;\end{cases}$ $\begin{cases}(x + y)^2 = 1,\\ 3x - y = 3;\end{cases}$ $\begin{cases}x + y = 1 \text{ або } x + y = -1,\\ 3x - y = 3.\end{cases}$

Розв'язання системи зводиться до розв'язання двох систем:

а) $\begin{cases}x + y = 1,\\ 3x - y = 3;\end{cases}$ $\begin{cases}x = 1,\\ y = 0.\end{cases}$ **б)** $\begin{cases}x + y = -1,\\ 3x - y = 3;\end{cases}$ $\begin{cases}x = 0{,}5,\\ y = -1{,}5.\end{cases}$

Відповідь: (1; 0); (0.5; –1.5).

issuu-downloader.com
© shkola.in.ua

59. Розв'яжіть рівняння з двома змінними:

1) $(x-2)^2+(3x-y)^2=0$. Сума квадратів двох виразів дорівнює нулю лише тоді, коли вирази одночасно дорівнюють нулю. Отже, розв'язком даного рівняння є розв'язок системи:

$$\begin{cases} x-2=0, \\ 3x-y=0; \end{cases} \quad \begin{cases} x=2, \\ y=6. \end{cases}$$

Розв'язком системи і рівняння є пара чисел (2; 6).

Відповідь: (2; 6);

2) $(2x-y)^2+x^2+8x+16=0$;

$(2x-y)^2+(x+4)^2=0$.

Сума квадратів двох виразів дорівнює нулю лише тоді, коли вирази одночасно дорівнюють нулю. Отже, розв'язком даного рівняння є розв'язок системи:

$$\begin{cases} 2x-y=0, \\ x+4=0; \end{cases} \quad \begin{cases} x=-4, \\ y=-8. \end{cases}$$

Розв'язком системи і рівняння є пара чисел (−4; −8).

Відповідь: (−4; −8);

3) $(1x+y-3)^2+x^2+2xy+y^2=0$;

$(7x+y-3)^2+(x+y)^2=0$.

Сума квадратів двох виразів дорівнює нулю лише тоді, коли вирази одночасно дорівнюють нулю. Отже, розв'язком даного рівняння є розв'язок системи:

$$\begin{cases} 7x+y-3=0, \\ x+y=0; \end{cases} \quad \begin{cases} -7y+y-3=0, \\ x=-y; \end{cases} \quad \begin{cases} -6y=3, \\ x=0{,}5. \end{cases}$$

Розв'язком системи рівняння є пара чисел (0,5; −0,5).

Відповідь: (0,5; −0,5).

4) $|x-y+5|+x^2-4xy+4y^2=0$;

$|x-y+5|+(x-2y)^2=0$.

Сума двох невід'ємних виразів дорівнює нулю лише тоді, коли вирази одночасно дорівнюють нулю. Отже, розв'язком даного рівняння є розв'язок системи:

$$\begin{cases} x-y+5=0, \\ x-2y=0 \mid \cdot(-1); \end{cases} \quad \begin{cases} x-y+5=0, \\ -x+2y=0; \end{cases}$$

$y+5=0$; $y=-5$.

Підставимо у перше рівняння системи значення $y=-5$ й отримаємо:

$x+5+5=0$; $x=-10$.

Розв'язком системи рівняння є пара чисел (−10; −5).

Відповідь: (−10; −5).

5) $x^2+y^2-4x+2y+5=0$;

$(x^2-4x+4)+(y^2+2y+1)=0$;

$(x-2)^2+(y+1)^2=0$.

Сума квадратів двох виразів дорівнює нулю лише тоді, коли вирази одночасно дорівнюють нулю. Отже, розв'язком даного рівняння є розв'язок системи:

$$\begin{cases} x-2=0, \\ y+1=0; \end{cases} \quad \begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$$

Розв'язком системи і рівняння є пара чисел (2; −1).

Відповідь: (2; −1);

6) $x^2-2xy+2y^2+6y+9=0$;

$(x^2-2xy+y^2)+(y^2+6y+9)=0$;

$(x-y)^2+(y+3)^2=0$.

Сума квадратів двох виразів дорівнює нулю лише тоді, коли вирази одночасно дорівнюють нулю. Отже, розв'язком даного рівняння є розв'язок системи:

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$\begin{cases} x - y = 0, \\ y + 3 = 0; \end{cases} \begin{cases} y = -3, \\ x = -3. \end{cases}$

Розв'язком системи і рівняння є пара чисел $(-3; -3)$.

Відповідь: $(-3; -3)$.

60. Число b на 10 % більше за число a і на 30 % більше за число c. Знайдіть числа a, b і c, якщо a на 8 більше за c.

Нехай a, b і c — числа, для яких виконуються умови:

$a - c = 8$; $b = 1{,}1a$; $b = 1{,}3c$; $1{,}1a = 1{,}3c$.

Система рівнянь:

$\begin{cases} a - c = 8, \\ 1{,}1a = 1{,}3c; \end{cases} \begin{cases} a = c + 8, \\ 1{,}1(c + 8) = 1{,}3c; \end{cases} \begin{cases} a = c + 8, \\ 1{,}1c + 8{,}8 - 1{,}3c = 0; \end{cases}$

$\begin{cases} a = c + 8, \\ 0{,}2c = 8{,}8; \end{cases} \begin{cases} a = 52, \\ c = 44. \end{cases}$

Далі маємо: $b = 1{,}1 \cdot 52 = 57{,}2$.

Отже, шукані числа: $a = 52$; $b = 57{,}2$; $c = 44$.

Відповідь: $a = 52$; $b = 57{,}2$; $c = 44$.

61. Через 4 роки відношення віку брата до віку сестри дорівнюватиме 7 : 5. Скільки років нині кожному з них, якщо 2 роки тому брат був удвічі старший за сестру?

Нехай сестра має x років, а брат — y років. Система:

$\begin{cases} \frac{y-2}{x-2} = 2, \\ \frac{y+4}{x+4} = \frac{7}{5}; \end{cases} \begin{cases} y - 2 = 2(x - 2), \\ 5(y + 4) = 7(x + 4); \end{cases} \begin{cases} y - 2 = 2x - 4, \\ 5y + 20 = 7x + 28; \end{cases} \begin{cases} y - 2x = -2 \mid \cdot (-5), \\ 5y - 7x = 8; \end{cases}$

$\begin{cases} -5y + 10x = 10, \\ 5y - 7x = 8; \end{cases}$ $3x = 18$; $x = 6$.

Підставимо у друге рівняння останньої системи значення $x = 6$ й отримаємо:

$5y - 42 = 8$; $y = 10$. Отже, сестра має 6 років, а брат — 10 років.

Відповідь: Сестра має 6 років, а брат — 10 років.

62. Загадали деяке двоцифове число. Якщо це число поділити на суму його цифр, одержимо неповну частку, що дорівнює 4, та 6 в остачі. Якщо ж від цього числа відняти потроєну суму його цифр, то одержимо 16. Яке число загадали?

Нехай задумане двоцифрове число дорівнює $xy = 10x + y$. Система:

$\begin{cases} 10x + y = 4(x + y) + 6, \\ 10x + y - 3(x + y) = 16; \end{cases} \begin{cases} 10x + y = 4x + 4y + 6, \\ 10x + y - 3x - 3y = 16; \end{cases}$

$\begin{cases} 6x - 3y = 6 \mid \cdot 2, \\ 7x - 2y = 16 \mid \cdot (-3); \end{cases} \begin{cases} 12x - 6y = 12, \\ -21x + 6y = -48; \end{cases}$ $-9x = -36$; $x = 4$.

Підставимо у перше рівняння передостанньої системи значення $x = 4$ й отримаємо:

$24 - 3y = 6$; $3y = 18$; $y = 6$.

Отже, задумане двоцифрове число — 46.

Відповідь: 46.

63. Кількість десятків деякого трицифрового числа вдвічі більша за кількість одиниць. Сума цифр цього числа дорівнює 13. Якщо поміняти місцями цифри сотень і одиниць, то одержимо число, яке на 495 менше від даного. Знайдіть дане число.

Нехай задумане трицифрове число дорівнює $xyz = 100x + 10y + z$, тоді змінене число буде мати вигляд: $zyx = 100z + 10y + x$. Система:

$\begin{cases} y = 2z, \\ x + y + z = 13, \\ xyz - zyx = 495; \end{cases} \begin{cases} y = 2z, \\ x + y + z = 13, \\ 100x + 10y + z - 100z - 10y + x = 495; \end{cases}$

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

$\begin{cases} y = 2z, \\ x + y + z = 13, \\ 99x - 99z = 495 \mid : 99; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2z, \\ x + y + x = 13, \\ x - z = 5; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2z, \\ x + 3z = 13, \\ x - z = 5 \mid \cdot 3; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2z, \\ x + 3z = 13, \\ 3x - 3z = 15; \end{cases}$

$\begin{cases} y = 2x, \\ 4x = 28, \\ x - z = 5; \end{cases}$ $\begin{cases} y = 4, \\ x = 7, \\ x = 2. \end{cases}$

Отже, шукане число: 742.

Відповідь: 742.

64. Якщо перше з двох даних чисел збільшити на 10 %, а друге – на 15 %, то їх сума збільшиться на 13 %. Якщо перше 3 даних чисел зменшити на 5 %, а друге – на 10 %, то сума чисел зменшиться на 48. Знайдіть дані числа.

Нехай перше число дорівнює x, а друге число — y. Система:

$\begin{cases} 1{,}1x + 1{,}15y = 1{,}13(x + y) \mid \cdot 100, \\ 0{,}95x + 0{,}9y = x + y - 48 \mid \cdot 100; \end{cases}$ $\begin{cases} 110x + 115y = 113(x + y), \\ 95x + 90y = 100x + 100y - 4800; \end{cases}$

$\begin{cases} 110x + 115y - 113x - 113y = 0, \\ 95x + 90y - 100x - 100y = -4800; \end{cases}$ $\begin{cases} -3x + 2y = 0, \\ -5x - 10y = -4800; \end{cases}$

$\begin{cases} -3x + 2y = 0, \\ -x - 2y = -960; \end{cases}$ $\begin{cases} -4x = -960, \\ x + 2y = 960; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 240, \\ 240 + 2y = 960; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 240, \\ 2y = 720; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 240, \\ y = 360. \end{cases}$

Відповідь: 240; 360.

65. Для проведення ремонту придбали пісок і цемент. Першого дня використали $\frac{1}{5}$ від маси придбаного піску і $\frac{1}{4}$ від маси придбаного цементу, що разом склало 205 кг. Другого дня використали чверть тієї маси піску, яка залишилася, що на 37 кг більше за масу п'ятої частини цементу, яка залишилася після першого дня. Скільки піску і скільки цементу було придбано для ремонту?

Нехай купили x кг піску, а цементу — y кг.

За перший день використали $\frac{1}{5}$x кг піску, а цементу — $\frac{1}{4}$y кг.

Перше рівняння: $\frac{1}{5}x + \frac{1}{4}y = 205 \mid \cdot 20$; 4x + 5y = 4100.

За другий день використали $\frac{1}{4}(x - \frac{1}{5}x) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5}x = \frac{1}{5}x$(кг) піску, а цементу — $\frac{1}{5} \cdot (y - \frac{1}{4}y) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4}y = \frac{3}{20}y$ (кг). Друге рівняння: $\frac{1}{5}x - \frac{3}{20}y = 37$. Система:

$\begin{cases} \frac{1}{4}x - \frac{3}{20}y = 37 \mid \cdot 20, \\ 4x + 5y = 4100; \end{cases}$ $\begin{cases} 4x - 3y = 740, \\ 4x + 5y = 4100; \end{cases}$ 8y = 3360; y = 420.

З другого рівняння останньої системи отримаємо: 4x + 2100 = 4100; 4x = 2000; x = 500.

Відповідь: 500 кг піску і 420 кг цементу.

66. Одна сторона трикутника утричі більша за другу. Периметр трикутника на 22 см більший за їх півсуму і на 27 см більший за їх піврізницю. Знайдіть сторони трикутника.

Нехай друга сторона трикутника дорівнює x см, тоді перша сторона — 3x см, а третя сторона — y см. Отже, периметр — x + 3x + y = (4x + y) (см). Півсума двох перших сторін трикутника становить:

$\frac{3x + x}{2} = 2x$ (см), а їх піврізниця — $\frac{3x - x}{2} = x$ (см).

Система:

$\begin{cases} 4x + y - 2x = 22, \\ 4x + y - x = 27; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x + y = 22 \mid \cdot (-1), \\ 3x + y = 27; \end{cases}$ $\begin{cases} -2x - y = -22, \\ 3x + y = 27; \end{cases}$ x = 5.

З другого рівняння системи одержимо: 15 + y = 27; y = 12. Друга сторона трикутника дорівнює 3 · 5 = 15 (см). Отже, сторони трикутника, відповідно, дорівнюють 5 см; 15 см і

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

12 см.

Відповідь: 5 см; 15 см і 12 см.

67. Якщо довжину прямокутника збільшити на 3 см, а ширину – на 2 см, то його площа збільшиться на 37 см^2. Якщо ж кожну сторону прямокутника зменшити на 1 см, то його площа зменшиться на 12 см^2. Знайдіть периметр даного прямокутника.

Нехай початкова довжина прямокутника дорівнює x см, ширина — y см, тоді площа — xy (см^2). Після першої зміни розмірів довжина прямокутника дорівнюватиме (x + 3) см, ширина — (y + 2) см, а площа — (x + 3)(y + 2) (см^2).

Перше рівняння:

$(x + 3)(y + 2) - xy = 37;$

$xy + 2x + 3y + 6 - xy = 37;$

$2x + 3y = 31.$

Після другої зміни розмірів довжина прямокутника дорівнюватиме (x – 1)см, ширина — (y – 1)см, а площа — (x – 1)(y – 1)(см^2).

Друге рівняння:

$xy - (x - 1)(y - 1) = 12;$

$xy - xy + x + y - 1 = 12;$

$x + y = 13.$

Система:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 31, \\ x + y = 13 \end{cases} \Bigg| \cdot (-2); \quad \begin{cases} 2x + 3y = 31, \\ -2x - 2y = -26; \end{cases}$$

$y = 5.$

З першого рівняння системи отримаємо:

$2x + 15 = 31;\ 2x = 16;\ x = 8.$

Периметр початкового прямокутника дорівнює: $2 \cdot (8 + 5) = 26$ (см).

Відповідь: 26 см.

68. Зливок складається з двох металів, маси яких відносяться як 3 : 4. Інший зливок містить ті самі метали, але у відношенні 1 : 2. По скільки кілограмів від кожного зливку треба взяти, щоб одержати зливок масою 10 кг, у якому маси тих самих металів відносяться як 2 : 3?

У 10 кг зливку міститься $10 : (2 + 3) \cdot 2 = 4$ кг одного металу, а іншого — $10 - 4 = 6$ (кг).

Нехай маса першого зливку дорівнює a кг, а другого — b кг. У першому зливку одного металу є $\frac{3}{7}a$ (кг), а іншого – $\frac{4}{7}a$ (кг). У другому зливку одного металу є $\frac{1}{3}b$ (кг), а іншого – $\frac{2}{3}b$ (кг).

Система:

$$\begin{cases} \frac{3}{7}a + \frac{1}{3}b = 4 \\ \frac{4}{7}a + \frac{2}{3}b = 6 \end{cases} \Bigg| \cdot 21; \quad \begin{cases} 9a + 7b = 84 \\ 12a + 14b = 126; \end{cases} \Bigg| \cdot (-2); \quad \begin{cases} -18a - 14b = -168, \\ 12a + 14b = 126; \end{cases}$$

$-6a = -42;\ a = 7.$

З першого рівняння передостанньої системи одержимо:

$63 + 7b = 84;\ 7b = 21;\ b = 3.$

Отже, від першого зливку треба взяти 7 кг, а від другого — 3 кг.

Відповідь: 7 кг від першого зливку і 3 кг від другого зливку.

69. Дорога від села до міста спочатку пролягає горизонтально, а потім угору. Турист проїхав на велосипеді горизонтальну її частину зі швидкістю 10 км/год, а вгору йшов пішки зі швидкістю 3 км/год і прибув до міста через 1 год 40 хв після виїзду із села. У зворотному напрямку шлях униз турист проїхав зі швидкістю 15 км/год, а горизонтальну ділянку – зі швидкістю 12 км/год і прибув до села через 58 хв після виїзду з міста. Знайдіть відстань між містом і селом.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Нехай довжина горизонтальної частини шляху дорівнює x км, тоді час, затрачений на подолання цієї ділянки — $\frac{x}{10}$ год. Частина шляху, що йде вгору, нехай дорівнює y км, тоді час, затрачений на подолання цієї ділянки — $\frac{y}{3}$ год.

1 год 40 хв = $1\frac{40}{60} = 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ (год).

Перше рівняння:

$\frac{x}{10} + \frac{y}{3} = \frac{5}{3} \mid \cdot 30;$

$3x + 10y = 50.$

У зворотному напрямку на шлях, що йде з гори, турист витратив $\frac{y}{15}$ год, а на горизонтальну частину шляху — $\frac{x}{12}$ год 58 хв = 58/60 год.

Друге рівняння:

$\frac{y}{15} + \frac{x}{12} = \frac{58}{60} \mid \cdot 60;$

$4y + 5x = 58.$

Система:

$\begin{cases} 3x + 10y = 50 \mid \cdot (-5), \\ 5x + 4y = 58 \mid \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} -15x - 50y = -250, \\ 15x + 12y = 174; \end{cases}$ $-38y = -76;\ y = 2.$

З другого рівняння першої системи отримаємо:

$5x + 8 = 58;\ 5x = 50;\ x = 10.$

Отже, від села до міста — 2 + 10 = 12 (км).

Відповідь: 12 км.

70. В одному резервуарі 490 л води, а в іншому 560 л. Якщо долити перший резервуар до країв водою з другого, то другий резервуар виявиться заповненим тільки наполовину. Якщо другий резервуар до країв долити водою з першого, то перший буде заповнений водою тільки на третину. Визначте ємність кожного з резервуарів.

Нехай об'єм першого резервуара x л, а другого — y л. В обох резервуарах знаходиться 490 + 560 = 1050 (л) води. Якщо долити перший резервуар доверху водою з другого, то другий резервуар виявиться наповненим тільки наполовину.

Перше рівняння: $x + 0{,}5y = 1050.$

Якщо другий резервуар долити доверху водою з першого, то перший буде наповнений водою тільки на третину.

Друге рівняння: $\frac{1}{3}x + y = 1050.$

Система: $\begin{cases} x + 0{,}5y = 1050, \\ \frac{1}{3}x + y = 1050 \mid \cdot (-3); \end{cases} \begin{cases} x + 0{,}5y = 1050, \\ -x - 3y = -3150; \end{cases}$ $-2{,}5y = -2100;\ y = 840.$

З першого рівняння першої системи одержимо:

$x + 420 = 1050;\ x = 630.$

Відповідь: Об'єм першого резервуара 630 л, а другого — 840 л.

71. Автобус і маршрутне таксі, які за розкладом вирушають назустріч один одному о 8 год з пунктів A і B, зазвичай зустрічаються о 8 год 12 хв. Але одного разу маршрутне таксі вирушило в рейс о 8 год 8 хв і зустрілося з автобусом о 8 год 17 хв. Знайдіть швидкість автобуса і швидкість маршрутного таксі, якщо відстань між A і B дорівнює 24 км.

Нехай швидкість автобуса дорівнює x км/год, а маршрутного таксі — y км/год. Якщо виїзд відбувся за розкладом, то до зустрічі автобус проїжджає відстань $\frac{12}{60}x$ км, а маршрутне таксі $\frac{12}{60}y$ км.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Перше рівняння: $\frac{12}{60}x + \frac{12}{60}y = 24$.

При порушенні часу виїзду автобус проїхав відстань $\frac{17}{60}x$ км, а маршрутне таксі $\frac{9}{60}y$ км.

Друге рівняння: $\frac{17}{60}x + \frac{9}{60}y = 24$.

Система: $\begin{cases} \frac{12}{60}x + \frac{12}{60}y = 24 \mid \cdot 5, \\ \frac{17}{60}x + \frac{9}{60}y = 24 \mid \cdot 60; \end{cases} \begin{cases} x + y = 120 \mid \cdot (-9), \\ 17x + 9y = 1440; \end{cases} \begin{cases} -9x - 9y = -1080, \\ 17x + 9y = 1440; \end{cases}$

$8x = 360$; $x = 45$.

З першого рівняння передостанньої системи отримаємо: $45 + y = 120$; $y = 75$.

Відповідь. Швидкість автобуса 45 км/год, маршрутного таксі — 75 км/год.

72. З пункту M до пункту N о 7 год і о 7 год 30 хв виїхали два автобуси з однією і тією самою швидкістю. О 7 год 10 хв з пункту N до пункту M виїхав велосипедист. Він зустрів перший автобус о 7 год 40 хв, а другий – о 8 год 01 хв. Знайдіть швидкості велосипедиста та кожного з автобусів, якщо відстань між пунктами M і N дорівнює 37 км.

Нехай швидкість кожного автобуса дорівнює x км/год, а велосипедиста — y км/год. До зустрічі перший автобус проїхав – $x(7\frac{40}{60} - 7) = \frac{2}{3}x$ (км), а велосипедист — $y\ (7\frac{40}{60} - 7\frac{10}{60}) = \frac{1}{2}y$ (км).

Перше рівняння: $\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = 37$.

Другий автобус до зустрічі проїхав – $x(8\frac{1}{60} - 7\frac{30}{60}) = \frac{31}{60}x$ (км), а велосипедист — $y(8\frac{1}{60} - 7\frac{10}{60}) = \frac{51}{60}y$ (км).

Друге рівняння: $\frac{31}{60}x + \frac{51}{60}y = 37$.

Система: $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = 37 \mid \cdot 6, \\ \frac{31}{60}x + \frac{51}{60}y = 37 \mid \cdot 60; \end{cases} \begin{cases} 4x + 3y = 222 \mid \cdot (-17), \\ 31x + 51y = 2220; \end{cases} \begin{cases} -68x - 51y = -3774, \\ 31x + 51y = 2220. \end{cases}$

$-37x = -1544$; $x = 42$.

З першого рівняння передостанньої системи отримаємо:

$168 + 3y = 222$; $3y = 54$; $y = 18$.

Відповідь. Швидкість кожного автобуса 42 км/год, велосипедиста — 18 км/год.

73. З міста в село, відстань між якими 24 км, вирушив турист. Через 1 год 20 хв услід за ним виїхав велосипедист, який через півгодини наздогнав туриста. Після прибуття в село велосипедист, не зупиняючись, повернув назад і зустрівся з туристом через півтори години після першої зустрічі. Знайдіть швидкість туриста і швидкість велосипедиста.

Нехай швидкість туриста x км/год, а велосипедиста — y км/год. 1 год 20 хв = $1\frac{2}{6}$ год; 0,5 год = $\frac{3}{6}$ год. До першої зустрічі турист пройшов $1\frac{2}{6}x + \frac{3}{6}x = 1\frac{5}{6}x$ (км.), а велосипедист $\frac{1}{2}y$ км.

Перше рівняння: $1\frac{5}{6}x = \frac{1}{2}y$.

До другої зустрічі велосипедист проїхав $\frac{1}{2}y + 1\frac{1}{2}y = 2y$ (км), а турист пройшов $1\frac{5}{6}x + 1\frac{3}{6}x = 3\frac{1}{3}x$(км).

Друге рівняння: $3\frac{1}{3}x + 2y = 48$.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua

Система: $\begin{cases} 1\frac{5}{6}x = \frac{1}{2}y \mid \cdot 6, \\ 3\frac{1}{3}x + 2y = 48 \mid \cdot 3; \end{cases} \begin{cases} 11x - 3y = 0, \\ 10x + 6y = 144 \mid : 2; \end{cases} \begin{cases} 11x - 3y = 0, \\ 5x + 3y = 72; \end{cases}$

16x = 72; x = 4,5.

З другого рівняння останньої системи отримаємо:

22,5 + 3y = 72; 3y = 49,5; y = 16,5.

Відповідь: Швидкість туриста 4,5 км/год, велосипедиста — 16,5 км/год.

74. З міста А в місто В о 9 год виїхали два автобуси. У той самий час з міста В в місто А виїхав велосипедист. Один автобус трапився на його шляху о 10 год 20 хв, а другий – об 11 год. Знайдіть швидкості велосипедиста та кожного з автобусів, якщо швидкість одного автобуса становить $\frac{7}{12}$ від швидкості другого, а відстань між містами – 120 км.

Нехай швидкість велосипедиста x км/год, швидкість першого автобуса у км/год, а другого — $\frac{7}{12}$ у км/год. Велосипедист до зустрічі з першим автобусом проїхав $x(10\frac{20}{60} - 9) = 1\frac{1}{3}x$ (км), автобус — $1\frac{1}{3}y$ (км).

Перше рівняння: $1\frac{1}{3}x + 1\frac{1}{3}y = 120$.

До зустрічі з другим автобусом велосипедист проїхав $y(11 - 9) = 2y$ (км), а автобус — $\frac{7}{12}y\ (11 - 9) = \frac{7}{6}y$ (км).

Друге рівняння: $2x + \frac{7}{6}y = 120$.

Система: $\begin{cases} 1\frac{1}{3}x + 1\frac{1}{3}y = 120 \mid \cdot 3, \\ 2x + \frac{7}{6}y = 120 \mid \cdot 6; \end{cases} \begin{cases} 4x + 4y = 360 \mid \cdot (-3), \\ 12x + 7y = 720; \end{cases} \begin{cases} -12x - 12y = -1080, \\ 12x + 7y = 720; \end{cases}$

–5y = –360; y = 72.

З другого рівняння системи одержимо:

12x + 504 = 720; 12x = 216; x = 18.

Швидкість другого автобуса дорівнює $72\frac{7}{12} = 42$ (км).

Відповідь: Швидкість велосипедиста 18 км/год, а автобусів — 42 км/год і 72 км/год.

75. По колу, довжина якого 500 м, рухаються дві точки. Вони зустрічаються через кожні 10 с, якщо рухаються у протилежних напрямках, і через кожні 50 с, якщо в одному. Знайдіть швидкість кожної з точок.

Нехай швидкість першої точки x м/с, а швидкість другої — у м/с.

Система: $\begin{cases} 50x - 50y = 500 \mid : 5, \\ 10x + 10y = 500; \end{cases} \begin{cases} 10x - 10y = 100, \\ 10x + 10y = 500; \end{cases}$ 20x = 600; x = 30.

З другого рівняння першої системи отримаємо: 300 + 10y = 500; 10y = 200; y = 20.

Відповідь: Швидкість першої точки 30 м/с, швидкість другої — 20 м/с.

issuu-downloader.com

© shkola.in.ua